

Wühl Tibor: Átlapolódás gátló szűrő követelmény meghatározása

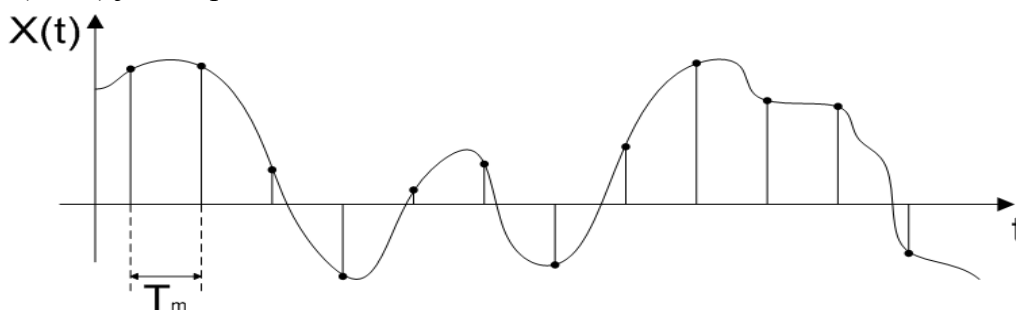
Óbudai Egyetem, Kandó Kálmán Villamosmérnöki Kar
(orcid.org/0000-0002-7522-3511)

Absztrakt: Analóg környezetben működő digitális jelfeldolgozó áramkör számára az analóg jeleket digitalizálni kell. A digitalizálás első lépése a mintavétel. Alapsávi jelek feldolgozásánál a mintavételre a jól ismert Shannon tétel vonatkozik, melynek be nem tartása spektrum átlapolódást okoz. A Shannon mintavételi tételt a jól megválasztott mintavételi frekvencia és a feldolgozandó analóg jel sávkorlátozását biztosító átlapolódás gátló (anti-aliasing) szűrő biztosítja. A cikk az átlapolódás gátló szűrő paramétereinek meghatározását hivatott tisztázni.

Kulcsszavak: DSP, átlapolódás, szűrő

Bevezetés

Az analóg jel digitalizálásának első lépése a mintavételezés. A mintavételezés “ T_m ” időközönként (mintavételi időköz) történő mérés, a mérés időtartama pedig “ dt ” időtartam. A mérési sorozat eredményeképp az $X(t)$ folytonos függvény, mint analóg jelből időben diszkrét Pulzus Amplitúdó Modulált (PAM) jelet kapunk.



1. ábra – Mintavételezés szemléltetése

A mintavételi idő reciproka, az egy másodperc alatt végzett mintavételek számát, vagyis a mintavételi frekvenciát adja.

$$f_m = \frac{1}{T_m}$$

A mintavételezés gyakoriságát, illetve a mintavételi frekvencia értékét szabályok kötik, mely szabályt mintavételi tételnek, Nyquist-Shannon kritériumnak is szokás nevezni.

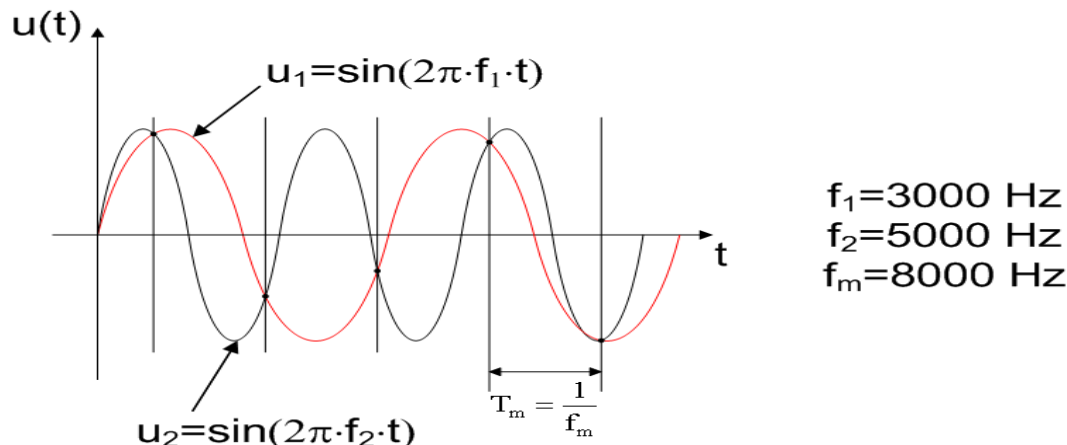
A Nyquist-Shannon kritérium betartását a feldolgozandó jel spektrumképeinek ismeretében, helyes mintavételi frekvencia meghatározásával érhetjük el.

