

SZAKDOLGOZAT

**OE-YBL
2024.**

Hallgató neve:
Hallgató törzskönyvi száma:

Farkas Andrea Klára

[REDACTED]



ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

Óbudai Egyetem
Ybl Miklós Építéstudományi Kar
Építőmérnöki Intézet

SZAKDOLGOZAT FELADATLAP

Hallgató neve: Farkas Andrea Klára

Szakdolgozat száma: [REDACTED]

Törzskönyvi száma: [REDACTED]

Neptun kódja: [REDACTED]

Szak: Építőmérnöki

Specializáció: Magasépítési

A dolgozat címe: Tartószerkezetek alakváltozásának modellezése és számításal történő lekövetése

A dolgozat címe angolul: Modeling and calculation of deflections of support structures

A feladat részletezése: Többféle statikai tartó modell alakváltozásának kiszámítása kézzel, valamint számítógépes szoftver segítségével. Ezeknek az értékeknek az ábrázolása, összehasonlítása és elemzése. Valamint fizikai modellezése.

Intézményi konzulens neve: Dr. Farkasné Ligeti Ágnes Marianna

A kiadott téma elévülési határideje: 2024. 12. 31.

Beadási határidő: 2024. 05. 15.

A szakdolgozat: Nem titkos.

Kiadva: Budapest, 2024. 03. 08.

Óbudai Egyetem
Ybl Miklós Építéstudományi Kar
Építőmérnöki Intézet
1446 Budapest, Thököly út 74.
1442 Budapest, 70., Pf. 117.

[Signature]
Intézetigazgató

A dolgozatot beadásra alkalmasnak találom: 2024. 05. 15.

[Signature]
belső konzulens

.....
külső konzulens

**SZAKDOLGOZAT
KONZULTÁCIÓS NAPLÓ**

Hallgató neve: Farkas Andrea Klára

Dolgozat száma.....

Oktatási azonosítója:

Szak, specializáció megnevezése:

Neptun azonosítója:

Építőmérnöki szak,.....

Törzskönyvi száma:

Magasépítési specializáció.....

A dolgozat címe magyar nyelven: Tartószerkezetek alakváltozásának modellezése és számításal történő lekövetése.....

A dolgozat címe angol nyelven: Modeling and calculation of deflections of support structures

Belső (kari) konzulens neve: Dr. Farkasné Ligeti Ágnes Marianna

Külső konzulens neve:.....

Külső konzulens munkahelye:

ALK.	DÁTUM	KONZULTÁCIÓ TÉMÁJA, TARTALMA	KONZULENS ALÁÍRÁSA
1.	2024. 03. 08.	Téma konkretizálása, feladat megbesz.	Ligeti Ágnes
2.	2024. 04. 05.	Modell bemutatása	Ligeti Ágnes
3.	2024. 05. 06.	Számítások ellenőrzése	Ligeti Ágnes
4.	2024. 05. 15.	A dolgozat részletes megbeszélése	Kp

A Konzultációs naplót minimum négy alkalommal az egyes konzultációk alkalmával kell láttamoztatni bármelyik konzulenssel.

A részvételt a konzulens akkor igazolhatja, ha arra a hallgató felkészülten érkezik, azaz érdemi konzultáció történt.

A hallgató a Szakdolgozat/Diplomatervezés/Diplomamunka tantárgy(ak)* követelményét teljesítette.

Kelt: 2024. 05. 15. (hely), 2024. 05. 15. (dátum)

Ligeti Ágnes

belső (kari) konzulens

* A megfelelő aláhúzendő.

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott Farkas Andrea Klára hallgató kijelentem, hogy a dolgozat saját munkám eredménye, a felhasznált szakirodalmat és eszközöket azonosíthatóan közöltem. Az elkészült dolgozatban található eredményeket az Óbudai Egyetem és a feladatot kiíró intézmény saját céljára térítés nélkül felhasználhatja, a titkosításra vonatkozó esetleges megkötések mellett.

Kelt: Budapest (hely), 2024.05.26 (dátum)

Farkas Andrea
hallgató

TARTÓSZERKEZETEK ALAKVÁLTOZÁSÁNAK MODELLEZÉSE ÉS SZÁMÍTÁSSAL TÖRTÉNŐ LEKÖVETÉSE

Összefoglalás: A tartószerkezetekre ható erőkől keletkező igénybevételek hatására különböző alakváltozások jönnek létre az adott szerkezetekben. Melyek tartós jelenlét esetén befolyásolják a tartóban ébredő feszültségeket. A szakdolgozatomban én ezekkel az alakváltozásokkal foglalkozok. A tartók lehajlását eltolódását vizsgálom, több típusú megtámasztás esetén, hogy hogyan befolyásolja egy-egy megtámasztási viszony a tartóban ébredő erőket, illetve az elmozdulásait. Ezekhez pedig számoltam többféle módszerrel alakváltozásokat, mind hagyományos úton kézzel mind pedig számítógépes szoftverek segítségével. Valamint egy kis méretű könnyen össze- és szétcsedhető fizikai modellt is segítségül vettem.

Kulcsszavak: tartók, megtámasztások, alakváltozások, eltolódás, elmozdulás

MODELING AND CALCULATION OF DEFLECTIONS OF SUPPORT STRUCTURES

Summary: As a result of the forces acting on the supporting structures, various deformations and deflections occur in the given structures. Which, in the case of a permanent presence, affect the stresses arising in the structures. In my thesis, I deal with these shape changes. I examine the bending displacement of the supports, in the case of several types of support, to see how each support condition affects the forces arising in the support and its deflections. And for these, I calculated deflections using several methods, both by hand in the traditional way and with the help of computer softwares. I also used a small physical model that can be easily assembled and disassembled.

Keywords: structures, supports, deformations, displacement, deflections

TARTALOMJEGYZÉK

1. Bevezetés.....	8
2. Alapfogalmak és lényegesebb információk áttekintése.....	9
2.1. Alakváltozások keletkezése és formái.....	9
2.1.1 Normálerő hatására bekövetkező alakváltozások.....	10
2.1.2 Nyíróerő hatására bekövetkező alakváltozások.....	11
2.1.3 Hajlítás hatására bekövetkező alakváltozások.....	12
2.1.4 Csavarás hatására bekövetkező alakváltozások.....	13
2.2. Megtámasztási típusok, befogási merevségek.....	14
3. Alakváltozások meghatározása	16
3.1. Alakváltozás számítása kézimódszerekkel.....	17
3.1.1. Alakváltozások meghatározása Mohr-módszerrel.....	17
3.1.2. Alakváltozások meghatározása munkatétellel.....	19
3.1.3. Alakváltozások meghatározása differenciálegyenletekkel.....	21
3.2. Alakváltozás számítása számítógépes szoftverekkel.....	23
3.3 Fizikai modellekkel történő meghatározás.....	24
4. Alakváltozási különbségek a megtámasztási viszonyok függvényében.....	25

5. A kézi számítás és a számítógépes szoftver adatai.....	27
5.1. A kézi számítás eredményei.....	28
5.2. A szoftverből kinyert adatok értékei.....	29
5.3. A fizikai modellel végzett kísérlet eredményei.....	30
5.3.1. A modell alkotó elemei.....	31
5.3.2. A szerkezetek kialakítása	33
5.3.3. A felmerülő problémák és megoldásaik.....	35
5.4. A három adat összehasonlítása egymáshoz.....	37
6. Az eredmények összegzése és végkövetkeztetés.....	38
7. Mellékletek.....	40
8. Irodalomjegyzék.....	124

1. BEVEZETÉS

Az épületek és építmények fő alkotó részét képezik a tartószerkezetek. Ezek azok az építmény egységek, amelyek jóvoltából egy-egy szerkezet meg tud állni és a különböző erőhatásokat és terheket visel el az élettartama során. Ezek miatt viszont igénybevételek ébrednek a szerkezetekben, melyek által a tartók alakváltozást szenvednek el, így megváltoztatva a tartók eredeti alakját. Emiatt a tartókra ható erők már más eseteként megnövekedett feszültségeket jelentenek így statikai szempontból sem elhanyagolhatók az alakváltozások, valamint esztétikai szempontból is meg kell őket vizsgálni, tekintve, hogy senki sem érezné magát biztonságban egy olyan belső téreben, ahol a mennyezet látványosan lehajlik ezzel azt az érzést keltve az emberekben, hogy mindjárt leszakadhat az adott födém és inkább kimenekül a térből sem, mint hogy bent maradjon. Viszont akadnak olyan esetek is, amikor direkt keltenek egy-egy szerkezetben akkora feszültséget, hogy az alak változzon. Mint például egy előre gyártott feszített gerendánál, ahol úgy állítják be a feszültségeket, hogy az adott tartó felfele görbüljön így a későbbiek során mikor beépítésre kerül a sor a tartó a rákerülő végleges terhek hatására lesz úgymond vízszintes állapotban ezzel elkerülve az állandó terhek által keltett esetleges lehajlást. A szakdolgozatom során én két és három oszlopos keretek igénybevételeit elmozdulásait számoltam különböző megtámasztási típusokat alkalmazva. A kísérlet során számított tartók között voltak kilendülő és nem kilendülő keretek. A megtámasztási viszonyokat tekintve használtam görgős- és fix csuklót, valamint befogást, Ami a statikai vázakra ható erőket illeti két féle irányú erővel néztem meg az alakváltozásokat, egy vízszintes és egy függőleges erővel, mind a két erő egy-egy vonal elem közepén helyezkedett el. A tartó egyéb tartó méretét, anyagát, inerciáját és rugalmassági modulusát is állandó értékkel vettem fel. A függőlegesen ható erőt a tartó közepén helyeztem el, ezeknél a számításoknál a vízszintes tartó lehajlását számítottam. A másik részben egy vízszintesen ható erőt modelleztem ezekben az esetekben az oszlopok közepére ható oldal irányú eltolódásokat számítottam ki mind kézi módszerrel mind pedig számítógépes szoftver segítségével. Ezek mellett egy fizikai modellező készletet is segítségül hívtam, hogy minél látványosabban be tudjam mutatni a különböző alakváltozásokat. A modellező készlet egy egyszerűen kezelhető többször újra építhető szemléltető módszer mely mágneses elemeket tartalmaz. A feladatom keretein belül célom, hogy minél

látványosabban meg tudjam mutatni, hogy mekkora hatással van egy szerkezetre az, ha megváltoztatjuk a szerkezet megtámasztási viszonyát és látható legyen, hogy ezek miatt a különbségek miatt igenis fontos az, hogy egy-egy csomópontot, hogyan alakítunk ki a valóságban. Ugyanis teljesen más alakváltoások keletkeznek egy-egy tartóban, ha más-más megtámasztást alkalmazunk rajta.

2. ALAPFOGALMAK ÉS LÉNYEGESEBB INFORMÁCIÓK ÁTTEKINTÉSE

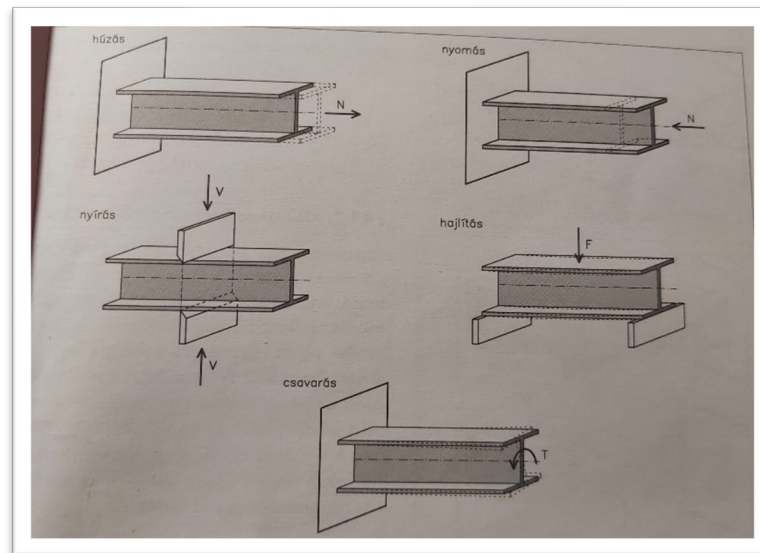
Ahhoz, hogy ezt a témakört megértsük csak úgy, mint bármelyik másik kutatás vagy tanulmány esetében a legfoltosabb alkotóelem nem más mint, hogy tisztában legyünk a területet érintő főbb definíciókkal és egyéb felmerülő fogalmakkal, hogy azok alatt mit is értünk. Emellett elkerülhetetlenek a szakszavak használatai így azokat is célszerűbb a lehető leghamarabb tisztázni. Így a következő néhány bekezdésben én ezekről az alapvető dolgokról fogok információkat kifejteni és elmagyarázni, hogy a későbbiekben a számítások ismertetésénél már minden kifejezés egyértelmű és logikus legyen, valamint ne okozzon egy-egy szó fenn akadást.

2.1. Alakváltozások keletkezése és formái

Az elsődleges és másodlagos tartószerkezetekben az alakváltozások általánosságban véve olyan külső erők hatására jönnek létre, amelyek közvetlen vagy közvetett módon terhelik a tartót. Ezeknek az ellensúlyozására szerkezetek anyagának a belsejében belső erők keletkeznek. A belső erőkből pedig igénybevételeket tudunk számolni mind hagyományosan kézzel mind pedig különböző programok segítségével. Feszültségnek nevezzük azoknak a belső erőknek a nagyságát, amelyeket egy általunk választott tetszőlegesen felvett metszet felületre vonatkoztatunk. Erre a metszetre merőleges feszültségek a normális feszültségek. [1]

Az alakváltozások olyan mérhető elmozdulások, amelyeket a szilárd testen mérhetünk meg amikor azt terhelés éri. Fontos, hogy a szerkezetet a terhelés előtt és után is lemérjük így a kettő mérés különbségéből tudjuk kiszámítani az alakváltozások mértékét. [2]

A külső erők helyzetétől függően megkülönböztetünk többféle egyszerű igénybevételi típust. Melyek lehetnek nyomó, húzó, nyíró, csavaró vagy hajlító igénybevételek. Ezekre az igénybevételekre a tartók más-más alakváltozást szenvednek el. [3]



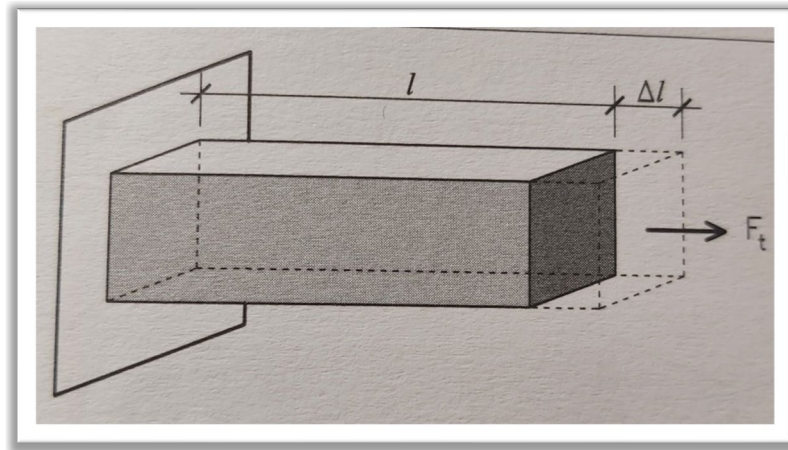
1. ábra Az alakváltozások típusai a különböző erőhatásokra [3]

2.1.1 Normálerő hatására bekövetkező alakváltozások

Normálerőnek nevezzük a húzóerőket, illetve nyomóerőket, mivel a nyomóerő egy adott keresztmetszetre merőlegesen ható erő, amely az elmetszett testünk felé mutat, míg a húzó erő ezzel ellenkező irányba hat, vagyis a testtől elfele mutat. A nyomó és húzóerő irányvonala egybe esik a keresztmetszet normálisának irányával ezért nevezzük őket normálerőknek. A negatív normálerővel a nyomást szokták jellemezni, pozitív előjel esetén húzóerőről beszélhetünk. A negatív normálerő hatására nyomó igénybevételek, míg a pozitív normálerő esetén húzó igénybevételek keletkeznek egy-egy tartó keresztmetszetben. Amennyiben egy húzóerő vagy nyomóerő a tartó tengelyében hat akkor központosan nyomott, vagy húzott tartóról beszélünk. Azonban, ha a normálerők nem a tartó tengely vonalán hatnak, hanem azzal párhuzamosan ugyan de messzebb akkor külpontosan nyomott és húzott szerkezetről beszélünk. Ebből kiindulva lehet szó központos és külpontos igénybevételekről. [3]

A központos normálerők hatására az adott testünk hossza csökkenhet, illetve növekedhet, a normálerők irányának függvényében. Feltételezve, hogy a központosság miatt a

keresztmetszetünk minden pontja ugyan akkora távolságra kerül az eredeti helyzetétől és a sík keresztmetszeteink síkai is maradnak. Ezt a hosszváltozást általánosságban véve Δl -lel jelöljük. A fajlagos alakváltozást a tartó méretváltozása és az eredeti tartó hossz hányadosa adja meg. $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ [3]

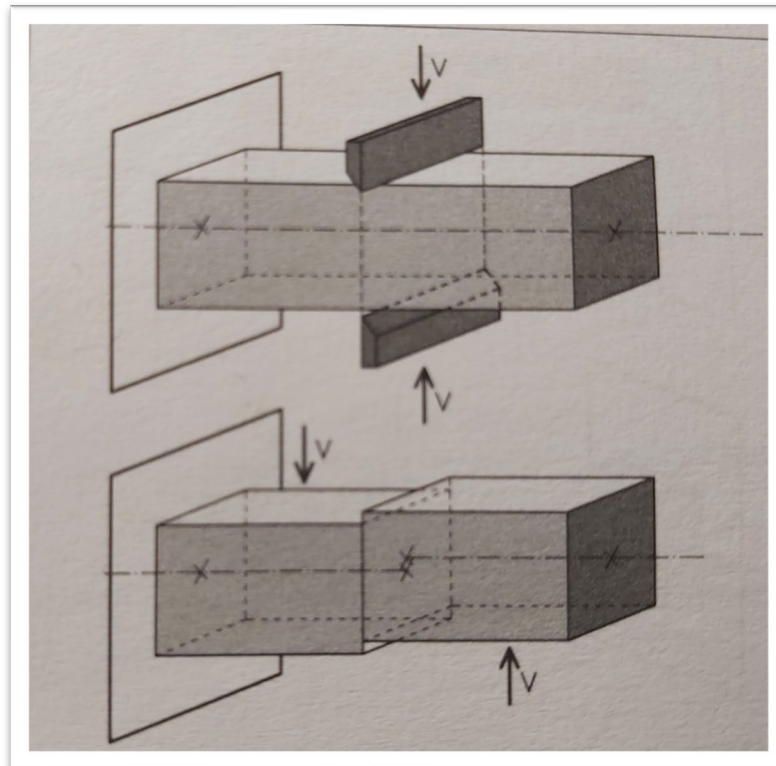


2. ábra Húzóerő hatására bekövetkező alakváltozás [3]

2.1.2. Nyíróerő hatására bekövetkező alakváltozások

Nyíró igénybevétel akkor keletkezik egy tartóban, ha a rúd tengelyére merőlegesen, valamint a súlypontján át ható erők működnek melyek a határoló keresztmetszetek síkjában fekszenek, vagyis az egymást érintő felületek el akarnak egymáson csúszni. Ilyen igénybevételek jellemzően csavarozott kapcsolatok oldalirányból történő húzására jönnek létre. Nyíró igénybevételek kizárólagosan csak akkor keletkezhetnek, ha a nyírt felülettel párhuzamos az erő iránya, így tud a nyírtfelületen feszültség keletkezni és ezt a feszültséget nevezzük nyírófeszültségnek. [3]

Nyíróerő hatására egyfajta eltolódási alakváltozás következik be, melynek folyamán a rúdelemet határoló keresztmetszetek a nyíróerő vonalán azzal megegyező irányban az elem tengelyére merőlegesen elmozdulnak egymástól, mindezt úgy, hogy a keresztmetszetek távolsága nem változik az eredeti keresztmetszetekhez képest. Általában véve a nyíróerők által előidézett feszültségek hatására bekövetkező alakváltozások nagyon picik. Annyira, hogy a legtöbb esetben figyelmen kívül is hagyják őket. Ez viszont nem jelenti azt, hogy a nyírófeszültségek hatására bekövetkező tönkremenetek során a szerkezet nem szenved el jelentős elmozdulásokat. [3]

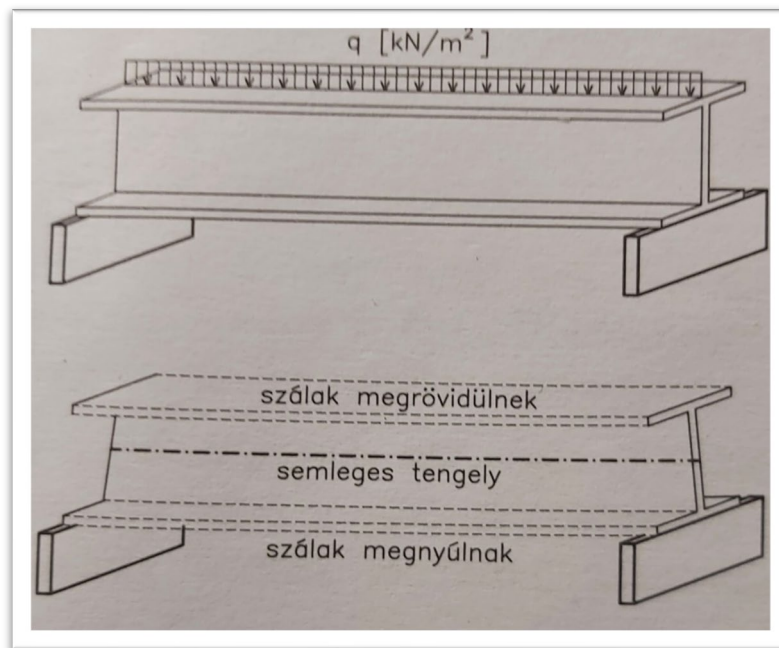


3. ábra Alakváltozás nyíróerő hatására [3]

2.1.3. Hajlítás hatására bekövetkező alakváltozások

Hajlító igénybevételnek nevezzük az, amikor egy rúdelemre olyan erőpárok hatnak, amelyek síkja merőleges a rúd keresztmetszetére, máshogy fogalmazva a vektorok a keresztmetszeti síkban helyezkednek el. A hajlítás során előfordulhat ferde, illetve egyenes, valamint összetett vagy tiszta hajlítás. Mindegyik máshogy hat a tartóra. [3]

A ferde hajlítás során máshogy fog alakváltozni a tartónk, mint az egyenes hajlítás során. Ferdetengelyű hajlítás esetén a tartónk keresztmetszetei elfordulnak, valamint hosszában meggyöngyül a tartónk. Ezzel szemben az egyenes hajlításból keletkező igénybevételek hatására bekövetkező alakváltozás máshogy fog kinézni. Az erőhatására a tartónk le hajlik és meggyöngyül. A tartó felső síkjában lévő szálak megrövidülnek, összehúzódnak az alsó síkjában található szálak pedig megnyúlnak, meghosszabbodnak. [3]

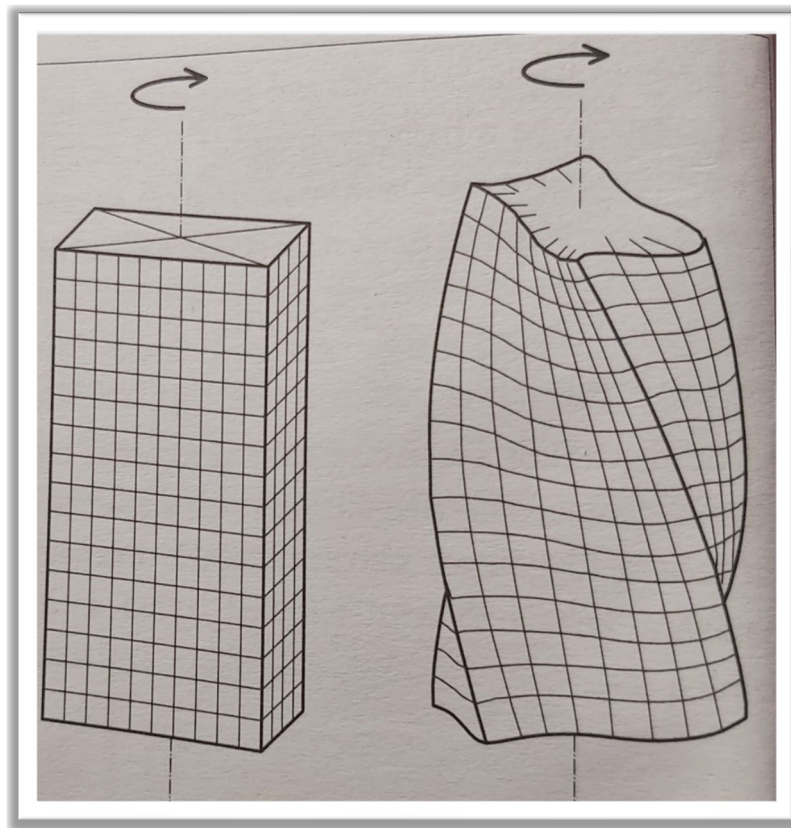


4. ábra Alakváltozás egyenes hajlításra [3]

2.1.4. Csavarás hatására bekövetkező alakváltozások

A csavarást a hajlításhoz hasonlóan szintén egy-egy erőpár okozza vagy másnéven nyomaték csak a csavarásnál ez az erőpár a határoló keresztmetszetek síkjában működnek nem pedig azokra merőlegesen. Ebből következik, hogy a csavarónyomaték vektora merőleges lesz a keresztmetszeti síkunkra. [3]