$$f_m \geq 2 \cdot f_{\max}$$

A Shannon mintavételi tétel megsértése úgynevezett spektrumátlapolódás jelenségét okozza.

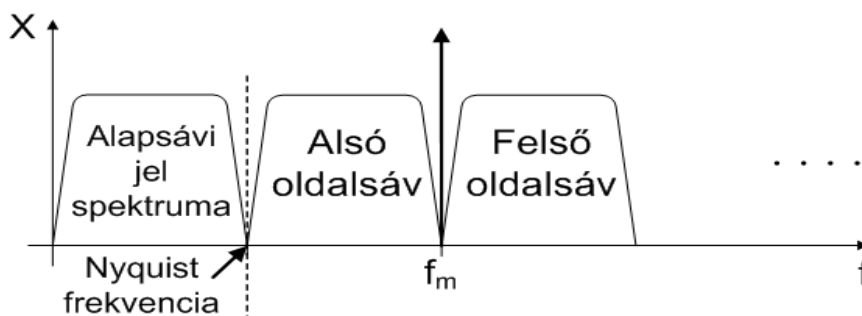
A spektrumátlapolódás fizikai értelemben az a jelenség, amikor a hasznos frekvenciasávon kívül eső komponensekből vett minták hasznos sávba eső komponenseket produkálnak.

A jelenség a jel időtartományban történő megfigyelésével érthető meg egyszerűen:



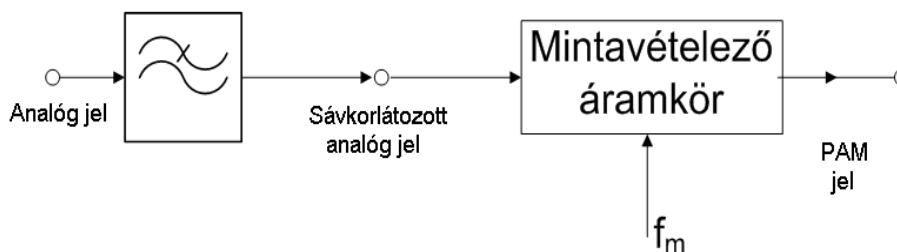
2. ábra – Alapsávi harmonikus jel és annak egy sávon kívül eső “utánzó” komponensének szemléltetése

A fenti példában a mintavételi frekvencia legyen $f_m = 8000 \text{ Hz}$. Az u_2 -nek jelölt harmonikus jelből, melynek frekvenciája 5 kHz vegyünk mintát f_m értékkel (most tudatosan megszegettük a Shannon tételt, hiszen az $f_{\max}$ most csak maximum 4 kHz lehetne!). A mintavételek időpontját a T_m időközönként berajzolt függőleges vonalak szemléltetik. A mintavételi időpontokban kapott mérési eredmények viszont tökéletesen leírják a fenti ábrán u_1 -nek jelölt 3 kHz frekvenciájú harmonikus jelet! A példában tehát a sávon kívüli komponens bele fog “hajlani” a hasznos tartományba. Szintén ilyen jelenséget tapasztalnánk, ha az eredeti jel frekvenciája 6 kHz lenne, ekkor viszont a hasznos sávban, a mintákból reprodukált harmonikus jel frekvenciája 2 kHz -nek adódik. Ha a gondolat kísérletünket tovább végezzük, és egy 9 kHz -es harmonikus komponensből veszünk mintákat, akkor a minták a hasznos sávban 1 kHz -es harmonikus jelet adnak. A spektrumátlapolódás a végtelenségig tart, a spektrumképek $f_m/2$ szerinti periodicitást mutatnak.



3. ábra – Spektrumkép periodikus utánzó komponensekkel

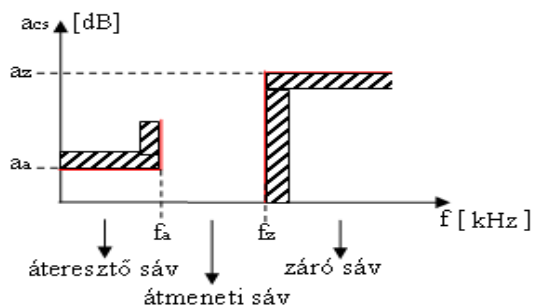
A fenti jelenség elkerülése érdekében a mintavételező áramkör elé egy átlapolódás gátló szűrőt kell beépíteni:



4. ábra – Átlapolódás jelenség elkerülése átlapolódás gátló szűrővel

Átlapolódás gátló szűrő

A spektrum átlapolódás megakadályozása úgy történhet, hogy egy rendszer mintavételi jeléhez igazodóan a feldolgozandó jel spektrumképét sávkorlátozzuk. A sávkorlátozó szűrő minden esetben analóg áramkörökből épül fel. A tipikus szűrőkövetelmény egy aluláteresztő jellegű csillapítás- vagy erősítés maszk a frekvencia függvényében.



5. ábra – Átlapolódás gátló szűrő követelménymaszk ábrája

A fenti maszkábrán a tervezéshez több kiindulási paramétert is meg kell határoznunk:

- a_a – áteresztő sáv maximális csillapítás torzítás értéke;
- a_z – záró sáv csillapítás minimumértéke;
- f_a – áteresztő sáv felső határfrekvencia értéke;
- f_z – záró sáv alsó frekvencia értéke.

Látszólag kevés paraméter megadás ellenére a feladat komplex és ez a követelmény meghatározás több eredményt is szolgáltat. Elvárásunk lehet például, hogy az analóg szűrőkövetelmény kialakításakor milyen maximális foksám valósítható meg racionálisan.

Az $-a_a$ – áteresztő sáv maximális csillapítás torzítás értékét, mint egy minőségi paraméternek értelmezhetjük. Itt azt kell megfontolni, hogy a hasznos jel esetén a hasznosnak ítélt frekvenciasávban milyen mértékű amplitúdó torzítás fogadható el.

A hasznosnak ítélt frekvenciasáv felső értékét az f_a – áteresztő sáv felső határfrekvencia értéke követelmény paraméter adja, vagyis ez is erősen rendszer minőségi paramétert meghatározó értéknek tekinthető.

Az f_z – záró sáv alsó frekvencia érték a Nyquist-Shannon kritériumból származtatható, de ez esetben az kritériumban az egyenlőség már nem fogadható el, így a kritérium matematikai formulája a következő:

$$f_m > 2 \cdot f_{\max}$$

A fenti összefüggésből látszik, hogy a túlmintavételezés [2.] hatással lehet a követelményre, mely hatására enyhébb átmeneti sávot írhatunk elő.

Vegyük például azt esetet, hogy egy 20Hz-20kHz frekvencia spektrumú hangfrekvenciás jelet kívánunk digitalizálni. Ez esetben az $f_a=20$ kHz. Mintavételi frekvencia értékünk legyen 44100Hz (ez az audioteknikában jól ismert és az audio-CD szabvány által is előírt érték).

Ez esetben az $f_z=22050$ Hz a zárósávi határ követelményünk. Ebből látható, hogy az átlapolódás gátló szűrő átmeneti sávja alig több, mint 2kHz érték. Ilyen értékű átmeneti sávra természetesen lehet tervezni, de a szűrő fokszámanak meghatározásához meg kell vizsgálnunk az f_z -nél elérni kívánt minimum zárósávi csillapításértéket is.