Csavaró nyomaték hatására a szerkezet hossza nem változik, viszont az egymással érintkező felületek el akarnak fordulni egymáshoz képest. Ebből következően a keresztmetszet középpontjához közelebbi pontok kevésbé akarnak eltávolodni míg a messzebb levő pontok sokkal messzebb kerülnek. Lineárisan növekszik a pontok távolodása azzal összefüggően, hogy milyen messze vannak a középponttól. Ezt az alakváltozást gyakran kíséri egy másik alakváltozási forma is az úgynevezett öblösödés. Ez a kifejezés a keresztmetszeti síkok elváltozására utal. [3]



5. ábra Alakváltozás csavarásra [3]

2.3. Megtámasztási típusok, befogási merevségek

Minden épületben, építményben, műtárgyban vannak tartószerkezetek és a tartószerkezeteket minden esetben alá kell támasztani valamivel. Ezeket az alátámasztásokat rövidítve van, hogy csak támaszoknak hívjuk. A megtámasztásokat arra a célra tervezzük és építjük meg, hogy a szerkezeteket a tartószerkezeti tervek szerinti helyükön maradjanak és rögzítsék azokat. Nagy ritkán előfordul, hogy csak egy támaszt használunk, de inkább kettő vagy összetettebb, bonyolultabb, nagyobb volumenű szerkezeteknél három vagy akár még több támaszt is használunk. Több módszer szerint is osztályozhatóak a megtámasztási típusok. A legelterjedtem megkülönböztetése a támaszoknak azok szerkezeti kialakítása szerint történik. Illetve a meggátolt mozgások száma alapján melyeket másnéven kényszereknek is nevezünk. A megtámasztásokban reakcióerők keletkeznek melyek alatt a kényszerek által okozott nyomatékokat és erőket értjük, ezeket összefoglalóan támaszerőknek is nevezhetjük. A támaszok közül az egyik leggyakrabban használt a sarus támaszok, melyeket álló vagy mozgó kialakításban is

használunk. A mozgásra alkalmas saruk kialakítása lehet csúszó, görgős és hengeres. Ugyan nem sarus megtámasztás viszont a viselkedésükből következő hasonlóságok miatt ide szoktuk sorolni még a támasztó rudas és függesztő köteles vagy rudas támaszokat is. Ha feltételezzük, hogy előfordulhatnak függőleges és vízszintes eltolódások, valamint elfordulások is akkor egy mozgótámaszra az lesz jellemző, hogy ezekből egyet tudnak megakadályozni a másik kettő mozgást pedig lehetővé teszik. Tehát például, ha egy mozgótámasz vízszintes erők felvételére lett kialakítva a vízszintes mozgásokat megakadályozza viszont a függőleges mozgásokat és az elfordulást nem tudja megakadályozni így a szerkezet szabadon elfordulhat vagy eltolódhat függőleges irányba. Ebből következik, hogy minden mozgótámasznál mindössze egy kényszer fog ébredni és a későbbi számítások során csak egy nem meghatározott másszóval ismeretlen erőnk lesz. Az álló sarukat hívjuk még csuklóknak is a szakmában. Ezekre az a jellemző, hogy nem lehetségesek az eltolódások sem függőleges sem vízszintes irányban. Viszont a tartók el tudnak fordulni. Ebből következően az előző logika menetét követve az álló csuklóknál kettő darab kényszer is létre jön vagy a számításokban már kettő ismeretlennel kell számolnunk. Ezeken kívül a másik legtöbbször alkalmazott megtámasztás nem más, mint a befogás. Ennél a módnál általában olyan támaszokat alkalmaznak, amelyek meg tudják gátolni mind az eltolódásokat mind az elfordulásokat, vagyis már három kényszer is fellép a támaszokban. [10]

Támasztó szerkezet			Statikai kényszer	Jelölés	Ismeretlenek száma	Helyettesítés támasztó rudakkal
neve		vázlata				
Saru	mozgó	hengeres			1	
		görgős			1	
		csúszó			1	
	álló (csukló)				2	
Támasztó rúd					1	
Befogás	álló (fix)				3	
	mozgó				2	

6. ábra A megtámasztási viszonyok típusai és ábrázolásaik [10]

Az előbbiekben ismertetett támasz típusoknál feltételezzük, hogy ideálisan működnek és tényleg csak abban az irányban lépnek fel kényszerek ahogyan azok meg vannak írva. Viszont fontos tudnunk, hogy minden azon múlik, hogy a szerkezetek kivitelezése során, hogyan sikerül megépíteni az adott csomópontot. Ezen kívül azzal is tisztában kell lennünk, hogy a valóságban nem tudunk sem befogást, sem tökéletes csuklót létesíteni. A számításaink során viszont ettől általában eltekintünk és azt a megtámasztási módot választjuk a számításainkhoz, amelyhez közelebb fog állni a megépülő szerkezet támasza. Vannak arra irányuló kísérletek, hogy hogyan tudjuk pontosan meghatározni, hogy mennyire képes befogásként működni egy befogás vagy éppen csuklóként egy csukló viszont ezek viszonylag bonyolultabb számításokat igényelnek így a gyakorlatban csak ritkán vesszük őket figyelembe.

3. ALAKVÁLTOZÁSOK MEGHATÁROZÁSA

Az egyetemi tanulmányok kezdetén, illetve a bizonyos szerkezeték méretezésénél előfordul, hogy nem számolunk az alakváltozásokkal és azokat elhanyagoljuk, viszont ehhez nem árt ismernünk, hogy tényleg elhanyagolható méretű-e az alakváltozás. Különböző a számítások és levezetett egyenletek összesége hiábavaló volt mert azok kiindulási értékei alapján véve megkérdőjelezhetők. Az alakváltozások nem csak amiatt fontosak, mert nem szeretünk olyan térben lenni, ahol látványosan lehajlik egy gerenda, hanem egy összetett szerkezet vizsgálatánál is igencsak nagy jelentőségük van, amikor szóba kerül a merevség fogalma. Tekintve, hogy a merevségeket általánosságban véve a vizsgált tartó különböző eltolódásának, elfordulásának, lehajlásának, vagyis egyszóval alakváltozásának a reciprokaként definiáljuk. Általában egy szerkezetre nagyobb hajlítási alakváltozás hat, mint nyírási alakváltozás. Az elmozdulásokat, eltolódásokat y -nal szoktuk jelölni, míg a szögelfordulásokat ϕ -vel szoktuk jelölni. Az eltolódás nem más, mint amikor kiválasztunk a rúd tengelyén egy pontot és lemérjük a pont eredeti helye és az elmozdult helyzetének a távolságát. Amennyiben a tartó vízszintesen helyezkedik el lehajlásnak nevezzük az eltolódást. A ϕ értékét az a szög adja meg amelyet a kezdeti kiindulási sík és az elfordul keresztmetszet síkja zár be. A szögelfordulások mérésére százalékot és/vagy radiánt szoktak használni az elmozdulásokat viszont centiméterben vagy milliméterben határozzák meg. [6]

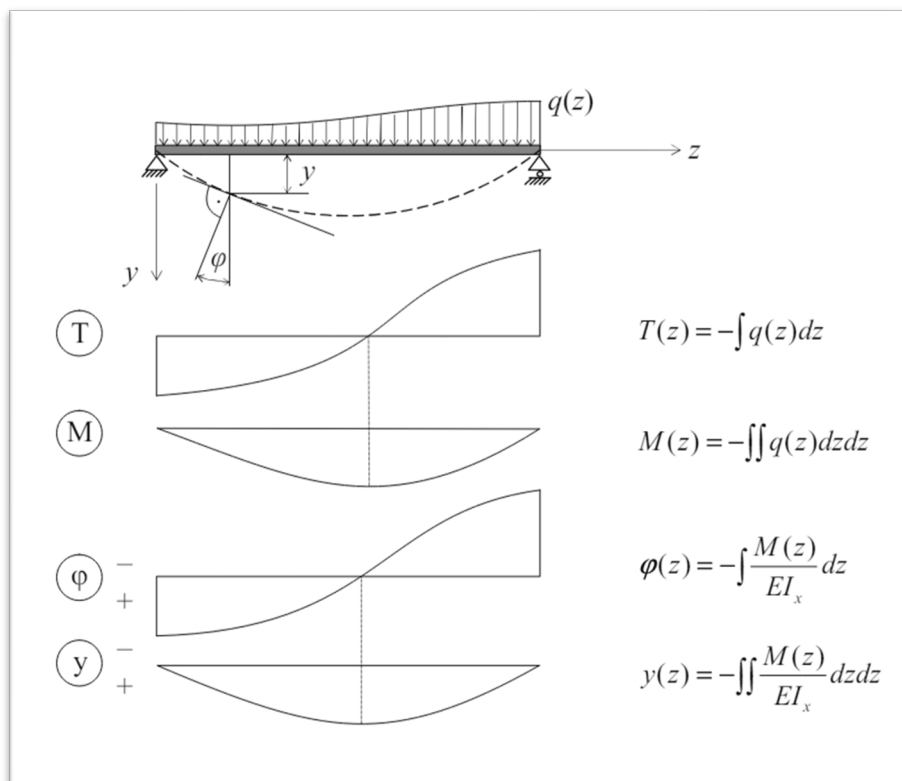
Az évek során több különböző módszert találtak ki és alkottak meg a tudósok és kutatók arra, hogy hogyan lehet egy-egy alakváltozást megmérni vagy kiszámolni. Ismerünk több kézi számításos példát, valamint modern számítógépes szoftverek segítségével is ki tudjuk már ezeket számolni. Ugyan akkor különböző modellekkel is lehet kísérletezgetni és a modern színtező és egyéb műszerekkel le tudjuk olvasni az elmozdulásokat és elfordulásokat.

3.1. Alakváltozás számítás kézimódszerekkel

Három módszert ismerünk az alakváltozások meghatározásához a Mohr-módszert, a munkatételek módszerét, illetve rugalmas vonal differenciálegyenletek felírásával is ki lehet számolni az alakváltozásokat. A következőkben ezt a három módszert fogom részletesebben is ismertetni. [6]

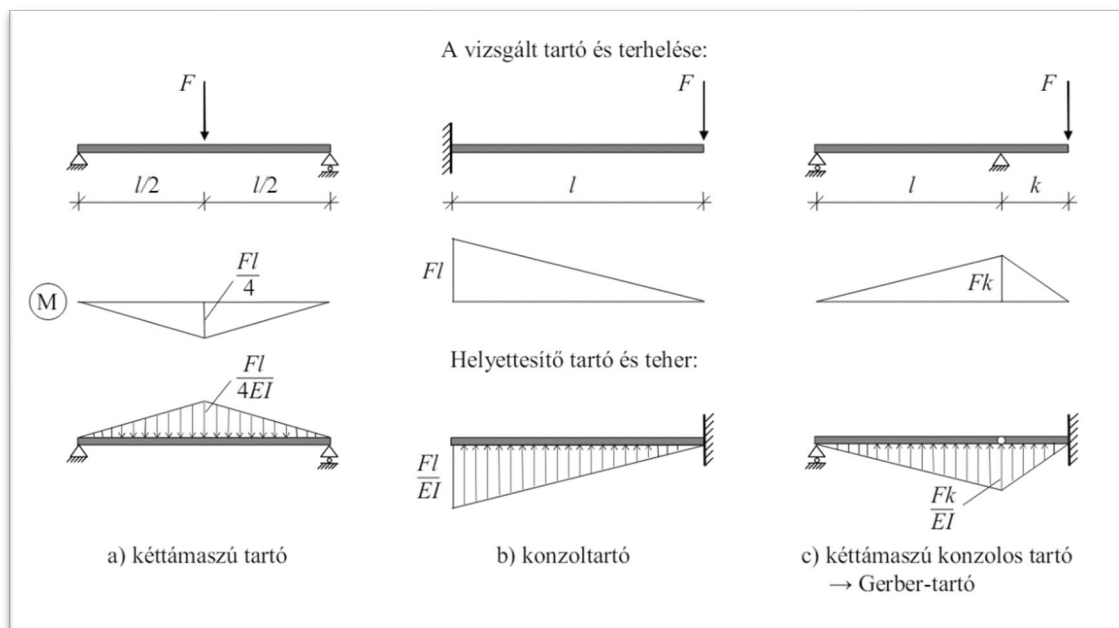
3.1.1. Alakváltozások meghatározása Mohr-módszerrel

Otto Mohr 1868-ban ismertette a két tételét melyet Mohr I. és II. tételeként ismerünk. Ezen az eljárások segítségével a hajlított tartók elmozdulását és elfordulását tudjuk meghatározni. Egy-egy tartó számításánál megfigyelhetjük, hogy a nyomaték és a nyíróerő között kapcsolat van és függenek egymástól. De nem csak a nyíróerő és a nyomaték között van kapcsolat, hanem az elmozdulás és az elfordulás között is. Ez a kapcsolat legjobban a belsőerő ábráknál figyelhető meg. Ha a nyíróerő ábra lineáris úgy mond elsőfokú függvény akkor a nyomatéki ábra másodfokú, az alakváltozási ábra harmadfokú az elfordulási pedig negyedfokú. Vagyis négyzetesen növekszenek. Ebből következik, hogy a nyomaték és a nyíróerő közvetlen a teherből meghatározható míg, ha a meggömbült tengelyvonalra egyszer majd még egyszer differenciál egyenletet írunk fel akkor az elmozdulásra, illetve az elfordulásra kapunk egy összefüggést. Ha a helyes összefüggéseket választjuk ki ($T \rightarrow \phi$ és $M \rightarrow y$) akkor azt tapasztaljuk, hogy ha az $M/E \cdot I_x$ egyenlet megoldását tekintjük tehernek az elfordulást, valamint az elmozdulások értékét ugyanúgy kell kiszámítanunk, mint a nyomaték vagy nyíróerő esetében. Helyettesítő teherként vagy redukált nyomatékként is szoktak az $M/E \cdot I_x$ mennyiségére hivatkozni. Ez az analógia természetesen csak akkor helyes és teljes, ha a peremfeltételek teljesen megegyeznek. [6]



7. ábra Összefüggések a teher a nyíróerő, nyomatéki, elfordulási és elmozdulási belsőerő ábrák között [6]

A peremfeltételek teljesülése például akkor következik be mikor egy kéttámaszú csuklós tartót vizsgálunk, ahol a nyomatékok és az eltolódások értékei is nulla értékkel rendelkeznek a támaszoknál. Ilyen esetben a számítást az eredeti tartón végezzük el. Ha a tartónk mondjuk konzolos akkor a peremfeltételek úgymond fordítottak. A nyomatéki ábra a tartó szabadvégén lesz nulla. Így a számításnál egy fordított tartót kell alkalmaznunk. Ennek a tartónak a szabad vége az eredeti tartónk támaszánál van. Kéttámaszú viszont konzolos tartóknál meg az előző két módszer kombinációjából kapjuk meg a megfelelő helyettesítő tartónkat. [6]



8. ábra A helyettesítő tartó és a teher elhelyezkedése [6]

Ezek alapján a módszer lényege 3 lépésből áll. Az első lépésnél egy helyettesítő tartót hozunk létre. Második lépésben az eredeti tartó nyomaték ábrájából $E \cdot I$ -vel redukált nyomatékábráját helyettesítő teherként az első lépésben legenerált helyettesítő tartóra helyezzük el. Utolsó lépésként pedig meghatározzuk az így keletkezett tartó nyíróerőit és nyomatékait és ezek megegyeznek az eredeti tartó elmozdulási és elfordulási értékeivel. [6]

$$\varphi_{\max} = \varphi_A = -\varphi_B = \frac{\frac{Fl}{4EI} \cdot \frac{l}{2}}{2} = \frac{Fl^2}{16EI}$$

$$y_{\max} = \varphi_A \cdot \frac{l}{2} - \vartheta_1 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{Fl^2}{16EI} \cdot \frac{l}{2} - \frac{Fl^2}{16EI} \cdot \frac{l}{6} = \frac{Fl^3}{48EI}$$

9. ábra Az elfordulás és az eltolódás egyenlete egy kéttámaszú csuklós tartóra melyen tartóközépen egy F koncentrált erő hat [6]

3.1.2. Alakváltozások meghatározása munkatétellel

A gyakorlatban történő számítások során rendkívül nagy energia befektetést igényelne, ha a meggörbült tengelyvonal differenciálegyenletét kellene mindig felírunk majd megoldanunk. Ráadásul általában véve nincs is szükségünk a teljes szögelfordulás és

eltolódás függvényekre. Mivel többnyire csak a maximumokat keressük, és a számítások során is ezeket ellenőrizzük le, hogy megfelelnek-e az előírásainknak. A fentebiekben ismertetett Mohr-módszer tökéletesen alkalmazható kéttámaszú tartók és konzoltartók esetében viszont bonyolultabb többtámaszú tartók esetében ez a módszer rendkívül nehézé válhat mivel a helyettesítő tartók is bonyolultabbá válnak. Ezért többnyire a gyakorlatban a munkatétellel szoktunk elfordulásokat és elmozdulásokat számolni. Ez a módszer az energia-megmaradás elvét használja, valamint a belső és külső munka megegyezésére épül. Ennek a módszernek az elméleti háttere rendkívül szerte ágazó és hosszadalmas így én most csak a gyakorlati alkalmazásáról fogok részletesebben írni. Ehhez a módszerhez elengedhetetlen az E mint a tartó anyagának a rugalmassági modulusának valamint az I mint a vizsgált keresztmetszet inercia nyomatékának ismerete. A rúd elfordulását egy általunk kiválasztott tetszőleges pontban a 10. ábrán látható képlettel tudjuk kiszámítani. Melynél az $M_p(z)$ a külsőerőből keletkező nyomaték értéke, az $M_{Q,\phi}(z)$ pedig a vizsgált helyre beillesztett képzeletbeli egységnyi mértékegység nélküli nyomaték értéke. [6]

$$\phi = \frac{1}{EI} \int_0^l M_p(z) M_{Q,\phi}(z) dz$$

10. ábra Az elfordulás értékének meghatározása munkatétel alkalmazásánál [6]

Egy adott pontban történő eltolódást meg a 11. ábrán szereplő képlettel lehet megoldani. Ahol az $M_p(z)$ hasonlóan mint az elfordulásnál a külsőerők hatására keletkezett nyomaték értéke, míg az $M_{Q,\phi}(z)$ ugyan úgy a kívánt pontban történő vizsgálat során elhelyezett egységnyi feltételezett erőből keletkezett nyomaték értéke, az elképzelt erőnek nincsen dimenziója. [6]

$$y = \frac{1}{EI} \int_0^l M_p(z) M_{Q,y}(z) dz$$

11. ábra Az elmozdulás értékének meghatározása munkatétel alkalmazásánál [6]

A 10. és 11. ábrán látható integrálok túlnyomó részt leegyszerűsíthetőek így csak súlypont számításokat, valamint területszámításokat kell elvégeznünk. Ahhoz, hogy megállapíthassuk, hogy elegendőek csak ezek az egyszerűbb megoldások három szabályszerűséget ismerünk. [6]

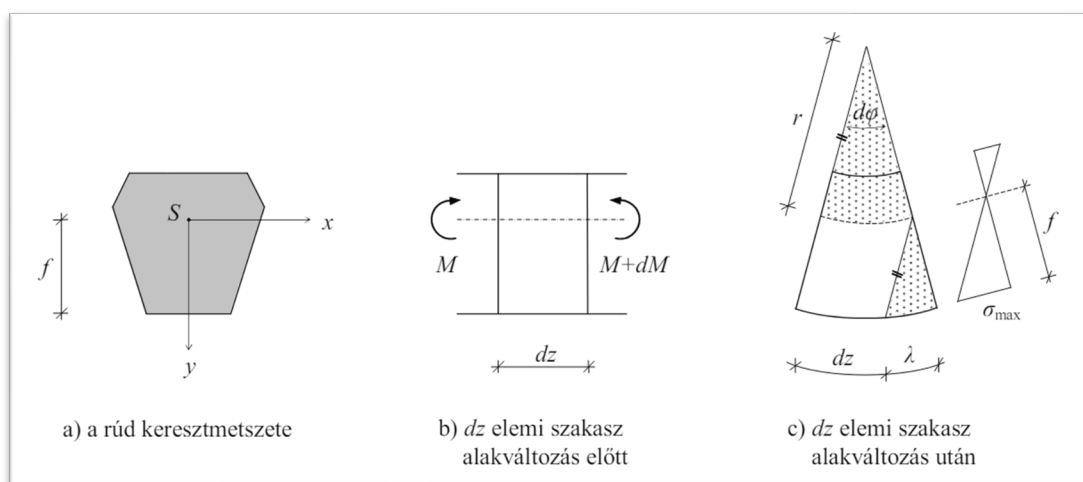
- Mind a kettő nyomatéki ábra lineáris. Egy nyomatéki ábrát akkor nevezünk lineárisnak, ha annak iránytényezője a tartó teljes hosszán megegyezik. Ilyen esetekben fogjuk az egyik ábra területét és beszorozzuk a másik ábra súlypontjának vonalában lévő függvényértékkel.
- Ha az egyik nyomatéki ábra lineáris míg a másik nem lineáris akkor mindenféleképpen a nemlineáris ábra területét kell kiszámolni majd ezt beszorozni a lineáris ábra azon ordinátájával amelyik a nem lineáris ábra súlyponti vonalával egybe esik.
- Olyan esetekben mikor egyik nyomatéki ábra sem lineáris de minimum az egyik lineáris szakaszokra osztható fel akkor az egészet lineáris szakaszokra osztjuk fel és az előbbi két pontban ismertetettek alapján végezzük el a terület számításokat illetve a súlypontok meghatározását.

Az utolsó pontban említettek alapján kell akkor is eljárni, ha az egyik nyomatékfüggvény a előjelet vált. Ilyenkor a szakaszolás célja, hogy ne maradjon olyan szakasz rész amelyen belül a nyomatéki ábra előjelet vált. Olyan tartóknál, ahol egyszerre több jellegű teher is éri a szerkezetet vagyis összetett terhelés éri ott célszerű az egyes terheket külön terhelési esetekre bontani. Ilyenkor a tartó végleges elmozdulását a szétszedett terhelési esetek összege adja meg. Mivel az elmozdulás iránya általában előre megállapítható így az egységnyi erőt, nyomatékot célszerű úgy beállítani, hogy az egyezzen az elmozdulás irányával. Ha nem tudjuk eldönteni előre akkor sokkal szigorúbban kell néznünk a területi ordináták előjeleit. [6]

3.1.3. Alakváltozások meghatározása differenciálegyenletekkel

A legbonyolultabb, legkomplikáltabb módszer az alakváltozások meghatározásához nem más, mint a tartó meggörbült tengelyének differenciálegyenletével történő számítás. Viszont az elmélete igencsak fontos. Gyakorlati szempontból is hasznos lehet mivel az egyszerűbb tartóknál zárt képleteket lehet levezetni ezzel a módszerrel. Ezek a képletek

pedig lehetővé teszik a tartó gyors, egyszerű és azonnali vizsgálatát. Az első feladatunk, hogy meghatározzuk a meggömbült tartó tengelyvonalát. A tartónk keresztmetszetének inerciája legyen I_x , a húzott szélsőszál távolsága a súlyponttól pedig f . Ahhoz, hogy ezt meghatározzuk összefüggéseket kell keresnünk a nyomatéki ábrák és a tartó alakváltozása között. A tartóra ható nyomaték miatt keletkezett húzott és nyomott öv alakul ki. Ebből adódóan a tartónk meg fog görbülni és függőlegesen el fognak tolódni az egyes pontok.



12. ábra Egy hajlított tartó alakváltozása [6]

Amennyiben feltételezzük, hogy a tartónk rugalmasan viselkedik és érvényben van a Hooke-törvény: $\sigma = E \cdot \epsilon$. Akkor az ϵ helyére a 12. ábrán látható módon behelyettesíthető az $\epsilon = \frac{\lambda}{dz}$ összefüggés. Ezt a fajlagos megnyúlást pedig a normál feszültség okozza az f szélsőszál távolságban. $\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot f$ és ha ezt pedig behelyettesítjük akkor az alábbi összefüggést fogjuk eredményül kapni.

$$\sigma = \frac{M}{I_x} \cdot f = E \cdot \epsilon = E \cdot \frac{\lambda}{dz}$$

Ezt követően a mérnöki számításokban úgynevezett simuló köröket használunk melyek segítségével közelítjük a meggömbült tengelyünket. A simuló kör sugarának meghatározásához egy matematikai képlet segít nekünk. Miután figyelembe vettünk minden szempontot és azt is, hogy a görbénk melyik része negatív egy

differenciálegyenletet írunk fel rá. Amely egy hiányos másodrendű differenciálegyenlet lesz így ezt kétszeres integrálással kell megoldani. [6]

3.2. Alakváltozás számítása számítógépes szoftverekkel

Manapság a legelterjedtebb statikai számítási módszer a számítógépes szoftverek alkalmazása. A legtöbb szoftverünk, amellyel számításokat tudunk végezni a véges elemes módszereken alapuló szoftverek. Ilyen szoftverek közé tartozik például az Axis VM is.

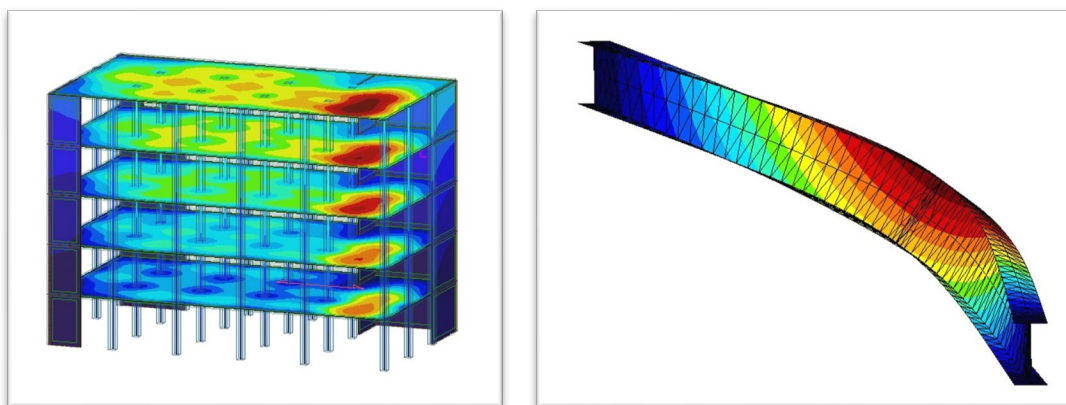
A legelterjedtebb végeselemesprogramok nagyobb részben a mozgásmódszeren alapuló végeselem-módszert használják. Ennek a lényege nem más mint, hogy a bevitt szerkezetet elemeire bontjuk. Ezután elemenként feltételezzük a lehetséges kinematikai elmozdulásmezőket a program által felvett függvényekkel. A program ez után peremfeltételek felhasználásával, valamint geometriai és anyagegyenletek megléte mellett algebrai egyenletrendszereket ír fel. Amelynek megoldása egy közelítő elmozdulásmező lesz. Az elmozdulásmezőből pedig feszültségimezőt számít, amelyre az egyensúlyi egyenletek írjuk fel. Általában ehhez a módszerhez az egyszerűség miatt nem tenzorokat hanem vektorokat alkalmaznak. Fontos, hogy az anyag, illetve geometriaegyenletekre vektoros formában kell megadni a programnak. [7]

Csomópontokra illesztett polinomokkal közelítjük az elmozdulásmező elemeit. Ezek illeszkednek a csomópontokon keresztül és az egymáshoz képest tekintett elmozdulásmezőik segítségével lesznek az egész testre folytonos függvényként felírhatóak. [7]

A végeselemeken alapuló programok döntő többsége úgy működik, hogy létre hoz egy végeselem hálót, amellyel felbontja az adott szerkezetet elemeire és ezekre számol az előbbiekben nagy vonalakban részletezett módon alakváltozásokat. Majd az alakváltozásokból számol vissza igénybevételeket. Pont a kézi módszereinkkel ellentétben, ahol is az igénybevételekből számítunk alakváltozásokat. Ezek a szoftverek rengeteg matematikai egyenlet megoldására alkalmasak viszonylag rövid időn belül. Ezért is lettek nagyon elterjedtek a minden napi használatban. Sokkal pontosabbak és gyorsabbak mintha hagyományos módszerekkel számolnánk. Viszont nem árt, ha egy részt kézzel is közelítőleg kiszámolunk ugyanis a program azt számolja, amit

megadunk neki adatot, de előfordulhat, hogy rosszul adtunk meg valamit vagy nem úgy ahogy azt program értelmezi. Így fontos, hogy lehetőség szerint mindig ellenőrizzük a program által elvégzett számításokat.

Ezeknek a programoknak a széleskörű elterjedéséhez az is hozzá járult, hogy nem csak számításokat végeznek, hanem vizuálisan is megjelenítik a végeredményeket melyeket ki is színeznek és a méretarányukat is lehet tetszés szerint változtatni, így látványos végeredményeket kapunk és már ránézésre meg tudjuk mondani, hol keletkezik a legnagyobb igénybevétel a szerkezetünkben. Valamint abban is segítenek, hogy lássuk ha valamit nagyon elszámolt a program és az adott szerkezetnek nem úgy kéne viselkednie.



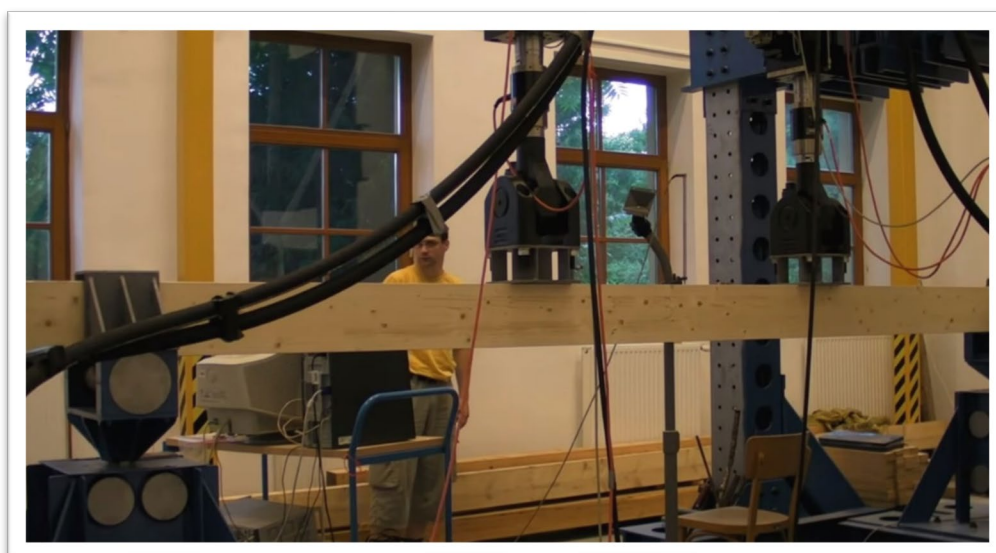
13. ábra Minták a végeselemes programok által létrehozott eredményekről [9]

3.3 Fizikai modellekkel történő meghatározás

A fizikai modelleken történő vizsgálatokhoz először is egy modell megépítésére lesz szükségünk, amihez el kell döntenünk, hogy mekkorában akarjuk és tudjuk megépíteni. Lehetséges 1:1 -es méretarányában történő modellezés is de nagyobb összetettebb szerkezeteknél ez a módszer nem túl gazdaságos, így más méretarányban építik meg a szükséges szerkezeteket. Ennél a módszernél kifejezetten fontos, hogy ugyan olyan tulajdonsággal bíró anyagokból építsük meg a modellt, mint a majd leendő épületet tervezzük megépíteni. Amennyiben a valóságban is megépülő szerkezet modellét készítjük el, hanem csak egy kísérletet szeretnénk elvégezni, ahhoz is rendkívül fontos a felhasznált anyagok tulajdonságainak pontos ismerete. Lényegében véve miután meg vannak az anyag minőségek és megépítettük a kívánt szerkezetet, már csak egy

szintezőműszerre vagy más mérőműszerre van szükségünk és el is kezdhetjük a szerkezet terhelését. Attól függően, hogy milyen hatásra akarjuk megvizsgálni az alakváltozását több módszert is használhatunk a terheléshez. Rakhatunk a szerkezet tetejére is súlyokat, illetve az aljára is felfüggeszthetjük azokat amennyiben van elegendő hely a tartónk alatt.

Alapjáraton véve ez az egyik legrégebbi és legpontosabb módszerünk is. Viszont igencsak költséges lenne, ha minden egyes épület tervezésekor valós szerkezetek kicsinyített mását építenénk meg és ezeken kísérleteznénk, így ezt a módszert csak kifejezetten bonyolult és egyedi szerkezeteknél szokták igénybe venni, valamint különböző kutatások során, melyeknél több mérést is elvégeznek, az esetleges hibák kiszűrése érdekében és a minél pontosabb eredmények elérésének érdekében.



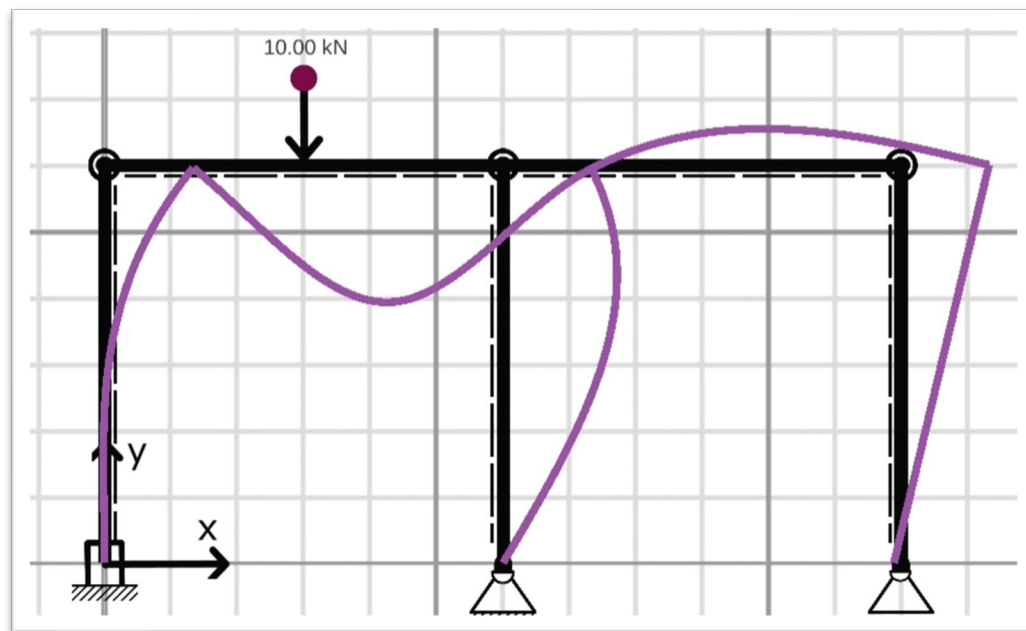
14. ábra Fagerenda terhelése laboratóriumi környezetben [8]

4. ALAKVÁLTOZÁSI KÜLÖNBΣÉGEK A MEGTÁMASZTÁSI VISZONYOK FÜGGVÉNYÉBEN

A szakdolgozatomban én azzal foglalkozom, hogy miként befolyásolja egy-egy megtámasztási viszony megváltoztatása ugyan azt a szerkezetet. Ehhez viszont előbb azt kell bizonyítanom, hogy nem csak attól függ, az alakváltozás, hogy hogyan támasztom meg a tartószerkezetet, hanem az is, hogy milyen típusú erő éri. Éppen ezért én többféle képen is megvizsgáltam a felvett keret állásaimat. A lehető legegységértelműbb és legtisztább

módszereket vettem ki, hogy tényleg látszódjon az, amit vizsgálunk. Így én koncentrált statikus erőket vettem figyelembe a számítások során. Valamint elhanyagoltam a tartók Önsúlyát és az abból következő esetleges kezdeti alakváltozásokat. A legegyszerűbb kéttámaszú statikailag határozott kerettől kezdtem el a számításokat egészen a már többszörösen is határozatlan három állású nem kilendülő keretekig. Fontosnak tartottam, hogy minél egyértelműbbek legyenek a változások viszont egyszerre mindig csak egy dolgot módosítottam, hogy könnyen összehasonlíthatóak legyenek az ábrák.

A befogott tartók esetében a befogás nem engedi a rúd szögelfordulását a megtámasztásnál emiatt a kihajlási hossza is kisebb lesz a tartónak, mint egy csuklós megtámasztás esetében. A fix csuklós megtámasztási viszonyok viszont már megengedik a tartónak a szögelfordulást ennek eredményeképpen pedig nagyobb lesz a kihajlási hossza is. A görgős csuklók viszont nem tudnak felvenni oldalirányú erőt csak függőlegeset, aminek eredményeként ezek a támaszok arrébb tolódnak amikor terhelés éri őket.



15. ábra Megtámasztási típusok különböző alakváltozásai

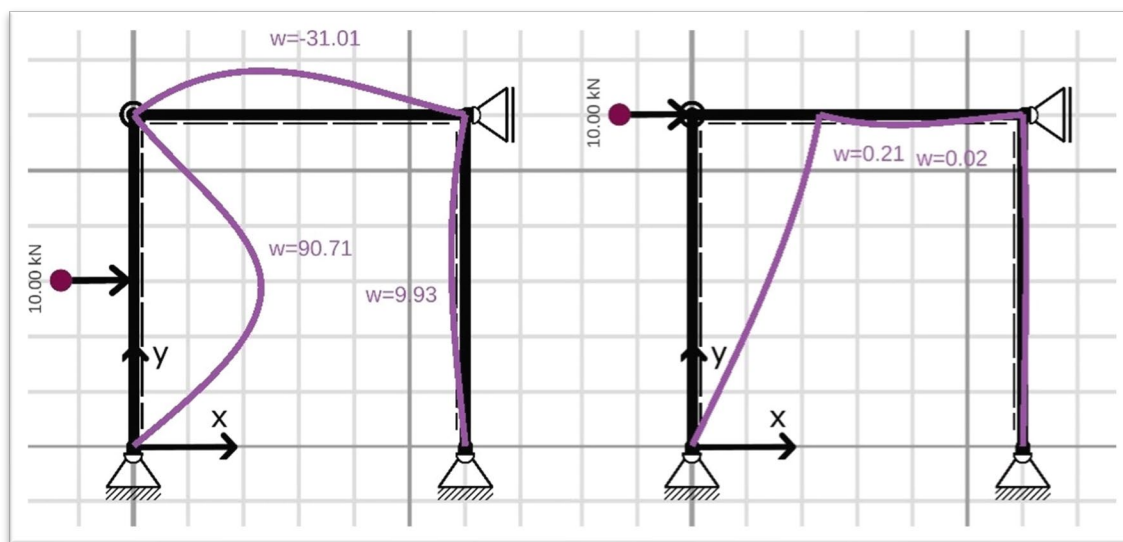
A 15. ábrán jól látszik, hogy milyen alakváltozása van egy szerkezetnek egy befogás, fix- vagy éppen görgős csukló esetén. Az első támasznál befogás van és látszik a képen, hogy a támaszhoz közelebbi részen nincs nagy elmozdulás, ami a szögelfordulás

megakadályozása miatt lerövidült kihajlási hossz eredménye. Ezzel szemben a második támasz egy fix csuklóval van ellátva. Itt már megfigyelhetjük már a támasznál kialakult szögelfordulást és ezzel együtt egy sokkal nagyobb alakváltozást a rúd hosszán. Az utolsó támasznál pedig egy görgős támasz van, amely csak függőleges erőt tud felvenni így a nem közvetlen a támasz felett ható függőleges erőből keletkező oldal irányú igénybevétel hatására arrébb tolódik, viszont a rúd nem hajlik ki mert a támasz kitér az erő irányából.

5. A KÉZI SZÁMÍTÁS ÉS A SZÁMÍTÓGÉPES SZOFTVER ADATAI

A szakdolgozatomhoz én is végeztem számításokat, több módszerrel is. Többek között készítettem kézi számításokat (Lásd: 1. és 2. melléklet) valamint az Axis VM végeselemes program segítségével is kiszámoltam ugyan azon tartók igénybevételeit és elmozdulásait. (Lásd 3. és 4. melléklet) Ezeken kívül fizikai 3D modelleket is alkalmaztam (Lásd 5. melléklet), hogy minél látványosabban meg tudjam mutatni egy-egy statikai tartó elmozdulásait bizonyos erőhatásokra. Annak érdekében, hogy minél láthatóbb legyen a különbség az elmozdulási alakok között így csak sima egyszerű koncentrált erőkre végeztem el a számításokat, hogy az egyéb kölcsönhatások ne zavarjanak bele az ábrákba. Alapvetően kettő és támaszú kereteket vettem alapul. A rúd hosszúságokat 6 méterre vettem fel mind az oszlopok mind a gerendák részéről. Számítottam kilendülő és nem kilendülő kereteket is. Ahhoz, hogy pontosan meg tudjam határozni egy-egy tartónak a lehajlásait vagy eltolódásait esetleg szögelfordulásait, meg kellett adnom a tartó anyagát, illetve keresztmetszetét, én egy S235 minőségű 90x90x4 mm-es melegem hengerelt, négyzet alakú zártszelvényt választottam ki. A továbbiak során az összes keretem, amit számoltam ugyanezekkel a paraméterekkel lett meghatározva és teheretekként csak a megtámasztási viszonyait változtattam meg. Háromféle megtámasztási típust használtam, görgős megtámasztást, fix csuklós megtámasztást, valamint befogást. Ezeket kombinálva számoltam a keretekre az alakváltozásokat. A tartókat kétféleképpen terheltem le, először egy 10 kN-os z-tengely irányú függőleges erővel, amely a gerenda közepén hatott, illetve a háromtámaszú keretek esetében az erő balról jobbra nézve lévő első gerendára raktam. A másik teher esetem egy szintén 10 kN-os erő volt viszont ez egy x-tengely irányú vízszintes erő volt mely az első keretoszlop közepén helyezkedik el. Azért ide raktam mert a nem kilendülő keretek esetében, ha a

vízszintes erőt az oszlop tetejére rakom nem keletkezne jelentősebb alakváltozás. (Lásd 16. ábra)



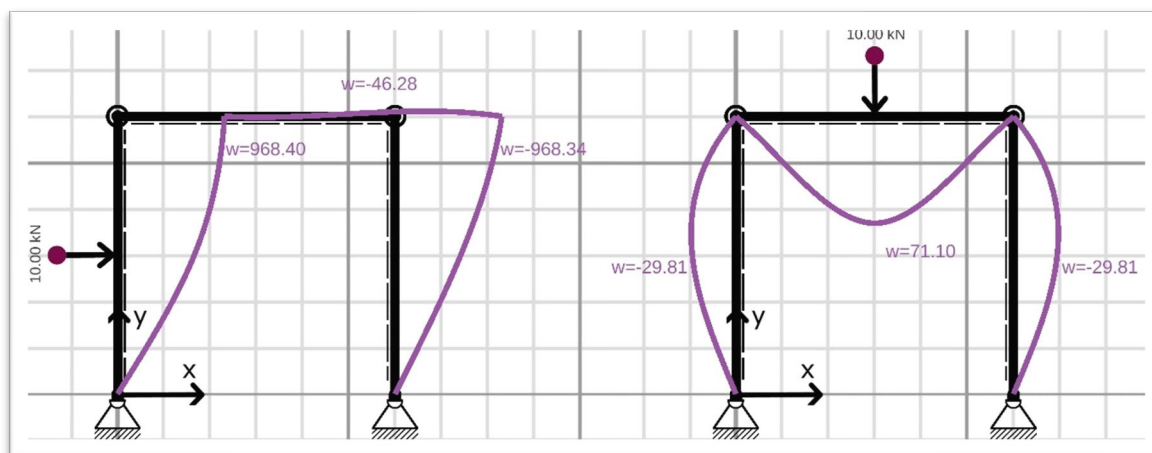
16. ábra Az alakváltozások szemléltetése, a vízszintes erő helyzetétől függően

5.1. A kézi számítás eredményei

A kézi számításaim során többféle keretet is kiszámoltam viszont nem az összes variációban, a tartók egy részét már csak az Axis VM végeselemes program segítségével számoltam ki, illetve segítségül hívtam még egy programot, amely statikai számításokat tud elvégezni. Ez a program pedig a StatikTUGo néven fut és egy telefonra letölthető applikáció. A kézi számításhoz az alakhelyes elmozdulási görbéket ebből a programból kértem le, míg a számítási mellékletben látható belsőerő ábrákat egy számítógépes rajzprogramban szerkesztettem ki, alakhelyesen.

A kézi számításokat külön bontottam egymástól, hogy jobban elkülöníthetőek legyen a függőleges, illetve a vízszintes erő által előidézett alakváltozás. Mind a két erőnél ugyan azokat a tartókat számítottam ki kézzel, így akár egymáshoz képest is össze lehet hasonlítani, hogy milyen alakváltozást okoz ugyan arra a tartóra egy függőleges, illetve egy vízszintes erő. (Lásd 17. ábra) Kiszámoltam mind két esetben egy-egy kéttámaszú határozott kilendülő keretet, valamint több kéttámaszú viszont határozatlan nem kilendülő keretet is, meg egy háromtámaszú szintén nem kilendülő keretet is, amelynek 2 fix csuklós és egy görgős csuklós megtámasztása volt. A függőleges erőknél a gerenda

középső lehajlását számítottam ki a vízszintes erőknél pedig az oszlop oldalirányú elmozdulását az erő hatáspontjában.



17. ábra Vízszintes és függőleges erő által okozott alakváltozások ugyan arra a tartóra

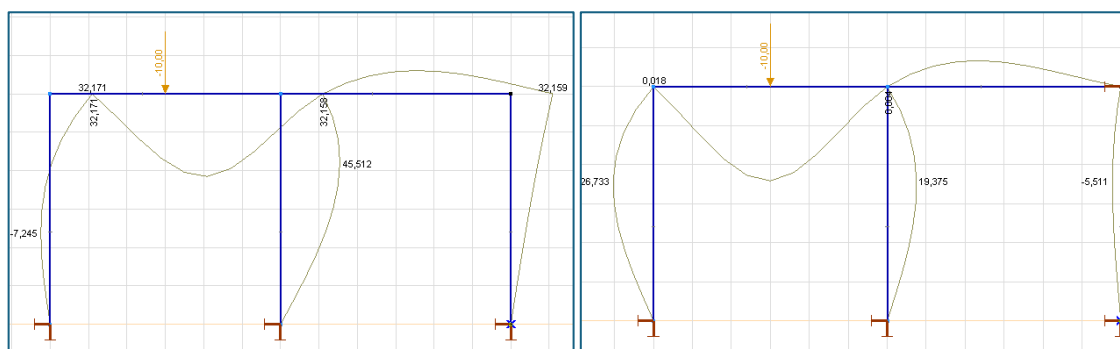
5.2. A szoftverből kinyert adatok értékei

A számítások és ábrák nagyobb részét az Axis VM segítségével számítottam ki. Ez egy végeleemes szoftver melyről a korábbi fejezetekben már tettem részletesebb említést. A számítások során ugyan azokat az adatokat vittem be a szoftverbe, mint amikkel a kézi számításokat elvégeztem. A kézi és a számítógépes számítás szimultán végeztem el a feladat közben, hogy könnyebben össze tudjam hasonlítani a kétféle számítás értékeit. Nem csak az alakváltozások értékeit vettem figyelembe, hanem a tartók belsőerőit is. Kiszámoltam kézzel is és meg is rajzoltam a belső erő ábrákat, valamint az Axis-ből is kinyertem ugyan ezeket a belső erő ábrákat, hogy egymáshoz tudjam őket viszonyítani. Tapasztalataim alapján csak minimális eltérések adódtak a kézi és a gépi számítás során. Így a további alakváltozási ábrákat már csak az Axis segítségével számoltam, illetve a StatikTUGo Programmal is készítettem kihajlási ábrákat.

A StatikTUGo egy okostelefonokra ingyenesen letölthető applikáció, melyben statikai modelleket lehet bevinni és a bevitt értékek alapján a program kiszámolja a tartók belsőerőit és akár csak az Axis meg is tudja rajzolni a belsőerő ábráit. Ezen kívül tud alakváltozásokat is számolni. Viszont nem számol annyiféle alakváltozást mint az Axis, illetve nem tud szögelfordulást sem számítani. A rúd elemeknek be lehet állítani az inercianyomtékat, a keresztmetszet területét, valamint a rugalmassági modulusát. Ez által

elég pontosan tud számolni alakváltozást ez a program is, de minimális eltérés itt is tapasztalható a végelelemes szoftver számításaihoz képest.

Az Axis VM-ből kinyert belsőerő ábrák és elmozdulási és elfordulási értékeket is két részletre bontottam akár csak a kézi számítást. Külön szedtem a függőleges és a vízszintes erőkkel történt számításokat. (Lásd 3. és 4. melléklet)



18. ábra Eredmények a szoftveres számításokból. Mind a két esetben három fix csuklóval történt a keret megtámasztása csak az elsőnél kilendülő keretről van szó míg a második képen egy nem kilendülő keret van

5.3. A fizikai modellel végzett kísérlet eredményei

A szakdolgozatom elején rengeteg időt töltöttem azzal, hogy megtaláljam a legideálisabb modell megoldást számomra. Rengeteg videó és egyéb tanulmányt néztem meg és több módszert, megoldást is figyelembe vettem a végleges döntés előtt. Az egyik legfontosabb tényező számomra az volt, hogy minél látványosabbak legyenek az alakváltozások. És lehetőség szerint egyszerűen tudjak különböző megtámasztásokat megmodellezni, és minél hatékonyabb legyen. Tekintve, hogy a lehető legtöbb szerkezeti variációt szerettem volna bemutatni, hogy minél szemléletesebb legyen. A hosszas kutakodás után találtam rá a Mola Structural Model készletre.