Bár a mintavételezés és a kvantálás-kódolás egymástól jól elhatárolt funkciók, most mégis számba kell vennünk azt is, hogy egy adott dinamikatartományú analóg jelet hány biten kódolunk és a kódolás folyamán az LSB-hez rendelt jelszint milyen értéket képvisel. Ez a paraméter befolyásolhatja a szűrőkövetelmény záró sávi csillapításértékét. A digitalizált jelünk dinamikatartománya a maximálisan ábrázolható jelszint (U_{max}) és a minimálisan ábrázolható

jelszint (U_{LSB}) között értelmezhető, melyet a következő összefüggéssel határozhatunk meg:

$$a = 20 \cdot \log \left(\frac{U_{max}}{U_{LSB}} \right)$$

Lineáris transzfer karakterisztikájú A/D konverter esetén ezt az értéket „n” bitszám figyelembevételével és előjeles számábrázolást feltételezve a következő lesz:

$$\frac{U_{max}}{U_{LSB}} = \frac{U_{max}}{U_{max}/2^{(n-1)}} = 2^{(n-1)}$$

16 bites A/D konverter esetén a fenti összefüggésből számított dinamikatartomány 90dB értéknek adódik.

Most folytassuk tovább az átlapolódás gátló szűrő követelmény gondolkísérletet. Tételezzük fel, hogy az A/D konverter bemenete előtt található áramköröket az U_{max} értékre terveztük, mint maximális kivezérlelhetőség. Ez azt jelenti, hogy az f_z – záró sáv alsó frekvencia értékű (mintapelda szerinti 22050Hz frekvenciájú) harmonikus jel U_{max} amplitúdó értékkel jelenhet meg az analóg áramkörökben. A célunk az, hogy átlapolódásmentességet garantáljunk, viszont ez esetben ezt az U_{max} értéket olyan értékűre kell csillapítsuk, hogy az az A/D konverter ábrázolási tartománya „alá” essen, vagyis minimum LSB-nek megfelelő jelszintre. Ebből adódik, hogy az a_z – záró sávi csillapítás minimumértéke egyezzen meg, vagy legyen nagyobb, mint a számított dinamikatartomány értéke. Mintapédánk értelmében az $a_z=90$ dB lesz.

Az így definiált követelmény alapján megtervezhető egy analóg szűrő, de vélhetően ez igen magas foksámú szűrővel lesz kielégíthető. A magas foksámú analóg szűrők paraméter érzékenysége magas, gyárthatósága, behangolhatósága bonyolult és drága.

Célszerű tehát megvizsgálnunk, hogy milyen lehetőségünk van a foksám csökkentésére.

A fenti követelmény definiálás „worst-case” esetre történt. Statisztikai elemzés esetén enyhíthetünk a zárósávi elvárásokon, de ekkor tisztában kell lennünk ennek lehetséges következményeivel, azzal, hogy a rendszerünkbe átlapolódást okozó komponens juthat.

Abban az esetben, ha ezt a kockázatot nem lehet (nem szabad) felvállalni, akkor a feladat nehézsége némiképp digitális oldalra „átolható”. Kétszeres túlmintavételezés esetén, ami a végigvezetett példánkhoz illeszkedően a mintavételi frekvencia 88200Hz érték. Ekkor a Nyquist frekvencia 44100Hz lesz, vagyis a módosított $f_z=44,1$ kHz. Ez esetben az átmeneti sáv 24,1kHz.

Az így megnövelt átmeneti frekvenciasáv jelentősen fogja csökkenteni az átlapolódás gátló szűrő fokszámát, ami így hatékonyabban megvalósítható lesz.

Természetesen ez nincs ingyen, mivel ez esetben gyorsabb működésre képes A/D konverter alkalmazása szükséges és az A/D kimeneten a PCM jelfolyam ugyan annyi idő alatt kétszer annyi adatmennyiséget állít elő.

Összegzés, konklúzió

A fentiekből láthatjuk, hogy az átlapolódás gátló szűrő követelményének megadása nem magától értetődő dolog, hanem az egyes rendszerparaméterek változtatásával a követelmény paraméterek is változnak.

A mérnöki munka során a paramétereket együttesen kell értelmeznünk és mérlegelnünk kell, hogy az egyes paramétereket milyen irányba toljuk el.

Hivatkozások

- [1] Wühl Tibor: DSP algoritmusok ÓE-KVK 2116 Budapest, 2014.
- [2] Maithil Pachchigar: Increase Dynamic Range of SAR ADCs Using Oversampling