A Mola egy interaktív fizikai modell, amely az építészeti szerkezetek viselkedését utánozza le. A modell készlet olyan elemeket tartalmaz, amelyek által lehetővé válik a számtalan kombinációk létrehozása. A Mola készlet segítségével építhetsz különböző szerkezeti rendszereket, vizualizálhatod vele a mozgásokat és alakváltozásokat, valamint a szerkezetek együttes viselkedését mind ezt a saját kezeddal tapasztalva. A készlet elemei mágnesek segítségével kapcsolódik egymáshoz, ez általál biztosítva vannak az elemek

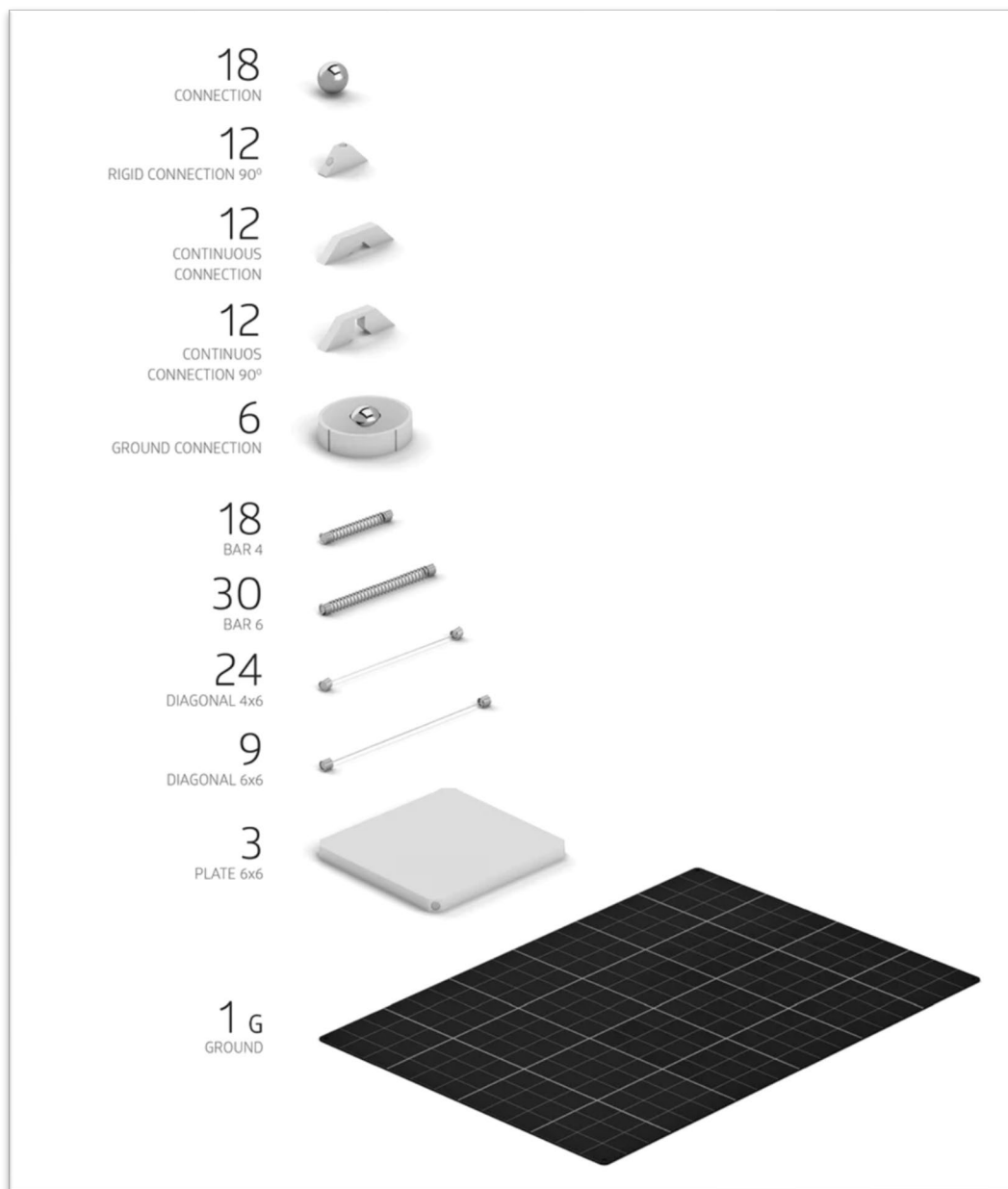
elmozdulásai és elfordulási lehetőségei amennyiben azokat szeretnénk szabadon hagyni. Természetesen van arra is lehetőségünk, hogy ezeket az alakváltozásokat legátoljuk ezzel megakadályozva egy-egy irányba történő elmozdulást. Tehát lehet a modellel különböző szabadsági fokokat is úgymond beállítani. [4]

Mivel ez a modellező készlet elsődlegesen szemléltetés céljából készült ezért ezeken a modelleken nem éri meg, pontos méréseket végezni. Viszont az elmozdulások alakhelyesen tökéletesen látszódnak a modelleken. (Lásd 5. melléklet)

A feladatom szerves részét nem képezte ugyan, de meg lehetett volna oldani, hogy bizonyos méréseket lehetett volna a modellel végezni, amennyiben mérek egy-egy rugó állandód a készlet minden olyan elemén, amit használtam, majd azokat átlagolom abban az esetben, ha nem egyeznének vagy akár külön-külön is figyelembe vehettem volna őket, így minden rúdnak más-más rugalmassági modulusa, illetve inerciája lehetett volna. Ezeket a mért adatokat utána be lehetett volna vinni az Axis VM programba, illetve a kézi számítás értékei közé is. Majd ezekkel módosítva elvégezni a számításokat. Aztán egy kis kampó segítségével a modellre függesztettem volna egy súlyt, amit lemérenék, hogy mekkora és a helyi függőleges gyorsulási tényezővel megszorozva erővé alakítanám. Így értelemszerűen ezzel az erővel számolnám tovább a tartókat. A modell alakváltozását egy szintező műszer segítségével lehetett volna megmérni és ezeket is összelehetett volna hasonlítani a kézi, illetve a számítógépes számításokkal. De jelen feladatban nekem ez nem volt kötelességem így nem végeztem el.

5.3.1. A modell alkotó elemei

Én a Mola Structural Kit 2 elnevezésű készletet vettem meg amely egy remek kezdő készlet építészek, mérnökök, tanárok, hallgatók és más érdeklődők számára, akik szeretnék felfedezni a valóság hű szerkezeti viselkedéseit a különböző szerkezeti egységeknek. A készlet 145 elemből, valamint egy portugál, illetve angol nyelvű kézikönyvből áll. A készlet elemeit lásd 19. ábra [4]



19. ábra Mola Structural Kit 2 elemei és megnevezésük [4]

A készlet tartalmaz kapcsolati elemeket melyek kis fém golyók, valamint mágneses műanyag borítású kiegészítőket melyen merev vagy éppen folytatólagos kapcsolatot lehet velük kiépíteni. Ezeken felül a főbb eleme még a készletnek két különböző méretű merevebb rugó, aminek mind a két része mágneses. Ezeket alkalmaztam a gerendák és oszlopok modellezéséhez. Mivel rugókból áll a készlet ezen része így az alakváltozások látványosan megfigyelhetők. A készlethez még tartozik 6 darab alaptámasz, amelyek egy-egy kör alakú kis elem melynek közepén ugyanolyan fém golyó helyezkedik el, mint

amilyenek a kapcsolatok kialakítására használhatóak. Valamint ezek a támasz elemek is mágnesesek és a készlethez járó fém alapra rögzíthetők. A pontos elhelyezést segíti, hogy mind az alapelemen található 4 kis bevágás, illetve, hogy az alaplemezen 1x1 cm-es négyzetháló figyelhető meg. Ezek mind hozzá járulnak ahhoz, hogy könnyebb legyen a megépíteni kívánt szerkezetek úgy, hogy lehetőleg ne keletkezzen plusz erőhatás abból, hogy túl közel esetleg túl távol vagy nem egy síkban helyezzük el az elemeket. Ezeken kívül még a készlet tartalmaz műanyag „fal” elemeket melyek segítségével akár a tárcsákat is lehet modellezni. A feladat során én ezeket nem használtam. Található még viszont benne két méretben is egy olyan elem, amely egy merev fémszál, amely két vége mágneses ezek tökéletesek az András Keresztek modellezéséhez is illetve más megtámasztásra is alkalmasak.

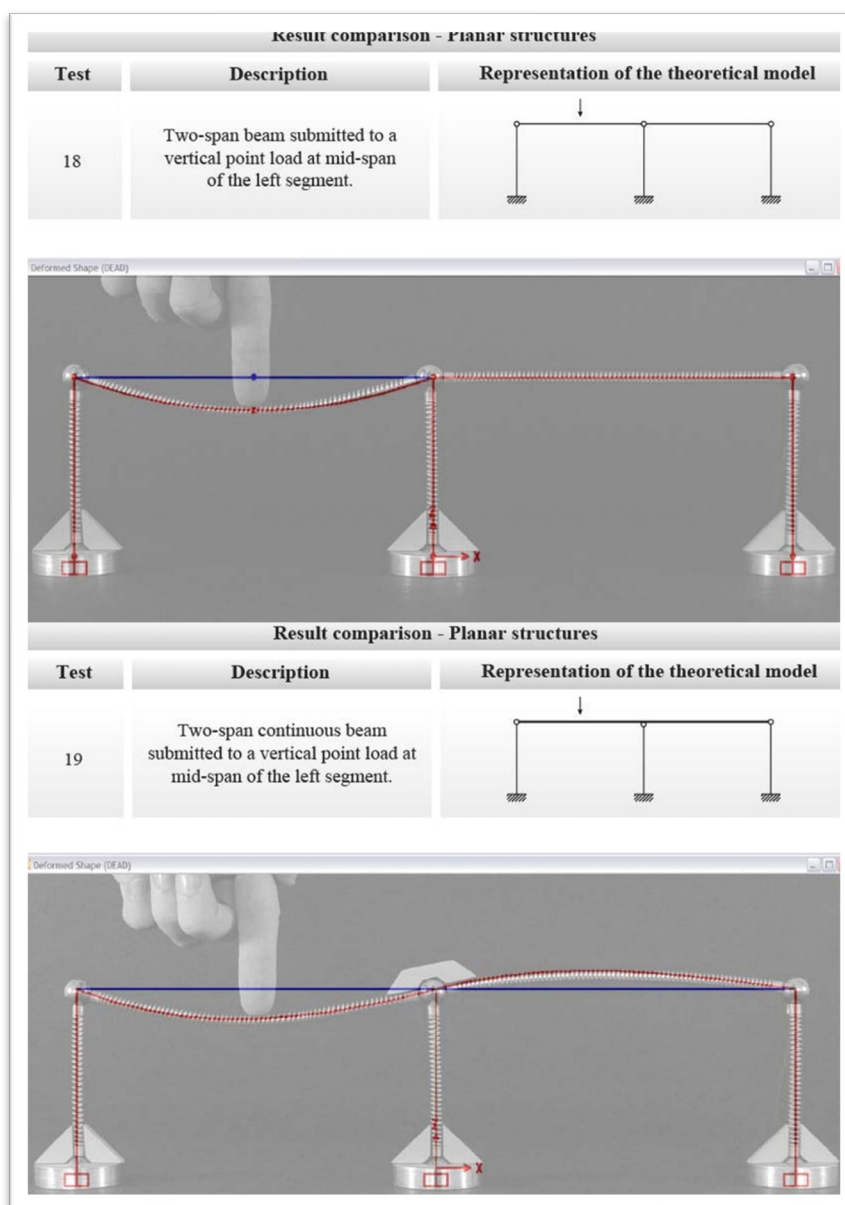
5.3.2. A szerkezetek kialakítása

Alapvetően, A tárcsákon kívül minden elemét közvetve vagy közvetetten felhasználtam a készletnek ahhoz, hogy megfelelően tudjam dokumentálni a megépített mini maketteket. Mivel a számításaimat minden részben csak is kizárólag síkban végeztem, így fontos volt, hogy megoldjam, hogy a modellem is síkon belül működjön és ne befolyásolja az alakváltozási alakokat az, hogy a tartó úgymond előre vagy hátra akar kihajolni. Erre, egy egyszerű megoldást használtam melyet a készlet megalkotói is leteszteltek, mégpedig azt, hogy a keretek hátra támasztottam a merev elemek és alapzatok segítségével. Lásd 21. ábra

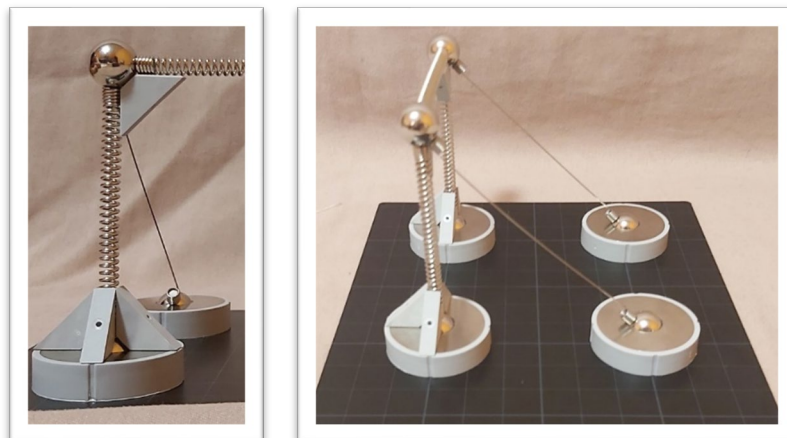
A különböző megtámasztásokat pedig a modell elemeivel oldottam meg, egész pontosan a kis 90° -os merev elemekkel lehet megoldani, melyek megakadályozzák, hogy a rudak ne tudjanak az adott irányba elfordulni. Három féle megtámasztást modelleztem meg a feladat során. Igyekeztem minél több és minél látványosabban megoldani az alakváltozásokat. A modell megépítésében segítségemre volt a cég által biztosított segédlet. Amely több oldalon át részletezi, a készlet elemeit azok funkcióját és pár példán keresztül be is mutatja annak működési elvét és hogy hogyan vehetjük figyelembe.

A három oszlopos tartók esetében használtam egy olyan elemet, amely segít átvinni az erőket a szerkezeten, így együtt működtetve az eredetileg külön álló rudakat. (Lásd 20. ábra) Ugyanis, ha ezt az elemet nem használom akkor máshogy kellene modelleznem a

tartókat. Viszont én úgy modelleztem a keretállásokat, hogy a két vízszintes rúd mereven kapcsolódik egymáshoz. Ezért is választottam ezt a megoldást a modellezéshez.



20. ábra A folytatólagos elem használatának hatása a modellre [5]



21. ábra A szerkezetek síkban történő megtámasztása

5.3.3. A felmerülő problémák és megoldásaik

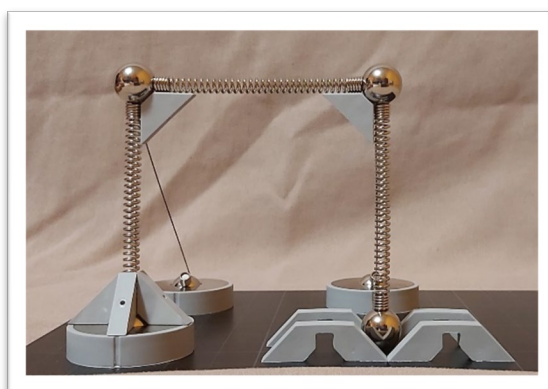
A feladatom egyik legfontosabb része az volt, hogy pontosan és jól meg tudjam építeni azokat a modelleket, amiket már előzőleg kézzel, illetve számítógépes szoftverekkel is kiszámoltam. Ehhez először is még a készlet beszerzése előtt rengetek az interneten fel lelhető videót néztem meg, hogy biztos legyek abban meg tudom oldani a kérdéses probléma kört ezzel a makettel. Miután sikerült megbizonyosodnom róla, hogy meg lehet oldani a feladatomban szereplő szerkezetek be is szereztem a készletet. Voltak olyan szerkezetek, amelyeket már előre fejben összeépítettem a látottak és olvasottak alapján viszont amikor már élesben kellett kialakítani a kívánt szerkezeteket akadtak problémáim, melyeket kisebb gondolkodás és némi kreativitás segítségével könnyen orvosolni tudtam.

Az egyik ilyen problémám volt, hogy hogyan oldjam meg a nem kilendülő kereteket. Tekintve, hogy ezekhez egy oldalsó támaszt kell valahogy építenem úgy, hogy az ne akadályozza a szélső oszlopok esetleges oldal irányú alakváltozását. Ezt úgy sikerült megoldani, hogy a készlet merev elemét használva egy fém oszlophoz rögzítettem így az oldal irányú támaszt meg tudtam oldani. Már csak arra kellett figyelnem, hogy ne rakjam se túl közel se túl messze a tartót, valamint, hogy síkban legyen az egész szerkezet. Szerencsére ez némi igazítás és állítgatás után sikerült is. Így a nem kilendülő keretek is meg tudtam építeni minden további probléma nélkül.



22. ábra Az oldalirányú megtámasztás szemléltetése

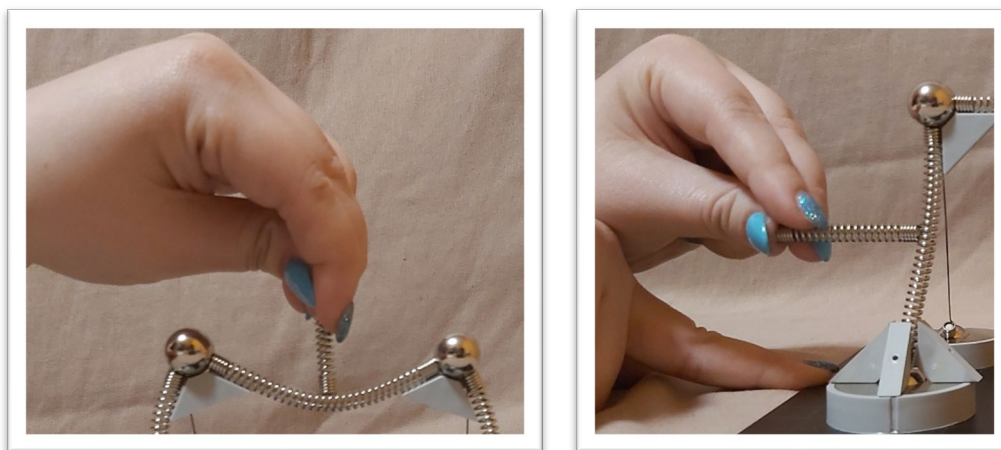
A másik problémám az volt, hogy én mind a kézi mind a szoftveres számításaim során számoltam görgős támaszokkal is és ezeket is szerettem volna valahogy megvalósítani, viszont ehhez nem volt elem a készletben így improvizálnom kellett. Először is kicseréltem a kérdéses rúd alatt a talapzatot egy sima golyóra, melyet kipróbáltam, hogy megáll-e Önmagában is vagy sem. Szerencsémre tökéletesen megállt a szerkezet. Viszont, ha megterheltem a rúd minden irányban is elment és nem csak oldal irányba, így végül azt találtam ki, hogy egy „sín pályát” alakítok ki a golyónak, ami megakadályozza, hogy előre-hátra mozogjon. Így már csak oldalra tudott elgurulni.



23. ábra A görgős támasz megoldása

Továbbá az is egy fontos kérdés volt, hogy hogyan terhelhetném meg a tartókat, hogy a lehető legszebb, leglátványosabb legpontosabb alakváltozásokat kaphassam meg. Kézenfekvő megoldásnak tűnt az ha az ujjammal fejtenék ki erőt a szerkezetre, viszont

ez nem volt a legstabilabb megoldás és egy részét ki is takarta volna a szerkezetnek, ezért más megoldás után kellett néznem. Némi ötletelés és gondolkodás után azt a megoldást választottam, hogy a készlethez tartozó kisebb rugószerű elemmel fogom megterhelni. Vagyis ráhelyeztem ezt az elemet a tartóra és ezt megfogva úgy, hogy maga a rúd ne tudjon kihajolni erőt fejtettem ki a szerkezetre. Ez azért is bizonyult jó megoldásnak mert az elem mágneses volt így hozzá „ragadt” a modell másik eleméhez így nem csúszott le a tartóról, mint az ujjam. valamint egyszerűbben tudtam meghatározni a rúdelem közepét is így mivel magától is ott maradt az elem, ha azt elengedtem.



24. ábra A tartók megterhelésének módjai

5.4. A három eredmény összehasonlítása

Az előbbi fejezetekben ismertetett számítások és eredményeik, valamint a fizikai modell alakjai lefedik egymást. A szoftverekből kapott eredmények és a kézisámítás eredményei minimális eltéréssel, de teljesen megegyeztek. Az esetleges pár tized milliméteres eltéréseket a számítási pontatlanságok és kerekítések okozták. A modellel megépített tartók is alakhelyesen megegyeztek a számított alakokkal. Így az eltérések egy-egy ábránál egyértelműen csak a statikai modell változtatása idézte elő. Ezek alapján pedig meg lehet figyelni, hogy mennyit változtat a szerkezet alakján az már csak az is, ha az egyik megtámasztás fix csukló helyett befogás lesz. Lásd 25. ábra



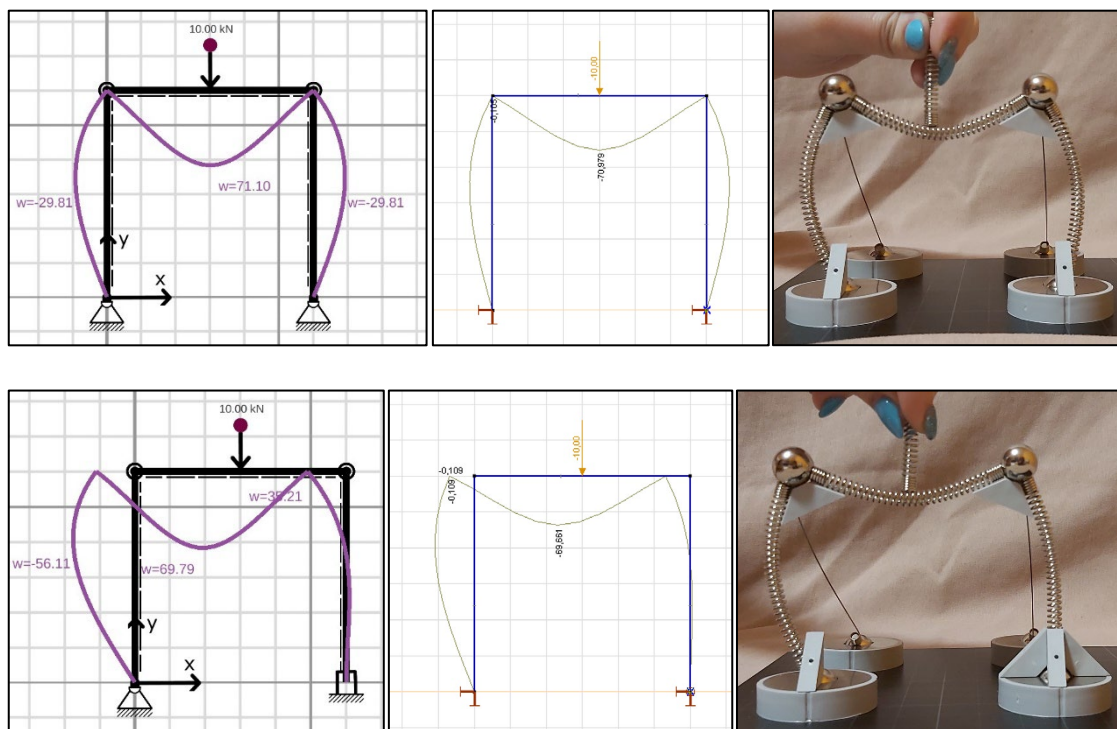
25. ábra Fix csuklós keret és fix csuklós és befogott keret alakváltozása

6. AZ EREDMÉNYEK ÖSSZEGZÉSE ÉS VÉGKÖVETKEZTETÉS

A feladatom során elvégeztem több olyan számítást melyekhez használtam kettő és három támaszú kilendülő és nem kilendülő kereteket használtam. A számítások közé tartoztak a tartókban ébredő erők nagyságának meghatározásai, valamint az ezekből ébredő igénybevételeknek a belsőerő ábráit is elkészítettem. Ezen számítások eredményei az 1. és 2. mellékletben találhatóak. A számítások során használtam egyensúlyi egyenleteket, határozatlan tartók esetében a cross-módszert alkalmaztam. Az elmozdulásokhoz pedig a munkatételt választottam, mellyel számoltam szögelfordulást, valamint vízszintes és függőleges eltolódásokat is. A munkatételhez szükségem volt különböző területszámítási egyenletekre, valamint súlypontszámításra is. Melyek egy részét geometriai szerkesztésekkel határoztam meg. Így több helyen is érintettem a feladatomban az egyetemen tanult anyagok felhasználását. A kézi számításokra ezen kívül elméleti síkon másik két módszert is bemutattam. Ezekhez pedig a szükséges alapfogalmakat is részleteztem a szakdolgozatom első felében. Ezen felül még két szoftverrel is számoltam alakváltozásokat. Az egyik a StatikToGo elnevezésű telefonos mobilapplikáció mely statikai modellek számítására alkalmas. Tud támaszerőket számolni, valamint alakhelyes belsőerő ábrákat ábrázol és alakváltozást is tud számolni pár főbb pontban, valamint alakváltozási ábrát is rajzol. Ehhez be lehet vinni a rúd elemekhez a rugalmasság modulust, az inerciát, valamint a keresztmetszeti felületet is. A másik program, amit használtam az az Axis VM végeselemes szoftver volt. Ennek eredményei a 3. és 4.

mellékletben láthatóak. Ebbe a programba már lényegesen több statikai tartó modellt vittem be és dokumentáltam ki, mint a kézi számítások során. De ezt csak azután csináltam miután meggyőződtem arról, hogy a kézi és gép számítások értékei nagyjából fedik egymást, így megállapíthattam, hogy elegendő csupán a szoftveres értékekre támaszkodnom a továbbiakban ahhoz, hogy következtetéseket vonhassak le a tartók alakváltozásairól. Ezek után a beszerzett Mola Structural Kit 2 elnevezésű modellező készletet használva az Axis szoftverben kiszámított tartókat meg is építettem és meg is terheltem, majd pedig az elmozdulási alakjaikat dokumentáltam. Ezeket az 5. mellékletben lehet látni sorrendbe rendezve és elnevezve.

Összeségében megállapítottam, hogy számíthatjuk hagyományos kézi módszerrel vagy a legmodernebb számítógépes szoftverrel akkor is ugyan azokat az eredményeket fogjuk kapni a szerkezetek vizsgálata során. A legfőbb befolyásoló tényező nem más lesz mint, a szerkezetünk statikai váza, melynek szerves részét képezi a megtámasztási viszonyok pontos meghatározása. Mivel óriási különbség keletkezik egy csuklós és egy befogott kialakítás között. Az alábbi ábrákon pedig látható, hogy mind a három vizsgált módszeremnél ugyan azokat az alakokat kaptam a számítások és a kísérlet során.



26. ábra A három eredmény összehasonlítása

Ezek miatt az eltérések miatt is egyértelműen látszik, hogy mennyit tud változtatni az, hogy milyen statikai vázzal veszünk fel egy adott szerkezetet és hogy hogyan építjük fel a statikai modelljét, ugyanis nem mindegy, hogy milyen alakváltozások keletkeznek a szerkezetben mivel azok befolyással vannak a szerkezet megfelelőségére ugyanis a túlzott alakváltozások komoly külpontosságot okoznak amelyek miatt, sokkal nagyobb igénybevételek keletkeznek a tartószerkezetekben ezzel pedig befolyásolják a teherbírását is. Ezért fontos figyelembe vennünk, hogy az adott csomópontot, hogyan lehet kivitelezni. Fontos észben tartanunk, hogy nem tudunk sem csuklót, sem tökéletes befogást kiépíteni a valóságban így a valós alakváltozási ábránk valahol a két kapott ábra és értékek közé fog esni. Azt tudjuk befolyásolni, hogy melyik ábrához legyen közelebb a megépített szerkezet.

7. Mellékletek

1. Melléklet – Kézi számítások függőleges erővel terhelt tartók esetén
2. Melléklet – Kézi számítások vízszintes erővel terhelt tartók esetén
3. Melléklet – Axis VM eredmények függőleges erő hatására
4. Melléklet – Axis VM eredmények vízszintes erő hatására
5. Melléklet – Mola Modellező készlettel modellezett tartók

1. Melléklet – Kézi számítások függőleges erővel terhelt tartók esetén

Két támaszú keret, 1 fix és egy görgős csuklóval, z tengely irányú erővel terhelve

$$F_{By} := F \cdot \frac{3 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 5 \text{ kN}$$

$$F_{Ay} := F - F_{By} = 5 \text{ kN}$$

$$M_I := F_{Ay} \cdot 3 \text{ m} = 15 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$F := 10 \text{ kN}$$

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

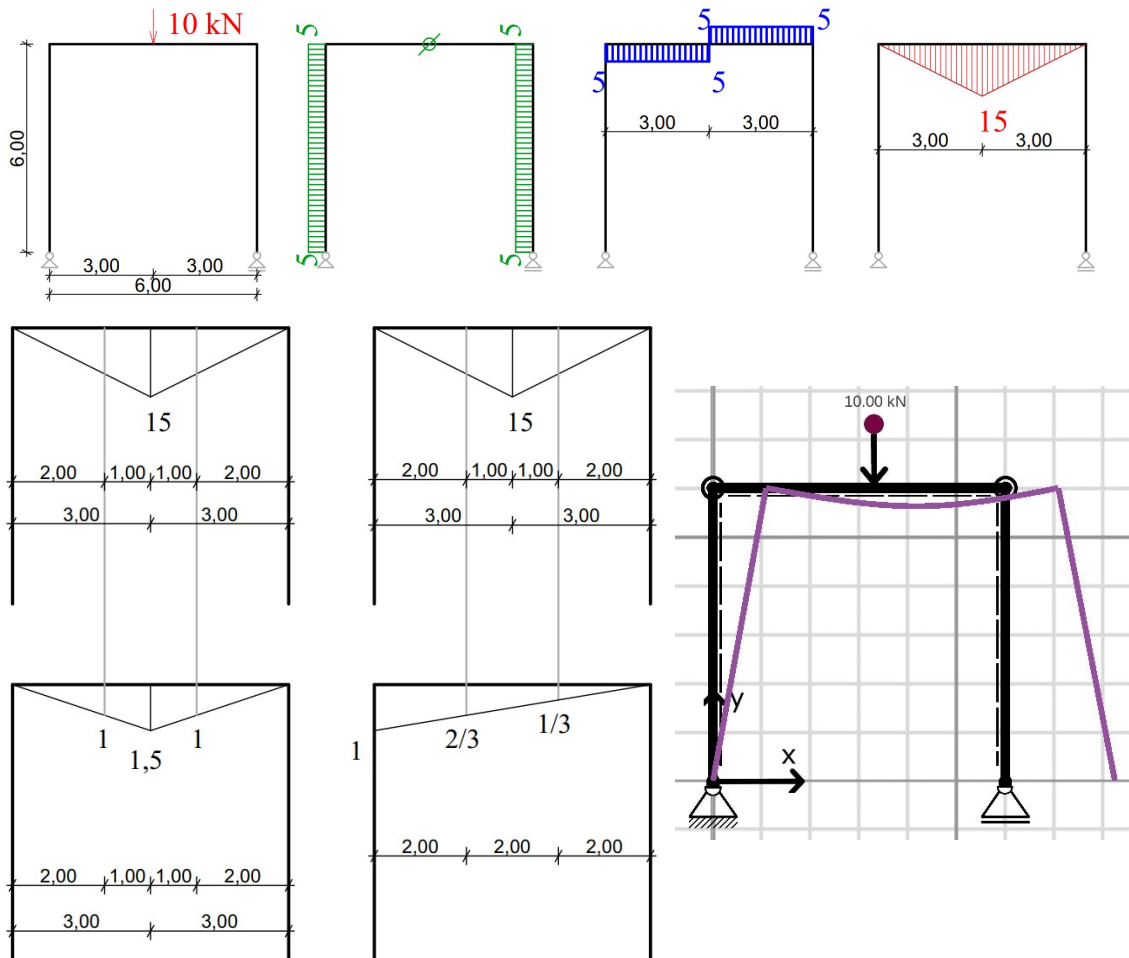
$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$90 \times 90 \times 4 \text{ mm}$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$y := \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \frac{15 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 1 \text{ m} \right] = [129.088] \text{ mm}$$

$$\varphi_A := \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{15 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{15 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot \frac{2}{3} \right] = [0.065] \text{ rad}$$



Két támaszú keret, 2 fix csuklóval, z tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad \bar{F} := 10 \text{ kN}$$

$$l := 6 \text{ m}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.571 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.429$$

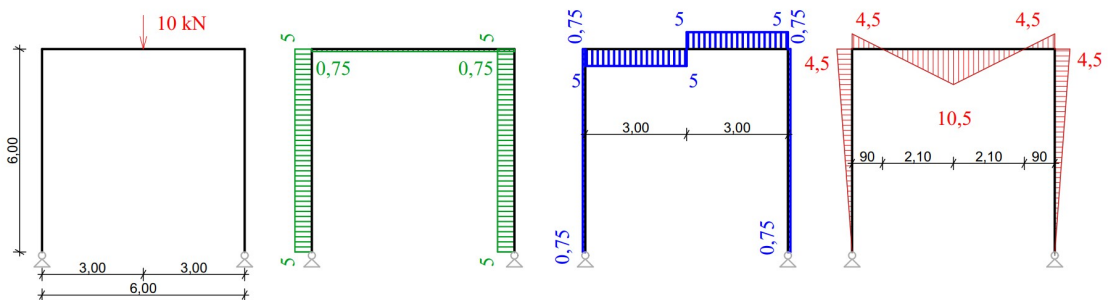
B		C	
0,430	0,570	0,570	0,430
	7,500	-7,500	
-3,225	-4,275	-2,138	
		9,638	
	2,747	5,493	4,144
-1,181	-1,566	-0,783	
	0,223	0,446	0,337
-0,096	-0,127	-0,064	
		0,036	0,027
-4,502	4,502	-4,508	4,508

$$M_{B1} := 0$$

$$M_{B2} := \frac{F \cdot l}{8} = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C2} := \frac{-F \cdot l}{8} = -7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C3} := 0$$



$$90 \times 90 \times 4 \text{ mm} \quad E := 210000 \text{ MPa} \quad I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t := \frac{4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.9 \text{ m}}{2} \cdot 0.3 \text{ m} + \frac{2.1 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 10.5 \text{ m}}{2} \cdot 0.7 \text{ m} + \frac{4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.3 \text{ m}$$

$$y := \frac{1}{EI} (t \cdot 2) = 70.998 \text{ mm}$$

$$s_1 := \frac{-4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.9 \text{ m}}{2} \cdot 0.3$$

$$s_2 := \frac{-0.6 \text{ m} \cdot 3 \text{ kN} \cdot \text{m}}{2} \cdot 0.067$$

$$s_3 := (-0.6 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 7.5 \text{ m} \cdot 0.05)$$

$$s_4 := \frac{-10.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2.1 \text{ m}}{2} \cdot 0.217$$

$$s_5 := \frac{-4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.6$$

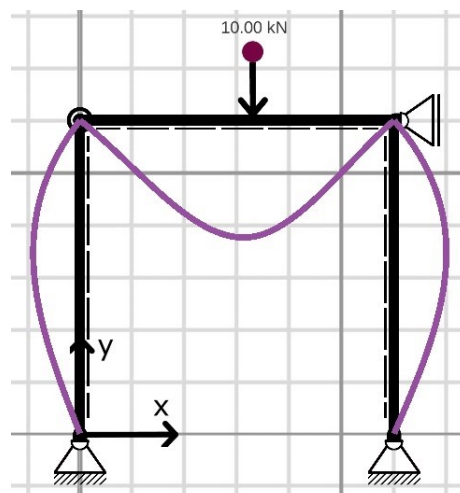
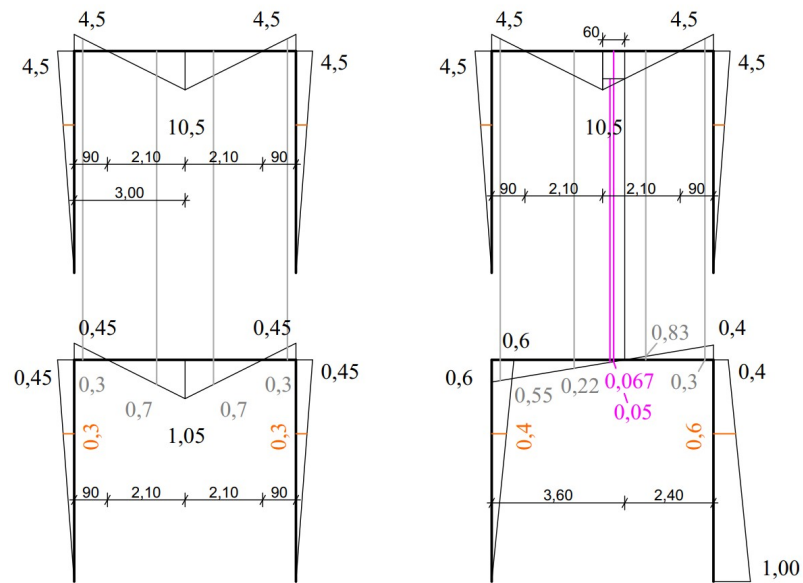
$$s_6 := \frac{7.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.5 \text{ m}}{2} \cdot 0.083$$

$$s_7 := \frac{4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.9 \text{ m}}{2} \cdot 0.55$$

$$s_8 := \frac{4.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.4$$

$$s := s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 + s_8 = -4.405 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$\varphi_A := \frac{s}{EI} = -0.013 \text{ rad} \quad \varphi_B := \varphi_A \cdot (-1) = 0.013 \text{ rad}$$



Két támaszú keret, 1 fix csuklóval és 1 befogással, z tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad F := 10 \text{ kN}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.5 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.5$$

$$l := 6 \text{ m}$$

B		C		D
0,43	0,57	0,50	0,50	
-3,225	7,500	-7,500		
	-4,275	-2,138		
		9,638		
	2,409	4,819	4,819	2,409
-1,036	-1,373	-0,687		
	0,172	0,343	0,343	0,172
-0,074	-0,098	-0,049		
		0,024	0,024	0,012
-4,33	4,33	-5,19	5,19	2,59

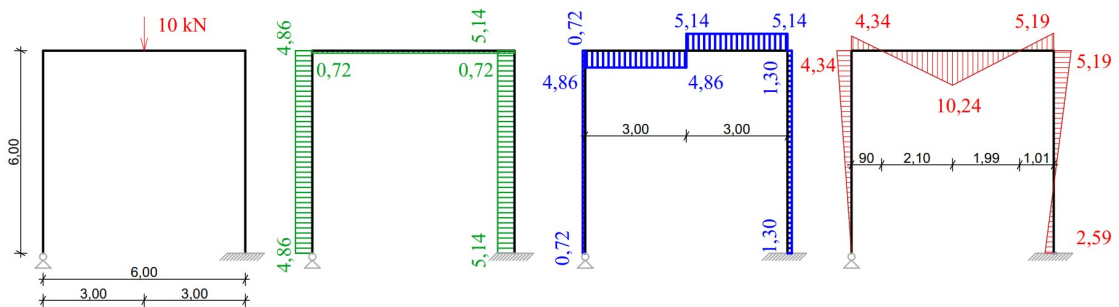
$$M_{B1} := 0$$

$$M_{B2} := \frac{F \cdot l}{8} = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C2} := \frac{-F \cdot l}{8} = -7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C3} := 0$$

$$M_{D3} := 0$$



90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{4.34 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.289 \text{ m}$$

$$t_2 := \frac{5.18 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot 0.35 \text{ m}$$

$$t_3 := \frac{2.59 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.17 \text{ m}$$

$$t_4 := \frac{10.24 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.68 \text{ m}$$

$$t_5 := \frac{5.18 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1 \text{ m}}{2} \cdot 0.35 \text{ m}$$

$$t_6 := \frac{10.24 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2.107 \text{ m}}{2} \cdot 0.68 \text{ m}$$

$$t_7 := \frac{4.34 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.893 \text{ m}}{2} \cdot 0.29 \text{ m}$$

$$t := t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 = (2.36 \cdot 10^{13}) \text{ N} \cdot \text{mm}^3$$

$$y := \frac{t}{EI} = 67.689 \text{ mm}$$

$$s_1 := \frac{4.34 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.276 \text{ m}}{2} \cdot 0.18$$

$$s_2 := 3.42 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.276 \text{ m} \cdot 0.135$$

$$s_3 := \frac{-3.42 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4.724 \text{ m}}{2} \cdot 0.33$$

$$s_4 := \frac{4.34 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.9 \text{ m}}{2} \cdot 0.25$$

$$s_5 := \frac{-10.24 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2.10 \text{ m}}{2} \cdot 0.136$$

$$s_6 := \frac{-8.38 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.629 \text{ m}}{2} \cdot 0.063$$

$$s_7 := -1.86 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.629 \text{ m} \cdot 0.047$$

$$s_8 := \frac{1.86 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.371 \text{ m}}{2} \cdot 0.0069$$

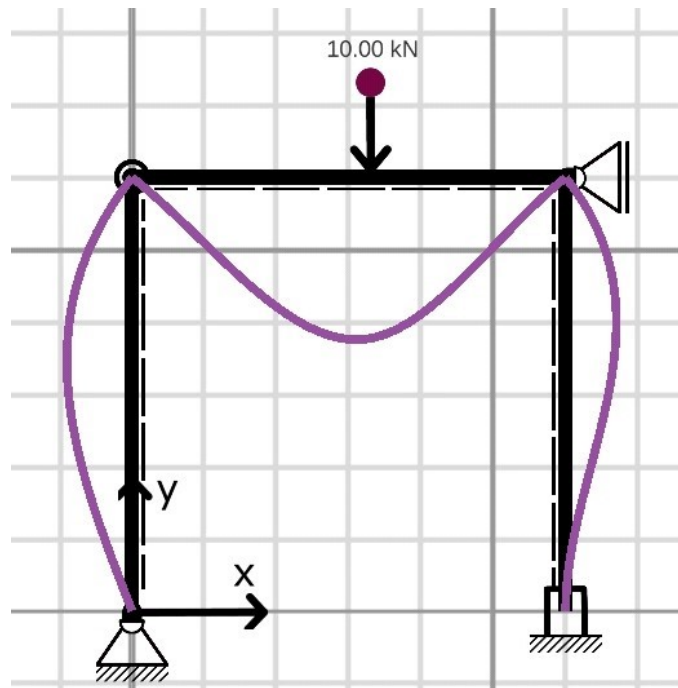
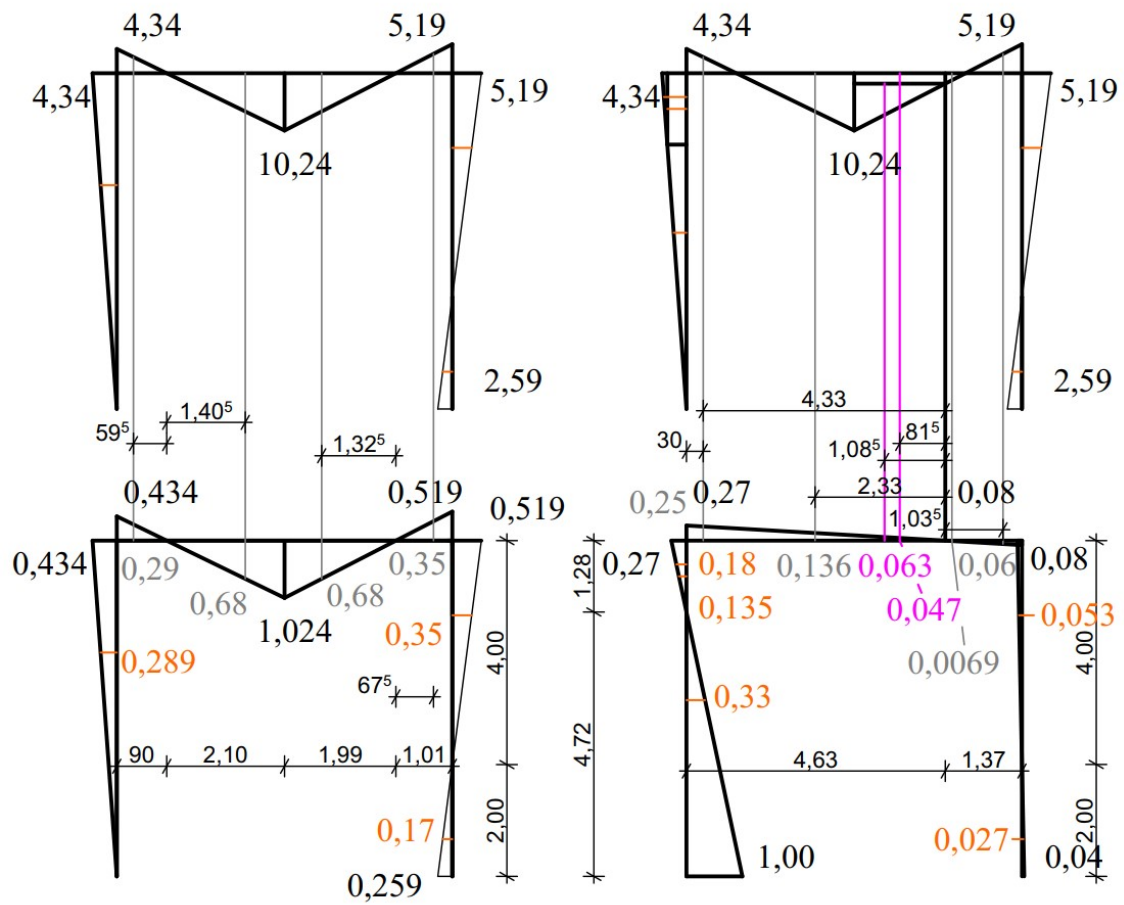
$$s_9 := \frac{-5.19 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.01 \text{ m}}{2} \cdot 0.06$$

$$s_{10} := \frac{-5.19 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot 0.053$$

$$s_{11} := \frac{-2.59 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.027$$

$$s := s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11} = (4.444 \cdot 10^{10}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$\varphi_A := \frac{s}{EI} = 0.127 \text{ rad}$$



Két támaszú keret, 2 befogással, z tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad F := 10 \text{ kN}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.5 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.5$$

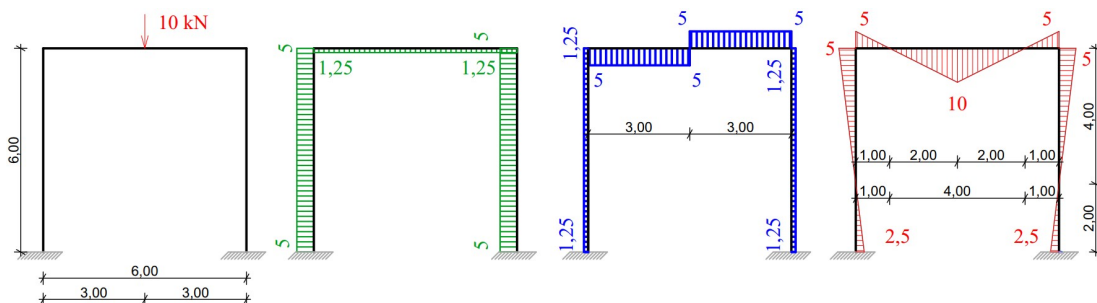
$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.5 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.5$$

$$l := 6 \text{ m}$$

$$M_{B1} := 0 \quad M_{B2} := \frac{F \cdot l}{8} = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{C2} := \frac{-F \cdot l}{8} = -7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C3} := 0 \quad M_{D3} := 0 \quad M_A := 0$$

A	B		C		D
	0,50	0,50	0,50	0,50	
-1,875	-3,750	7,500	-7,500		
		-3,750	-1,875		
		2,344	9,375		
-0,586	-1,172	-1,172	4,688	4,688	2,344
		0,146	-0,586		
-0,037	-0,073	-0,073	0,293	0,293	0,146
			-0,037		
			0,018	0,018	0,009
-2,50	-5,00	5,00	-5,00	5,00	2,50



90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

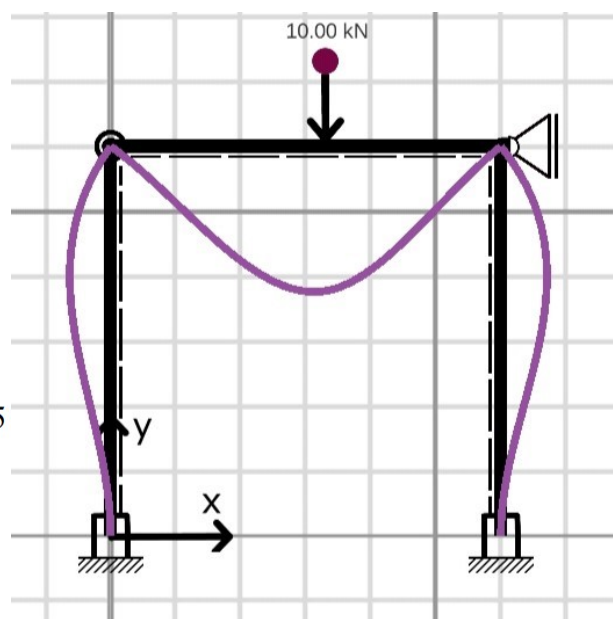
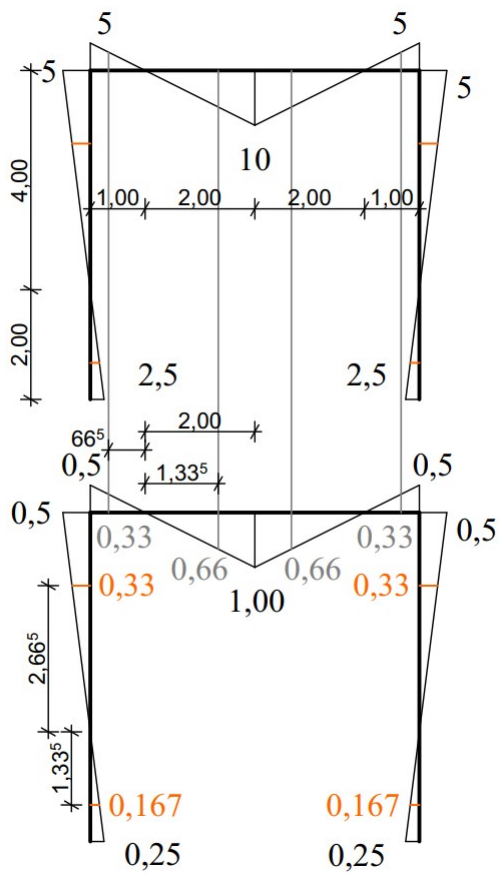
$$t_1 := 2 \cdot \frac{5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1 \text{ m}}{2} \cdot 0.33 \text{ m}$$

$$t_2 := 2 \cdot \frac{10 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.66 \text{ m}$$

$$t_3 := 2 \cdot \frac{5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot 0.33 \text{ m}$$

$$t_4 := 2 \cdot \frac{2.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.167 \text{ m}$$

$$y := \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}{EI} = 63.927 \text{ mm}$$



Három támaszú keret, 2 fix- és 1 görgős csuklóval, z tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad F := 10 \text{ kN}$$

$$k_4 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_5 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad l := 6 \text{ m}$$

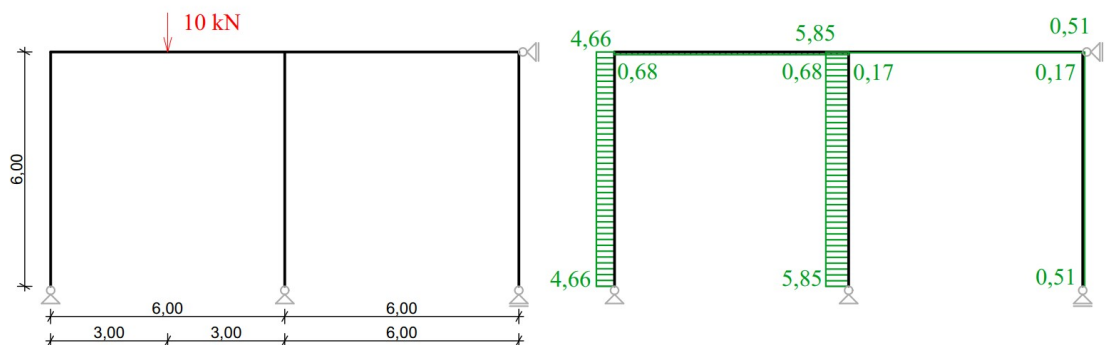
$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

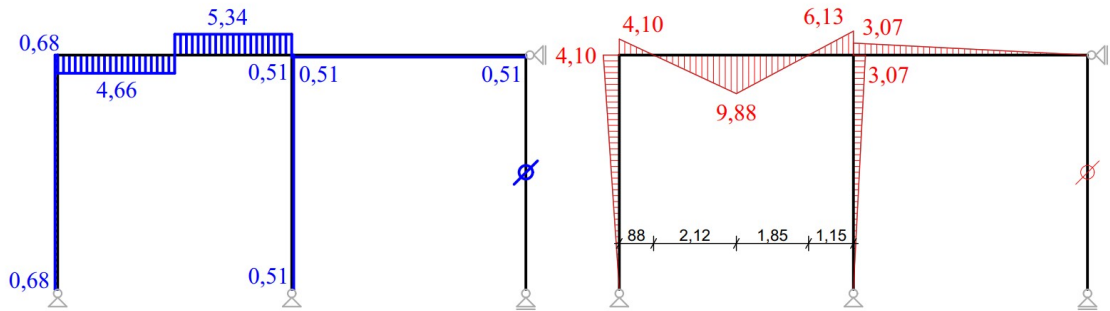
$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.4 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.3 \quad \beta_{C4} := \frac{k_4}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.3$$

$$M_{B1} := 0 \quad M_{B2} := \frac{F \cdot l}{8} = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{C2} := \frac{-F \cdot l}{8} = -7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C3} := 0 \quad M_{C4} := 0$$

A	B		C		D
	0,50	0,50	0,50	0,50	
7,500	-7,500				
1,875	3,750	3,750	1,875		
		-0,469	-0,938	-0,938	-0,469
0,117	0,234	0,234	0,117		
		-0,029	-0,059	-0,059	-0,029
0,007	0,015	0,015	0,007		
		-0,002	-0,004	-0,004	-0,002
0,000	0,001	0,001			
9,50	-3,50	3,50	1,00	-1,00	-0,50





90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{4.10 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.88 \text{ m}}{2} \cdot 0.273 \text{ m}$$

$$t_2 := \frac{9.88 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2.12 \text{ m}}{2} \cdot 0.659 \text{ m}$$

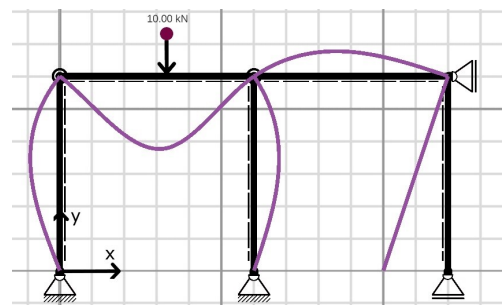
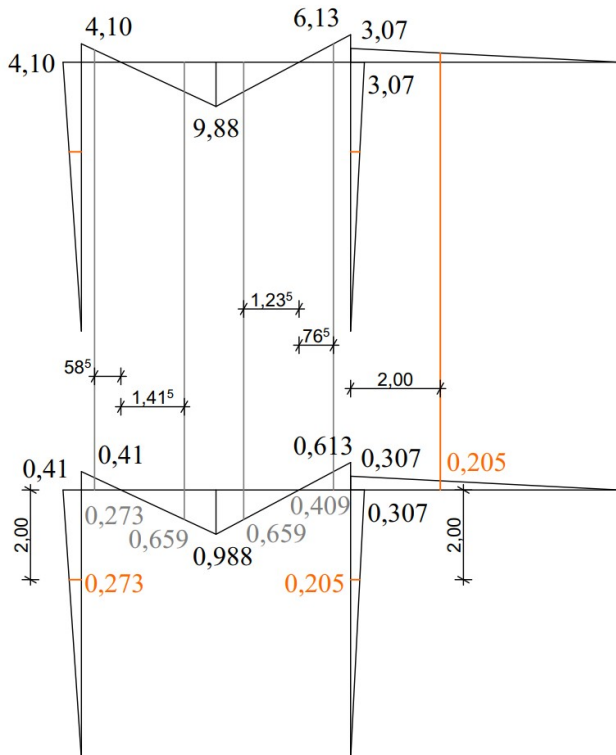
$$t_3 := \frac{9.88 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.851 \text{ m}}{2} \cdot 0.659 \text{ m}$$

$$t_4 := 2 \cdot \frac{3.07 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.205 \text{ m}$$

$$t_5 := \frac{6.13 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.149 \text{ m}}{2} \cdot 0.409 \text{ m}$$

$$t_6 := \frac{4.10 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.273 \text{ m}$$

$$y := \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{EI} = 63.093 \text{ mm}$$



2. Melléklet – Kézi számítások vízszintes erővel terhelt tartók esetén

Két támaszú keret, 1 fix és egy görgős csuklóval, x tengely irányú erővel terhelve

$$F_{By} := F \cdot \frac{3 \text{ m}}{6 \text{ m}} = 5 \text{ kN}$$

$$F := 10 \text{ kN}$$

$$F_{Ax} := 10 \text{ kN}$$

$$F_{Ay} := F_{By} = 5 \text{ kN}$$

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$90 \times 90 \times 4 \text{ mm}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$M_I := F_{Ax} \cdot 3 \text{ m} = 30 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

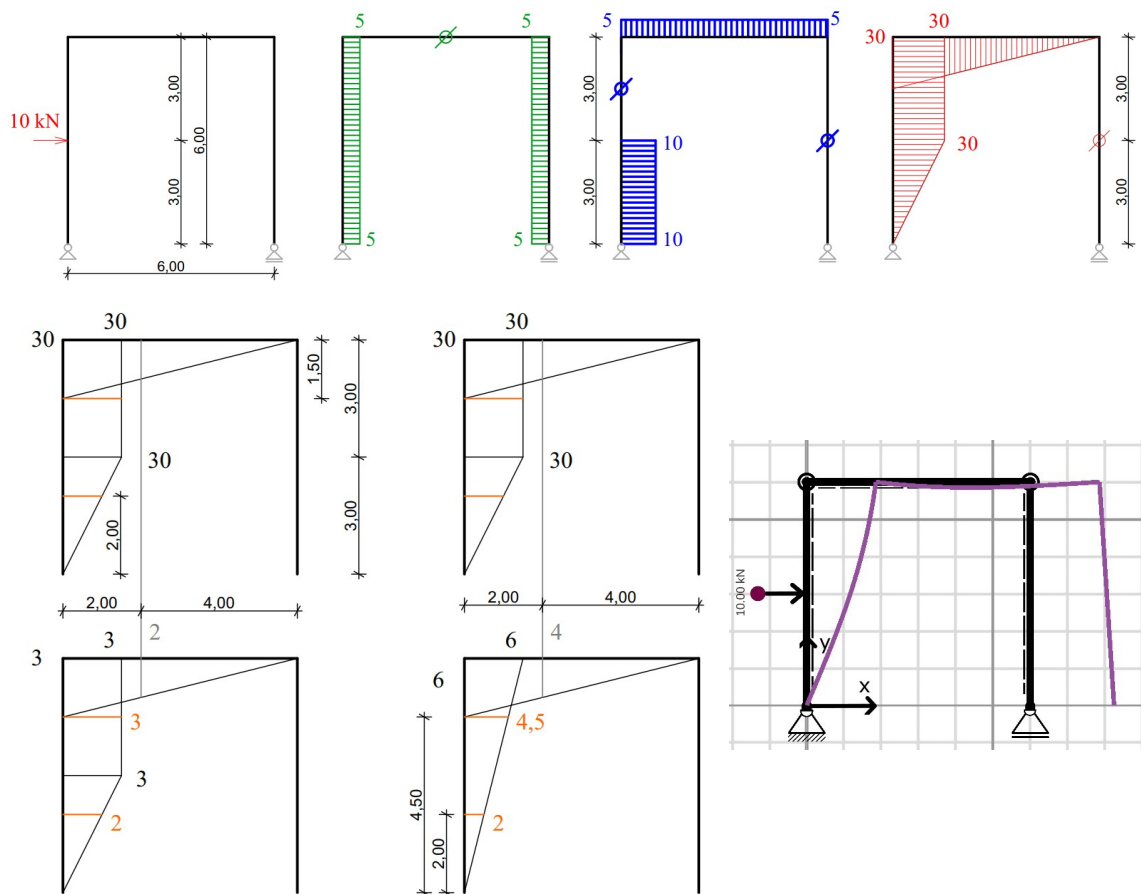
$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$y := \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 2 \text{ m} + \frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 2 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \right)$$

$$y_1 := \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 4 \text{ m} + \frac{30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 2 \text{ m} + 30 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 4.5 \text{ m} \right)$$

$$y = 1.549 \text{ m}$$

$$y_1 = 2.453 \text{ m}$$



Két támaszú keret, 2 fix csuklóval, x tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad \bar{F} := 10 \text{ kN}$$

$$l := 6 \text{ m}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.571 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.429$$

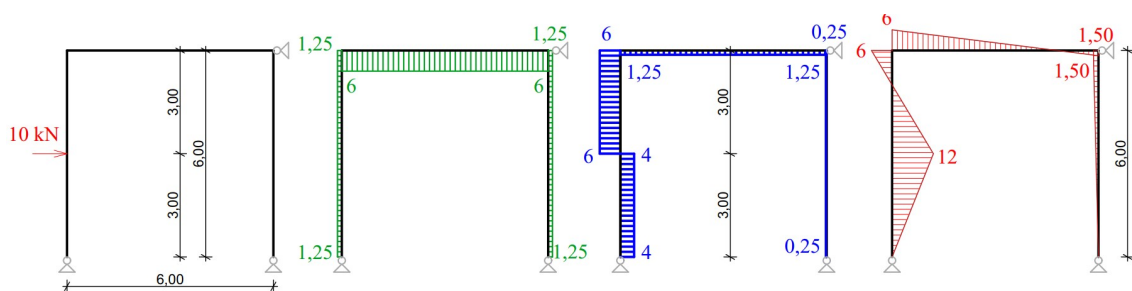
B		C	
0,43	0,57	0,57	0,43
-11,250			
4,838	6,413	3,206	
	-0,914	-1,828	-1,379
0,393	0,521	0,260	
	-0,074	-0,148	-0,112
0,032	0,042	0,021	
	-0,006	-0,012	-0,009
0,003	0,003		
-5,99	5,99	1,50	-1,50

$$M_{B1} := \frac{3 \cdot F \cdot l}{16} = 11.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B2} := 0$$

$$M_{C2} := 0$$

$$M_{C3} := 0$$



90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{1.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.1$$

$$t_2 := \frac{1.5 \text{ m} \cdot 1.2 \text{ kN} \cdot \text{m}}{2} \cdot 0.1$$

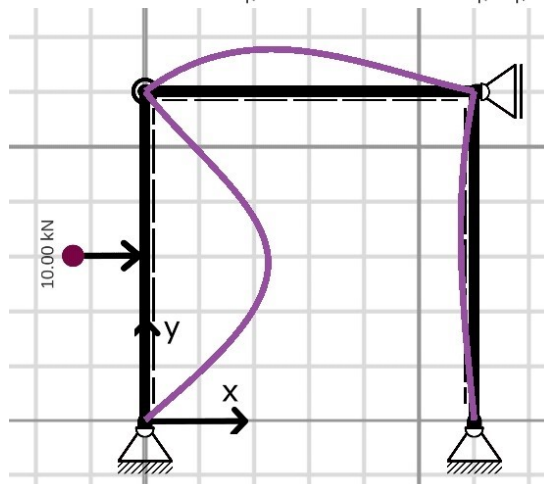
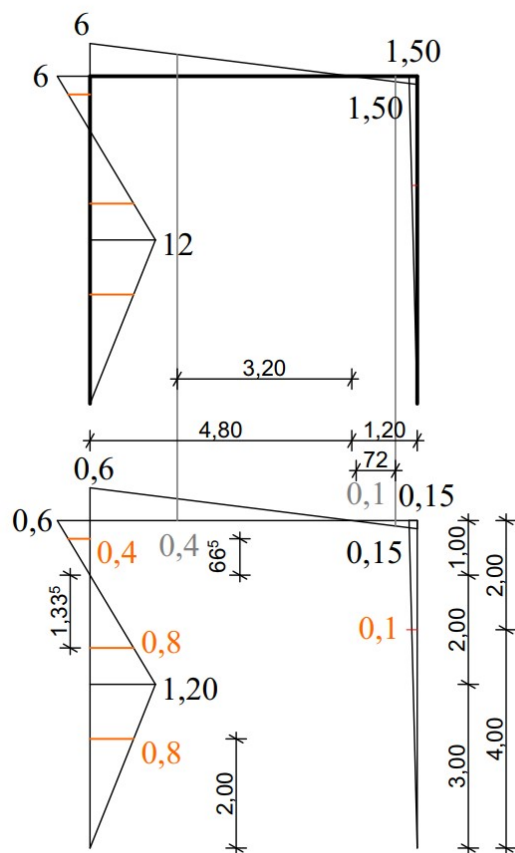
$$t_3 := \frac{6 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4.8 \text{ m}}{2} \cdot 0.4$$

$$t_4 := \frac{12 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.8$$

$$t_5 := \frac{12 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 0.8$$

$$t_6 := \frac{6 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1 \text{ m}}{2} \cdot 0.4$$

$$\bar{y} := \frac{1}{EI} (t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6) = 90.361 \frac{1}{\text{m}} \cdot \text{mm}$$



Két támaszú keret, 1 fix csuklóval és 1 befogással, x tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad F := 10 \text{ kN}$$

$$l := 6 \text{ m}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.5 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.5$$

B		C		D
0,43	0,57	0,50	0,50	
-11,250				
4,838	6,413	3,206		
	-0,802	-1,603	-1,603	-0,802
0,345	0,457	0,228		
	-0,057	-0,114	-0,114	-0,057
0,025	0,033	0,016		
	-0,004	-0,008	-0,008	-0,004
0,002	0,002			
-6,04	6,04	1,73	-1,73	-0,86

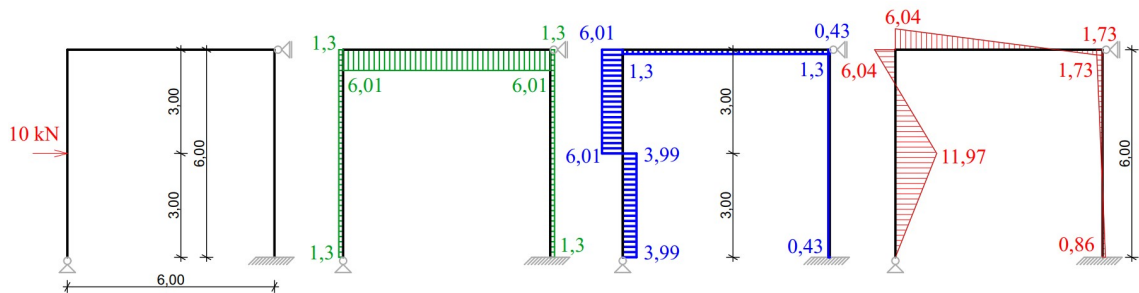
$$M_{B1} := \frac{3 \cdot F \cdot l}{16} = 11.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{B2} := 0$$

$$M_{C2} := 0$$

$$M_{C3} := 0$$

$$M_{D3} := 0$$



90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{6.04 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4.664 \text{ m}}{2} \cdot 0.403 \text{ m}$$

$$t_2 := \frac{1.73 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.336 \text{ m}}{2} \cdot 0.115 \text{ m}$$

$$t_3 := \frac{1.73 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot 0.115 \text{ m}$$

$$t_4 := \frac{1.73 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.057 \text{ m}$$

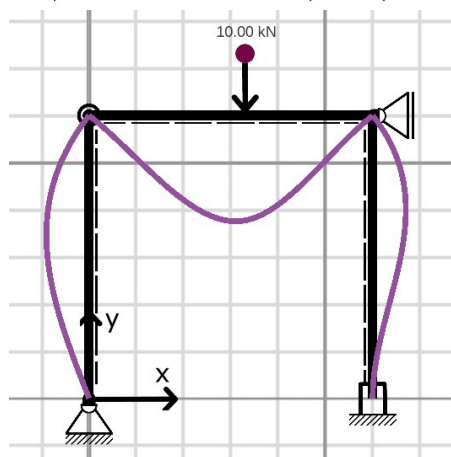
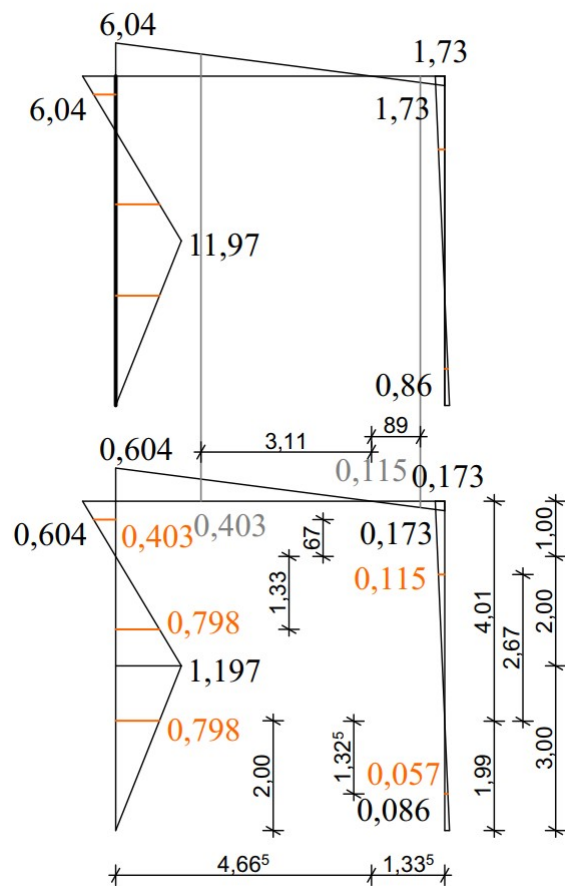
$$t_5 := \frac{11.97 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 0.798 \text{ m}$$

$$t_6 := \frac{11.97 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.798 \text{ m}$$

$$t_7 := \frac{6.04 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1 \text{ m}}{2} \cdot 0.403 \text{ m}$$

$$t := t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 = (3.14 \cdot 10^{13}) \text{ N} \cdot \text{mm}^3$$

$$y := \frac{t}{EI} = 90.083 \text{ mm}$$



Két támaszú keret, 2 befogással, x tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad k_3 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667 \quad F := 10 \text{ kN}$$

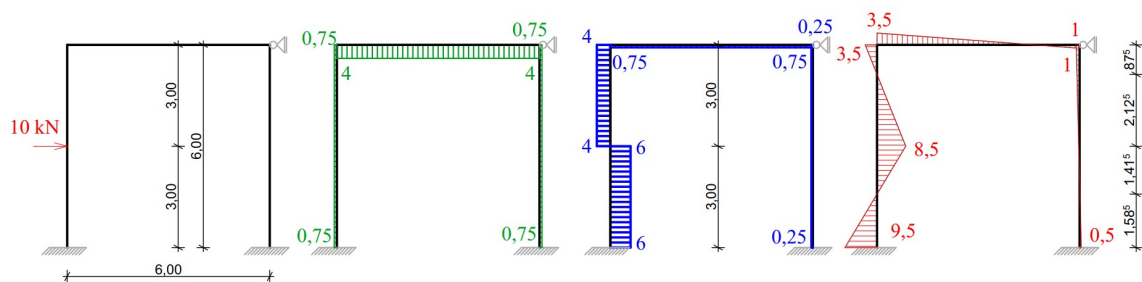
$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.5 \quad \alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.5$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3)} = 0.5 \quad \beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3)} = 0.5$$

$$M_{B1} := 0 \quad M_{A1} := \frac{F \cdot l}{8} = 7.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad M_{B1} := \frac{-F \cdot l}{8} = -7.5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{C3} := 0 \quad M_{D3} := 0 \quad M_{B2} := 0$$

A	B		C		D
	0,50	0,50	0,50	0,50	
7,500	-7,500				
1,875	3,750	3,750	1,875		
		-0,469	-0,938	-0,938	-0,469
0,117	0,234	0,234	0,117		
		-0,029	-0,059	-0,059	-0,029
0,007	0,015	0,015	0,007		
		-0,002	-0,004	-0,004	-0,002
0,000	0,001	0,001			
9,50	-3,50	3,50	1,00	-1,00	-0,50



90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{9.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.583 \text{ m}}{2} \cdot 0.633 \text{ m}$$

$$t_2 := \frac{8.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.417 \text{ m}}{2} \cdot 0.567 \text{ m}$$

$$t_3 := \frac{8.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2.125 \text{ m}}{2} \cdot 0.567 \text{ m}$$

$$t_4 := \frac{3.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 0.875 \text{ m}}{2} \cdot 0.233 \text{ m}$$

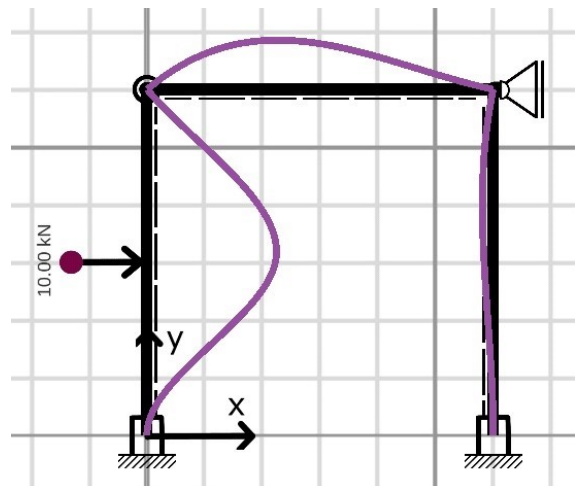
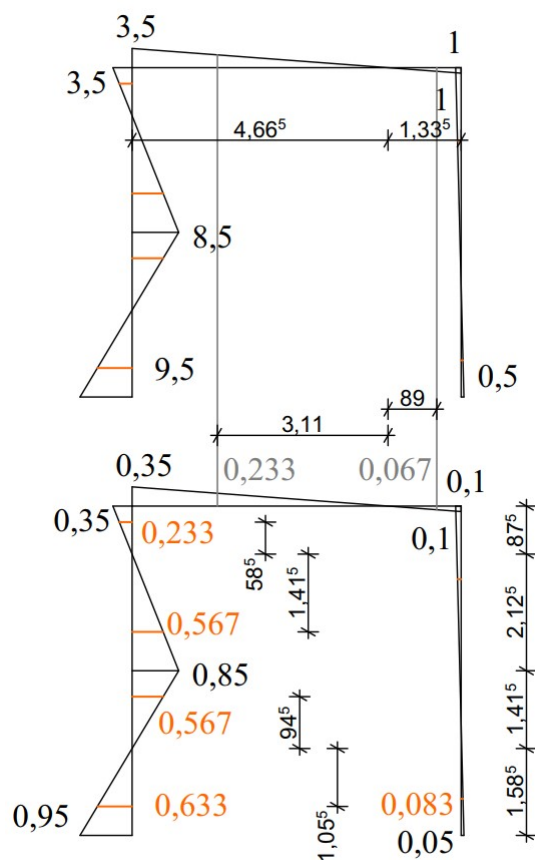
$$t_5 := \frac{3.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4.667 \text{ m}}{2} \cdot 0.233 \text{ m}$$

$$t_6 := \frac{1 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.333 \text{ m}}{2} \cdot 0.067 \text{ m}$$

$$t_7 := \frac{1 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4 \text{ m}}{2} \cdot 0.067 \text{ m}$$

$$t_8 := \frac{0.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.033 \text{ m}$$

$$y := \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6 + t_7 + t_8}{EI} = 45.181 \text{ mm}$$



Három támaszú keret, 2 fix- és 1 görgős csuklóval, x tengely irányú erővel terhelve

$$k_1 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5$$

$$k_2 := \frac{4 \cdot 1}{6} = 0.667$$

$$k_3 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5$$

$$F := 10 \text{ kN}$$

$$k_4 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5$$

$$k_5 := \frac{3 \cdot 1}{6} = 0.5$$

$$l := 6 \text{ m}$$

$$\alpha_{B1} := \frac{k_1}{(k_1 + k_2)} = 0.429$$

$$\alpha_{B2} := \frac{k_2}{(k_1 + k_2)} = 0.571$$

$$\beta_{C2} := \frac{k_2}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.4$$

$$\beta_{C3} := \frac{k_3}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.3$$

$$\beta_{C4} := \frac{k_4}{(k_2 + k_3 + k_4)} = 0.3$$

$$M_{B1} := \frac{-3 \cdot F \cdot l}{16} = -11.25 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

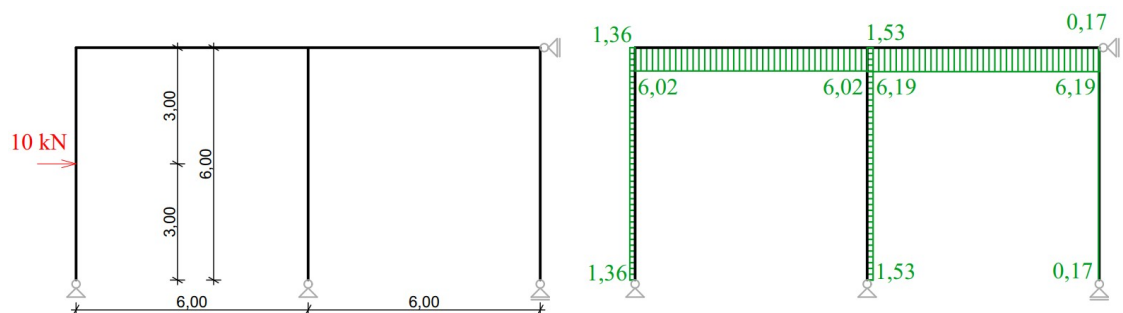
$$M_{B2} := 0$$

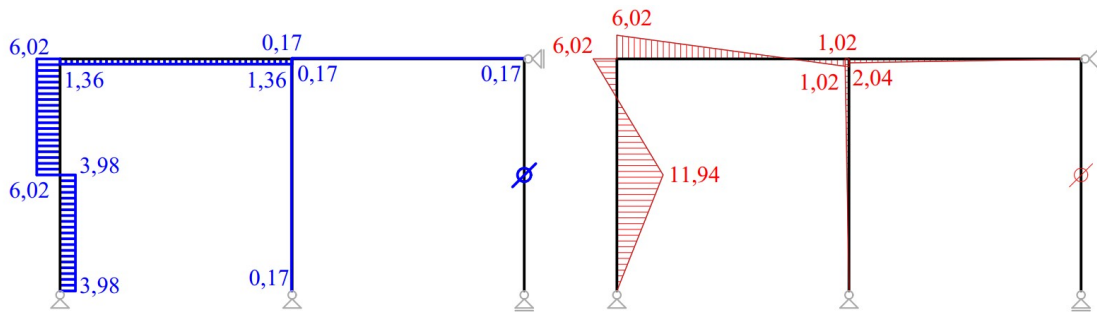
$$M_{C2} := 0$$

$$M_{C3} := 0$$

$$M_{C4} := 0$$

B		C		
0,43	0,57	0,40	0,30	0,30
-11,250				
4,838	6,413	3,206		
	-0,641	-1,283	-0,962	-0,962
0,276	0,366	0,183		0,000
	-0,037	-0,073	-0,055	-0,055
0,016	0,021	0,010		0,000
	-0,002	-0,004	-0,003	-0,003
0,001	0,001			
-6,12	6,12	2,04	-1,02	-1,02





90 x 90 x 4 mm

$$E := 210000 \text{ MPa}$$

$$I := 1660000 \text{ mm}^4$$

$$EI := E \cdot I = (3.486 \cdot 10^{11}) \text{ N} \cdot \text{mm}^2$$

$$t_1 := \frac{11.94 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 3 \text{ m}}{2} \cdot 0.796 \text{ m}$$

$$t_2 := \frac{6.12 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 4.5 \text{ m}}{2} \cdot 0.408 \text{ m}$$

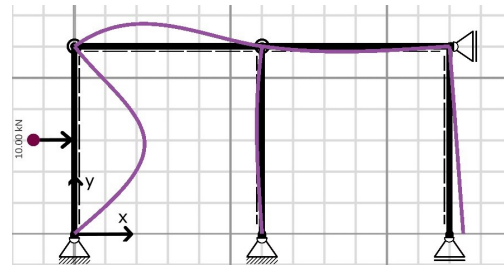
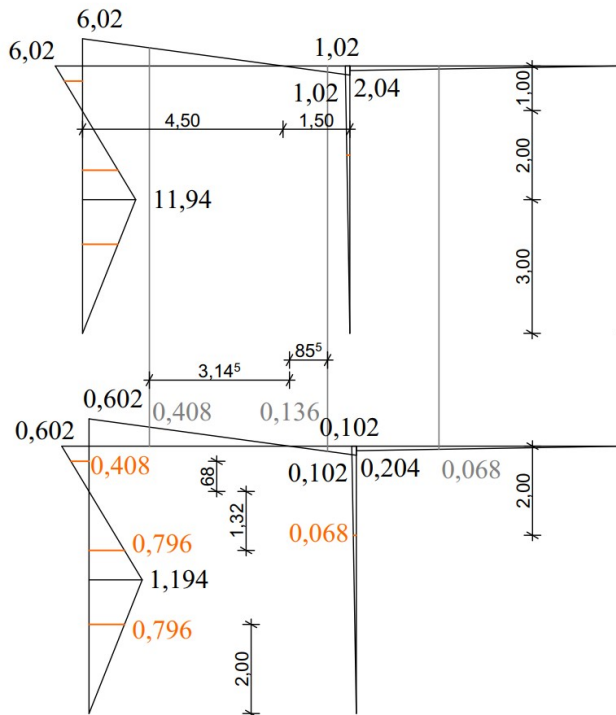
$$t_3 := \frac{2.04 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.5 \text{ m}}{2} \cdot 0.136 \text{ m}$$

$$t_4 := 2 \cdot \frac{1.02 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 6 \text{ m}}{2} \cdot 0.068 \text{ m}$$

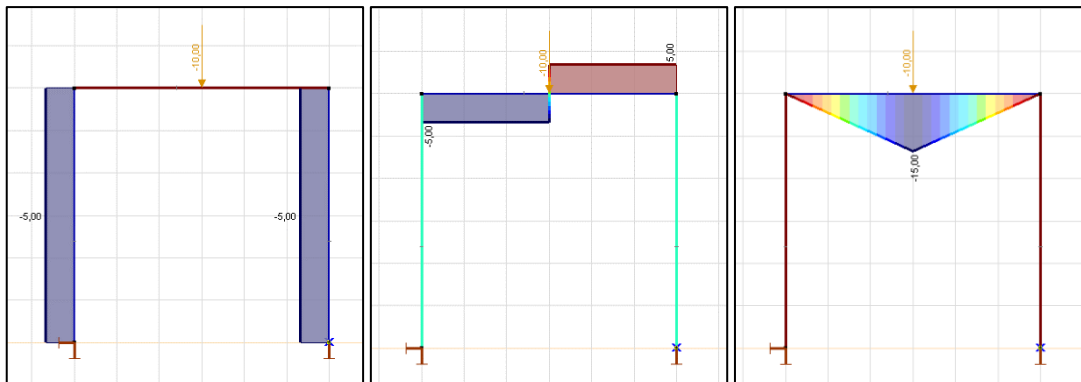
$$t_5 := \frac{6.12 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 1.0 \text{ m}}{2} \cdot 0.408 \text{ m}$$

$$t_6 := \frac{11.94 \text{ kN} \cdot \text{m} \cdot 2 \text{ m}}{2} \cdot 0.796 \text{ m}$$

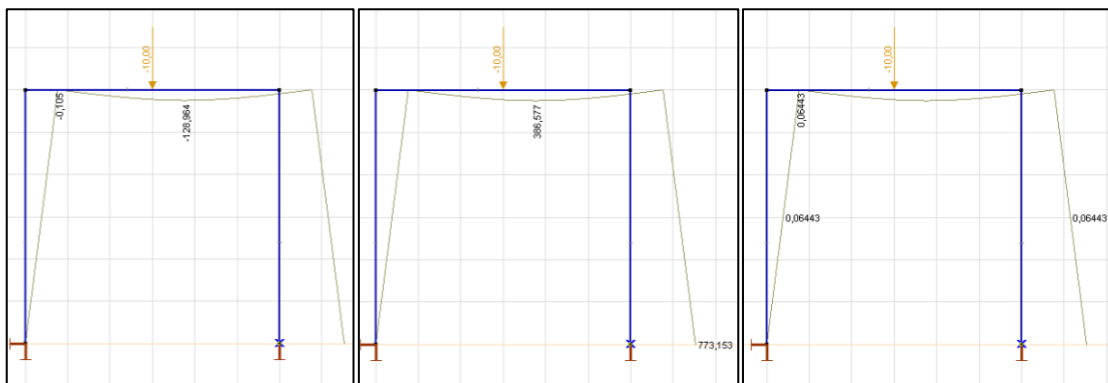
$$y := \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 + t_6}{EI} = 89.649 \text{ mm}$$



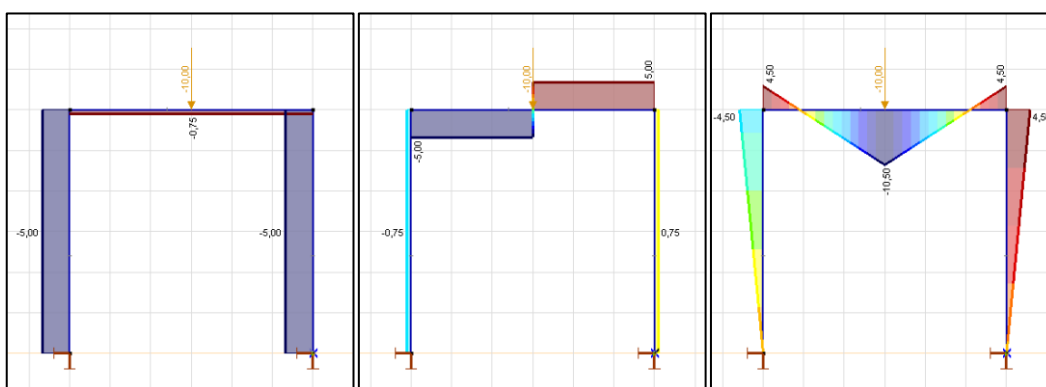
3. Melléklet – Axis VM eredmények függőleges erő hatására



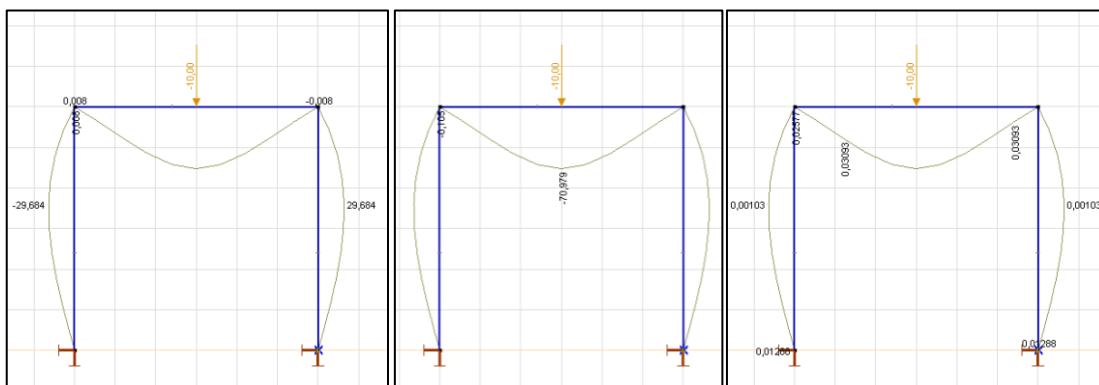
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



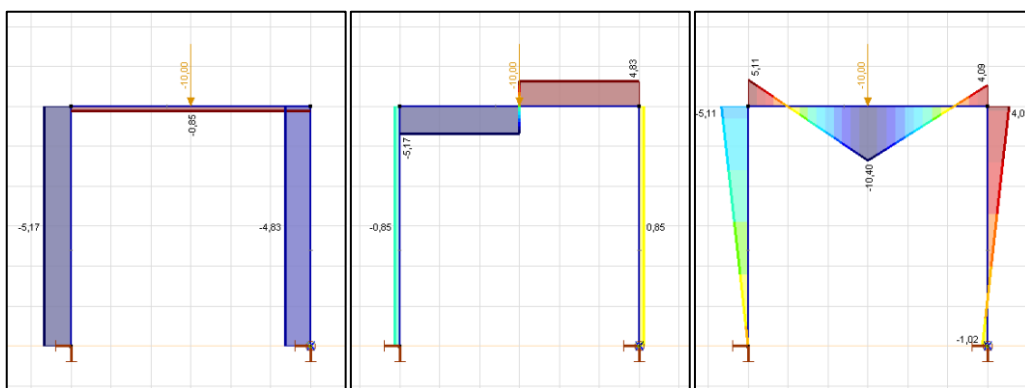
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke



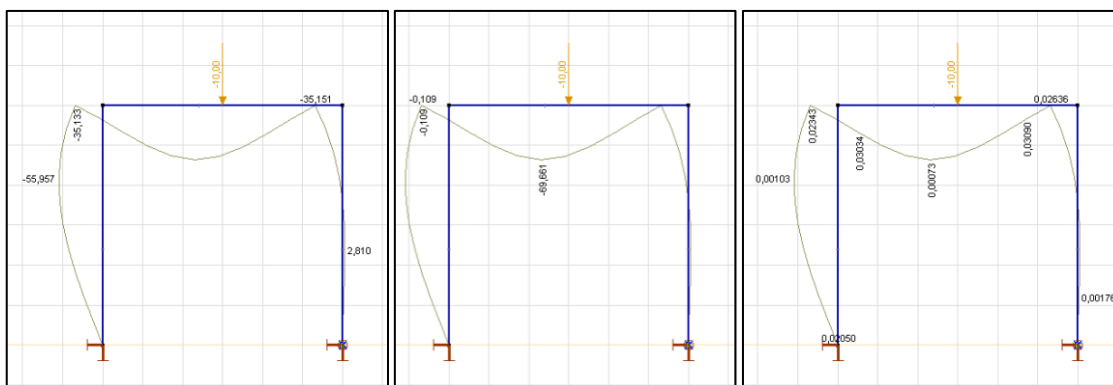
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



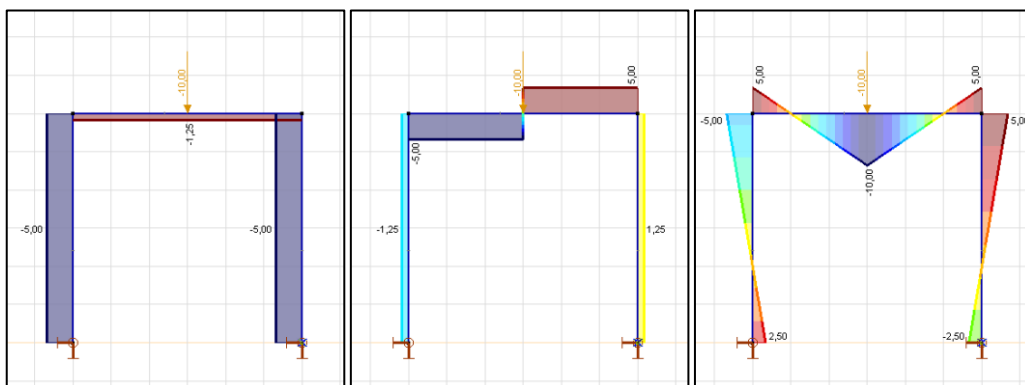
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke



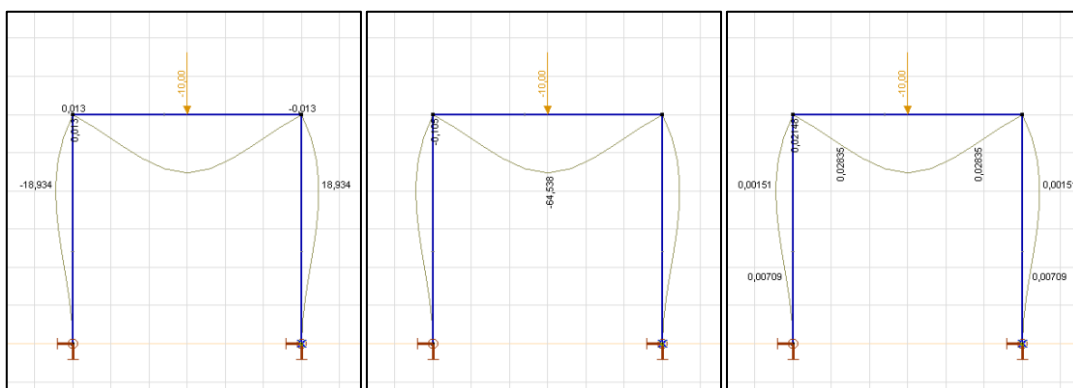
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



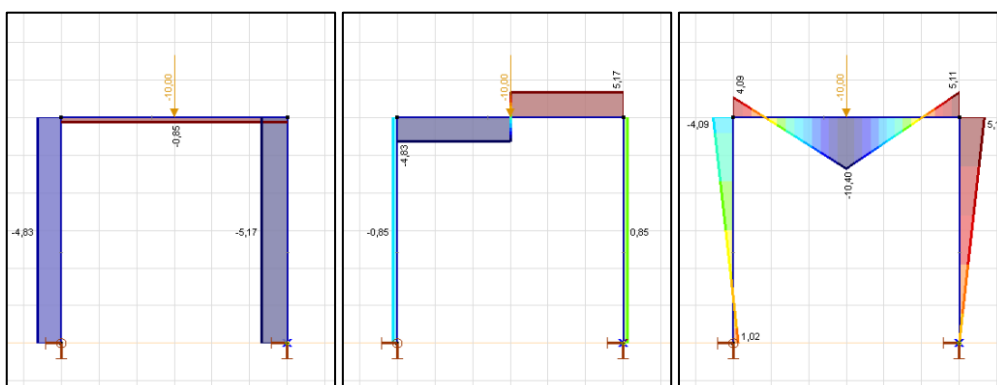
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke



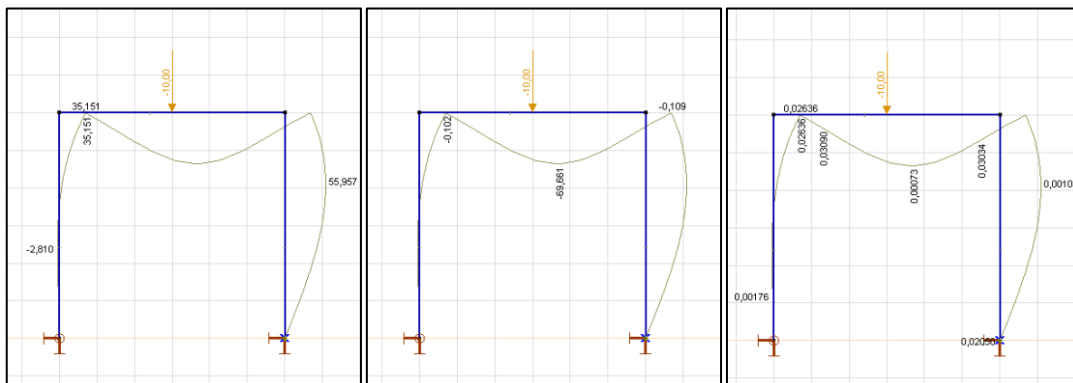
2 támaszú kettő befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



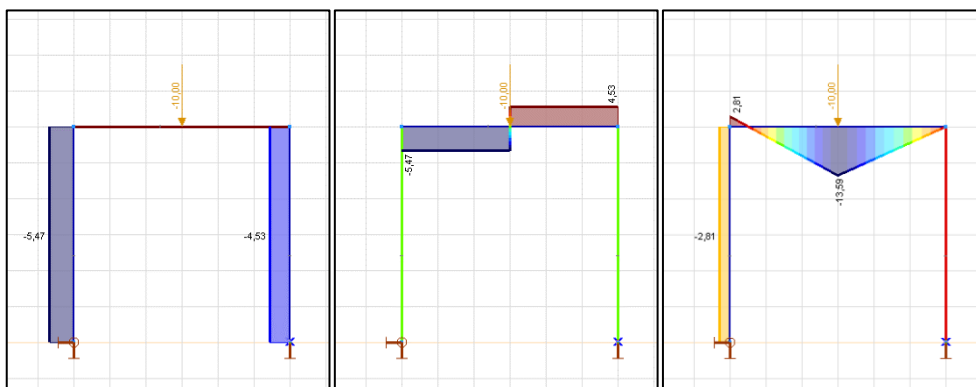
2 támaszú kettő befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



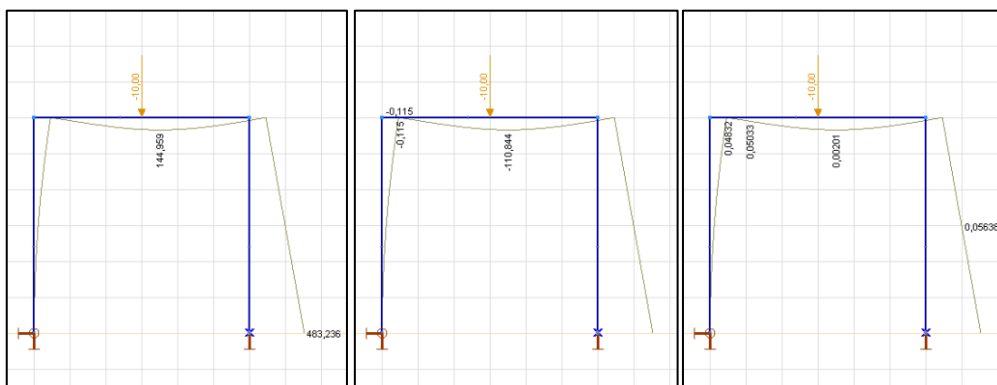
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



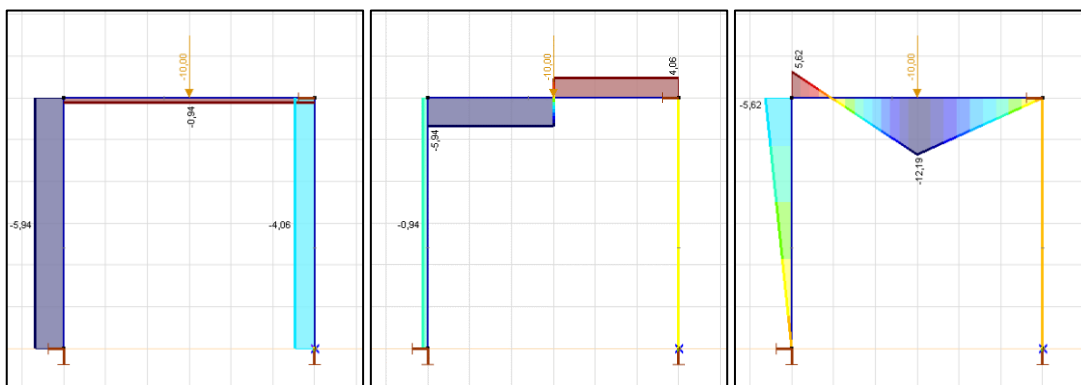
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



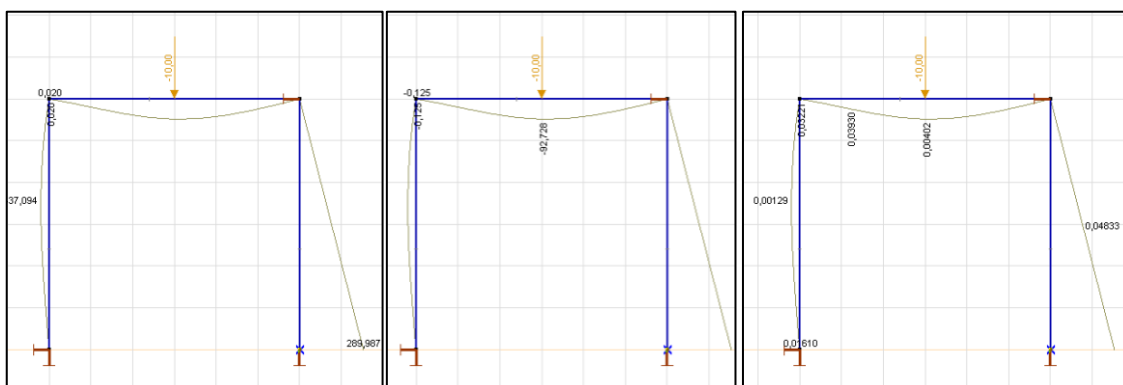
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



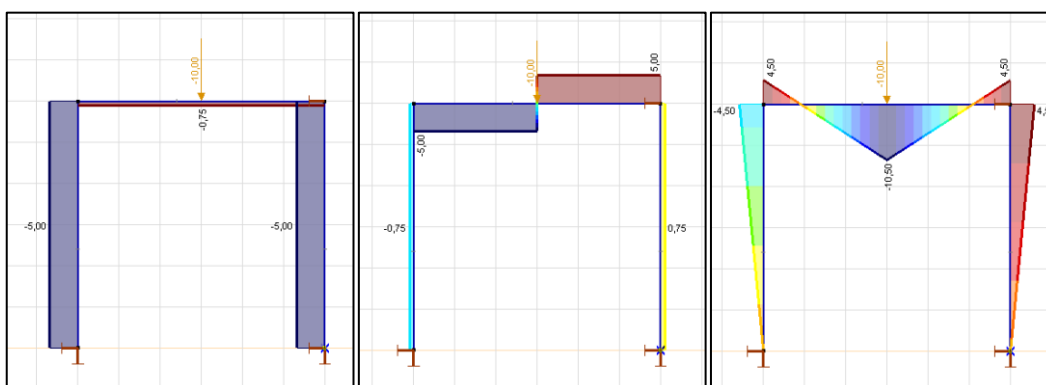
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



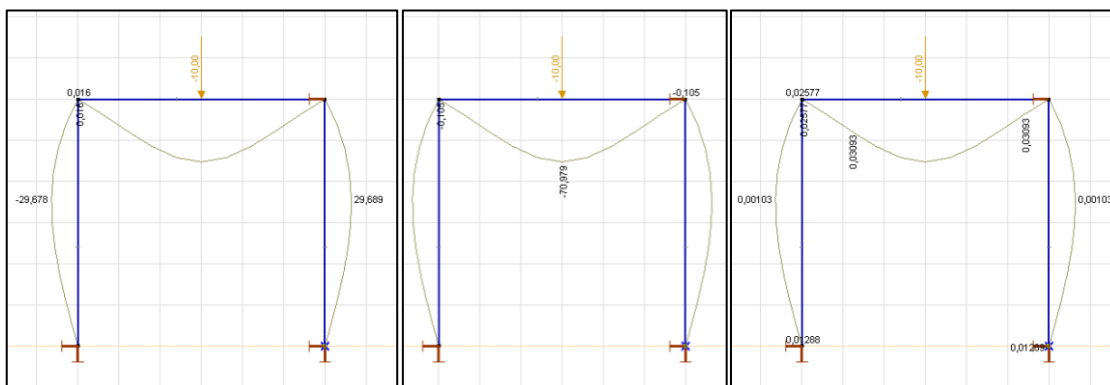
2 támaszú egy fix és egy görgös csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



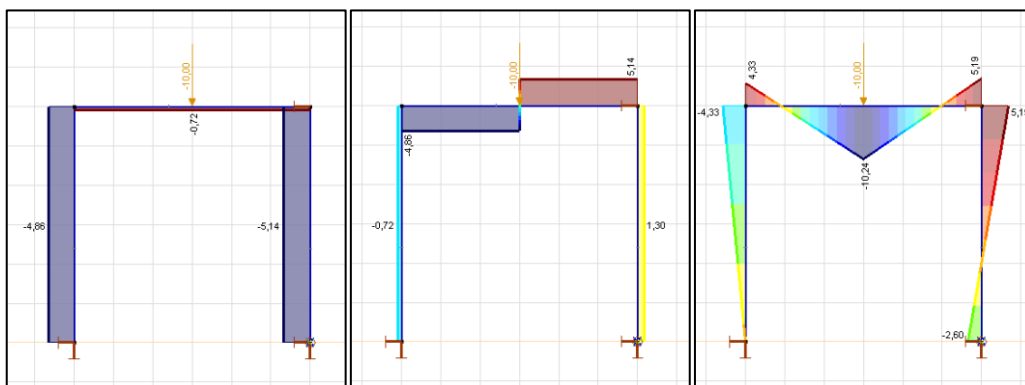
2 támaszú egy fix és egy görgös csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



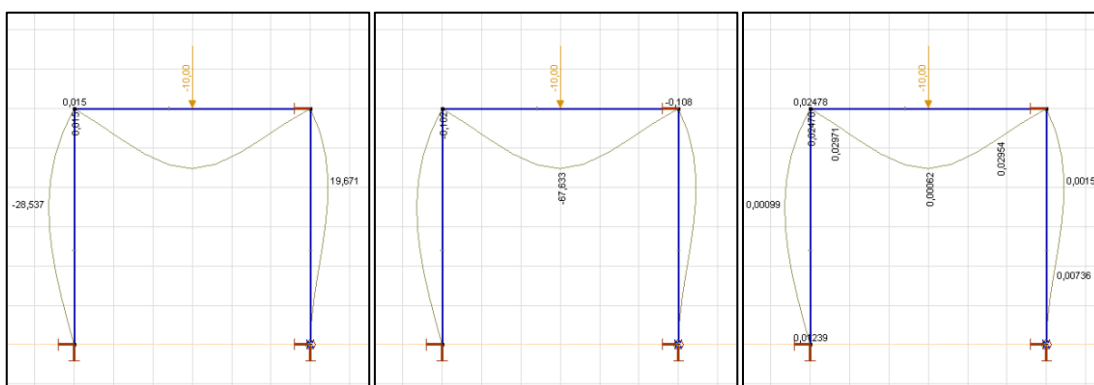
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



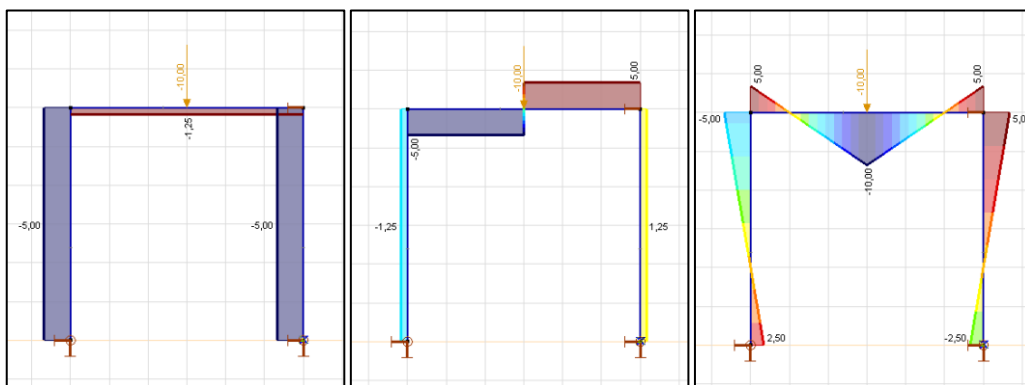
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



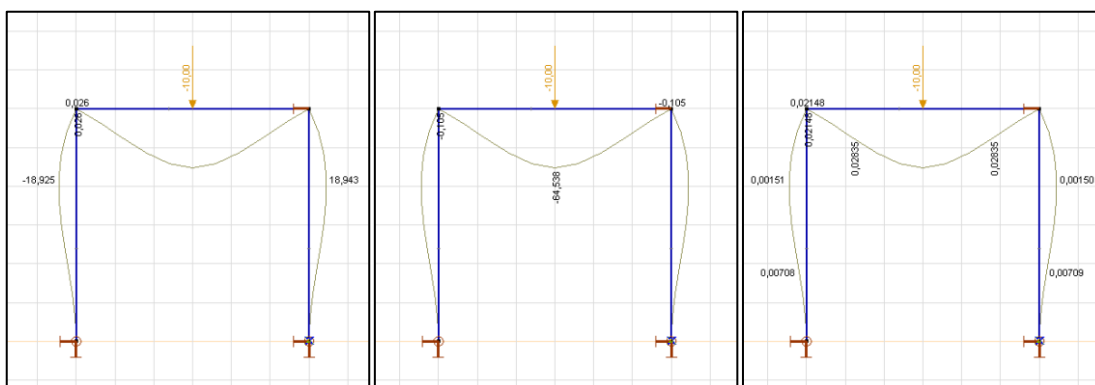
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



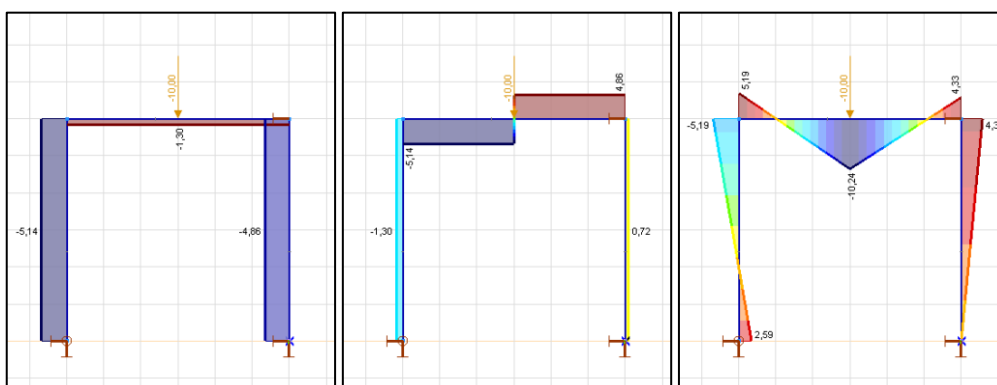
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



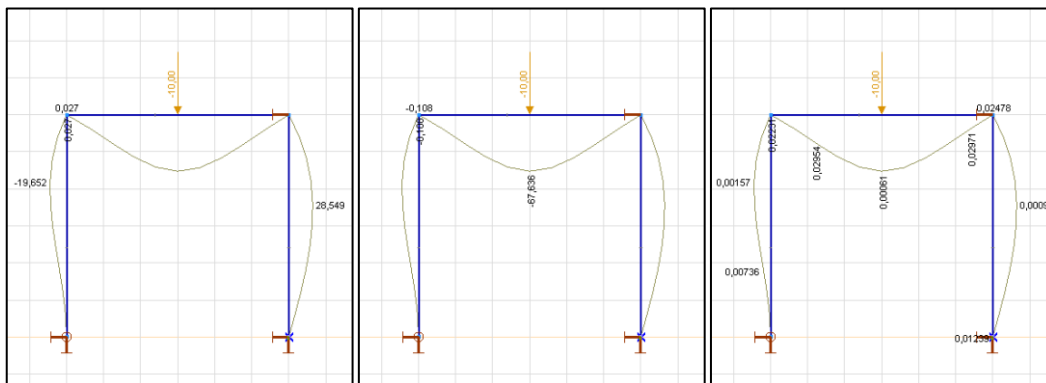
2 támaszú kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



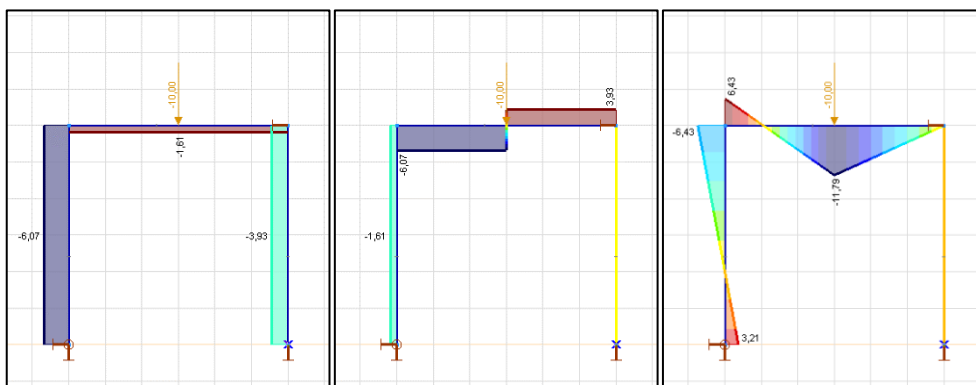
2 támaszú kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



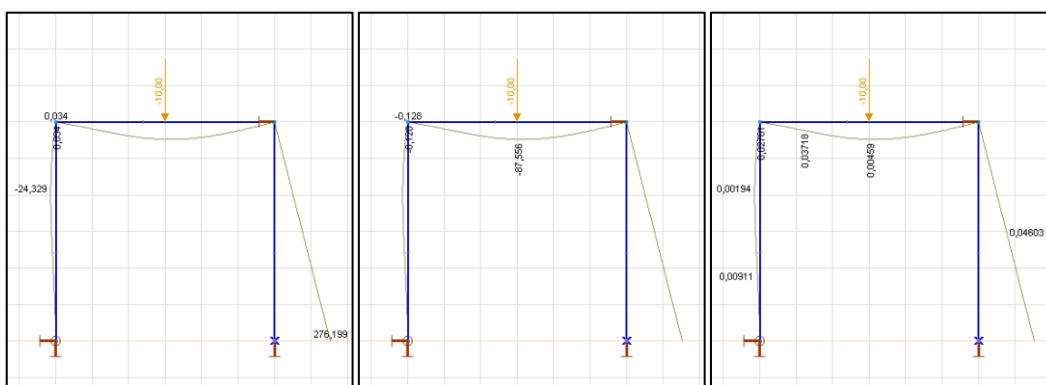
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



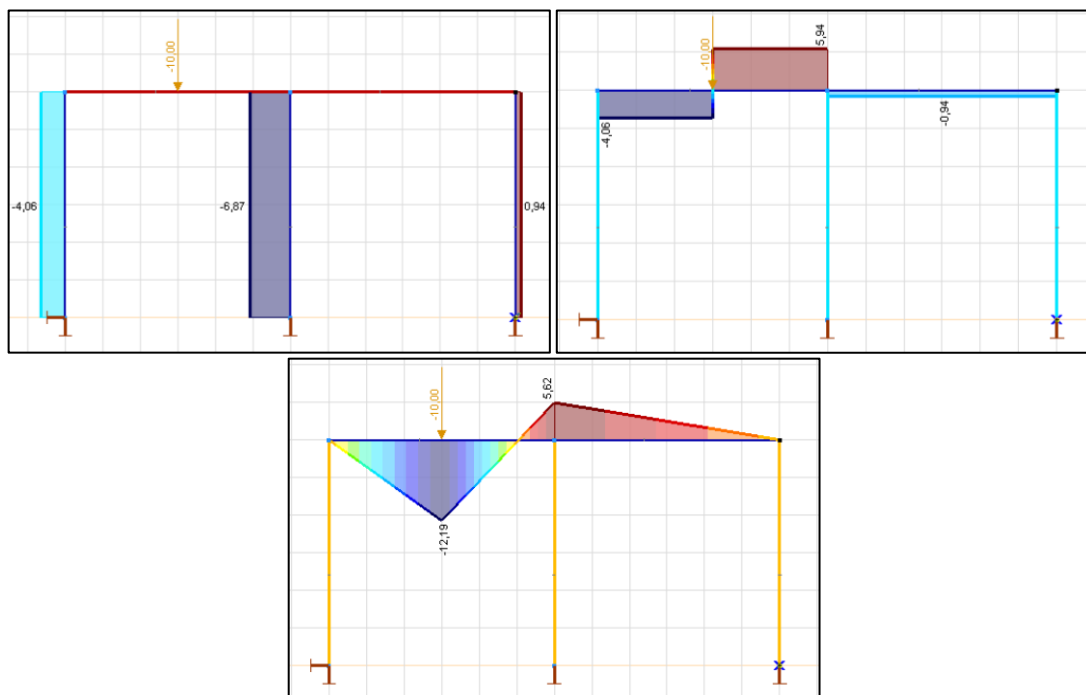
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



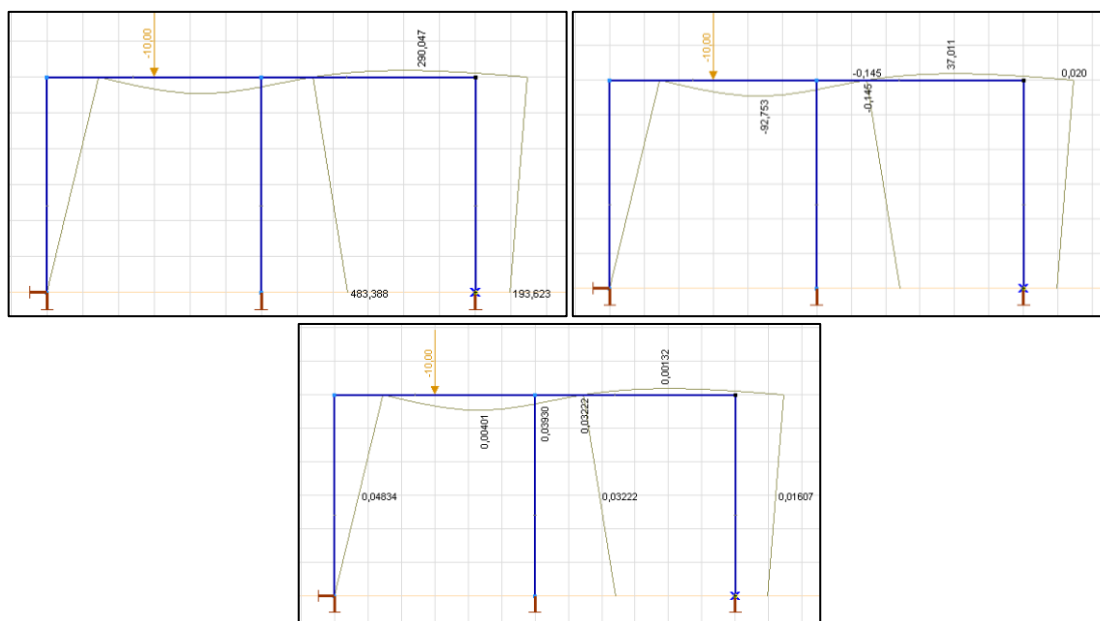
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



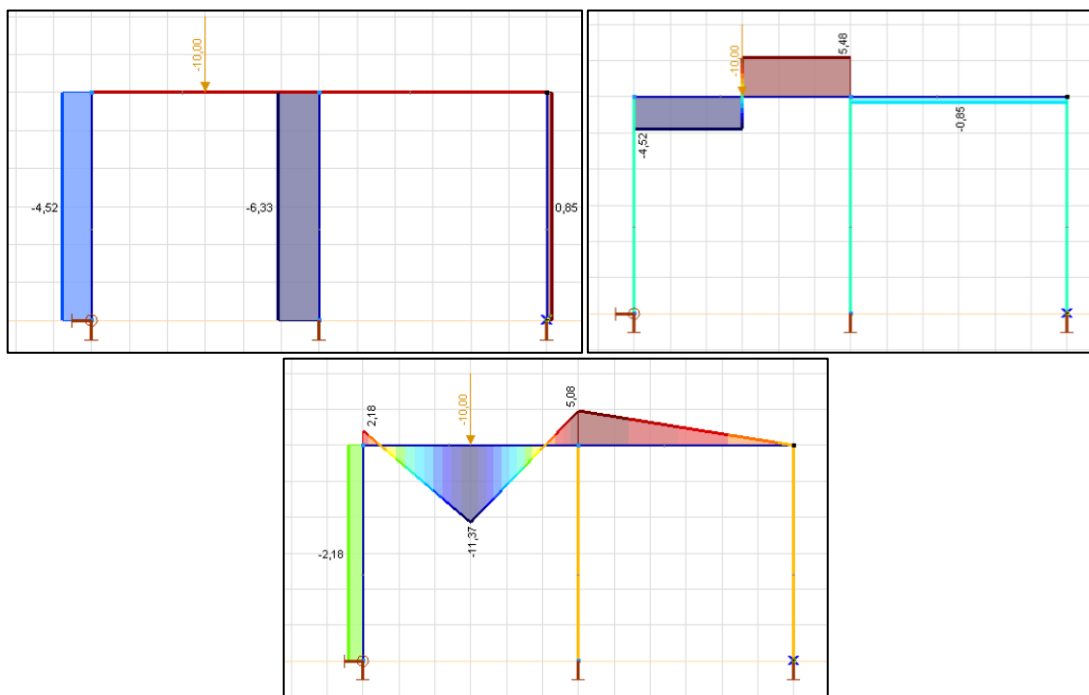
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



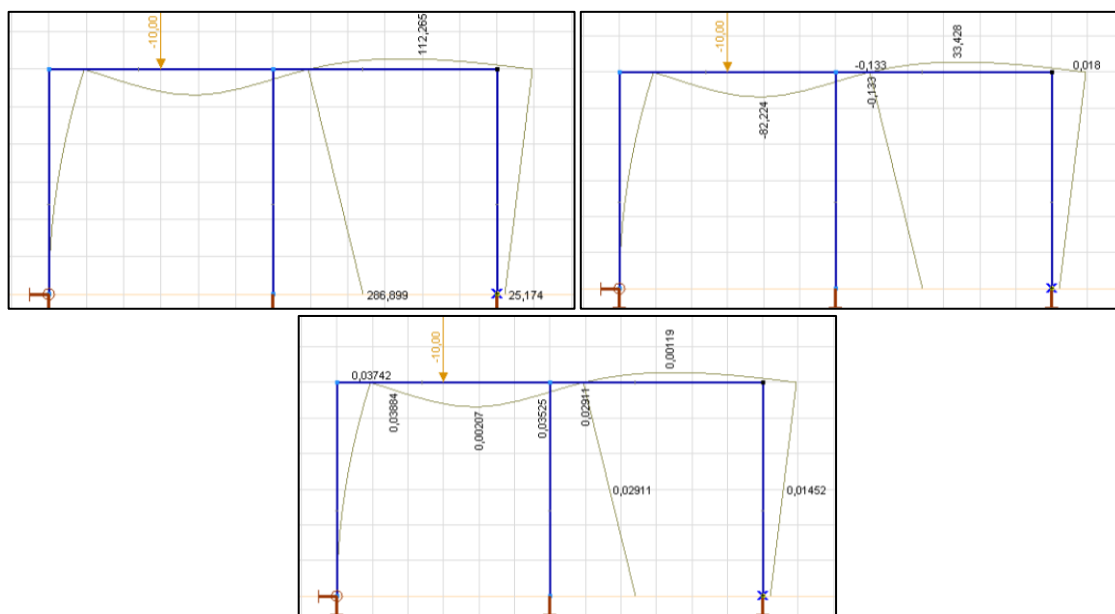
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



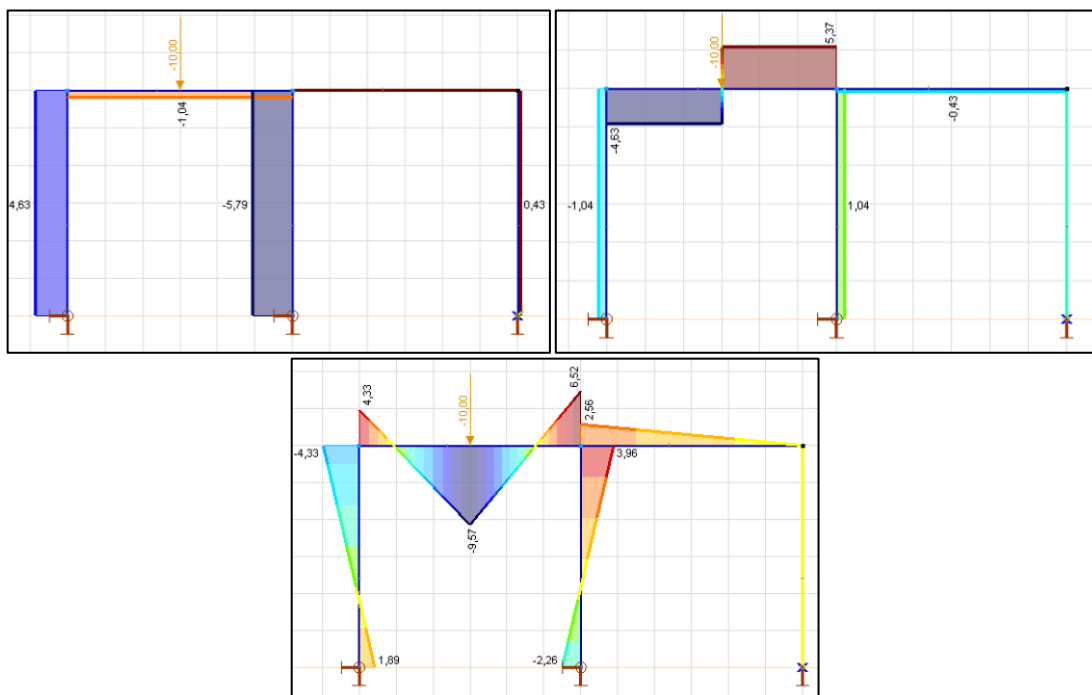
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



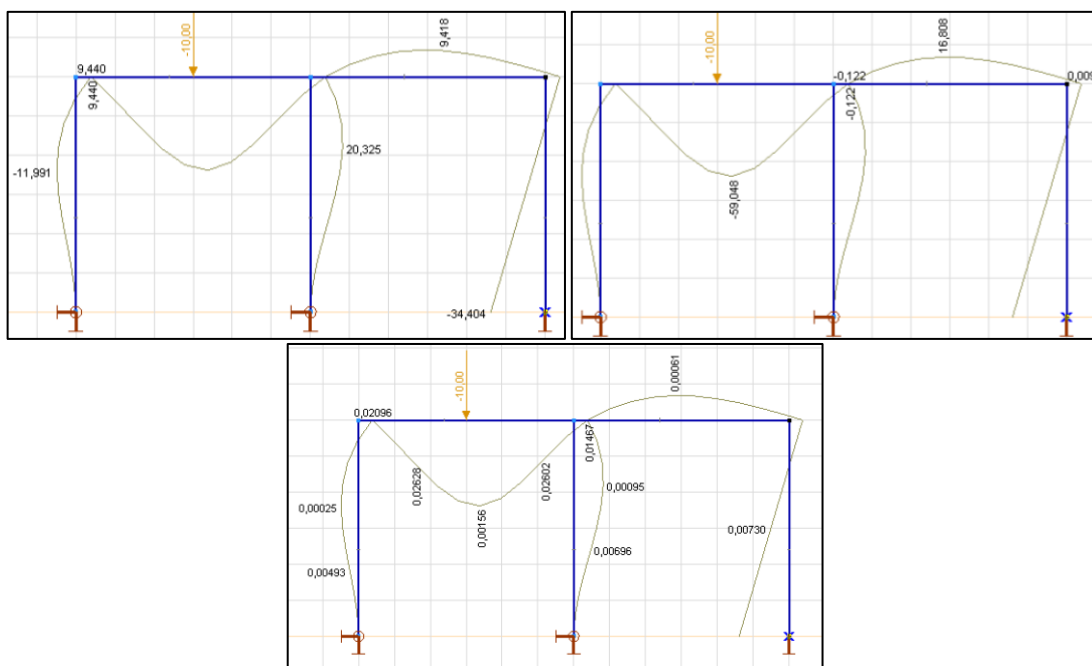
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



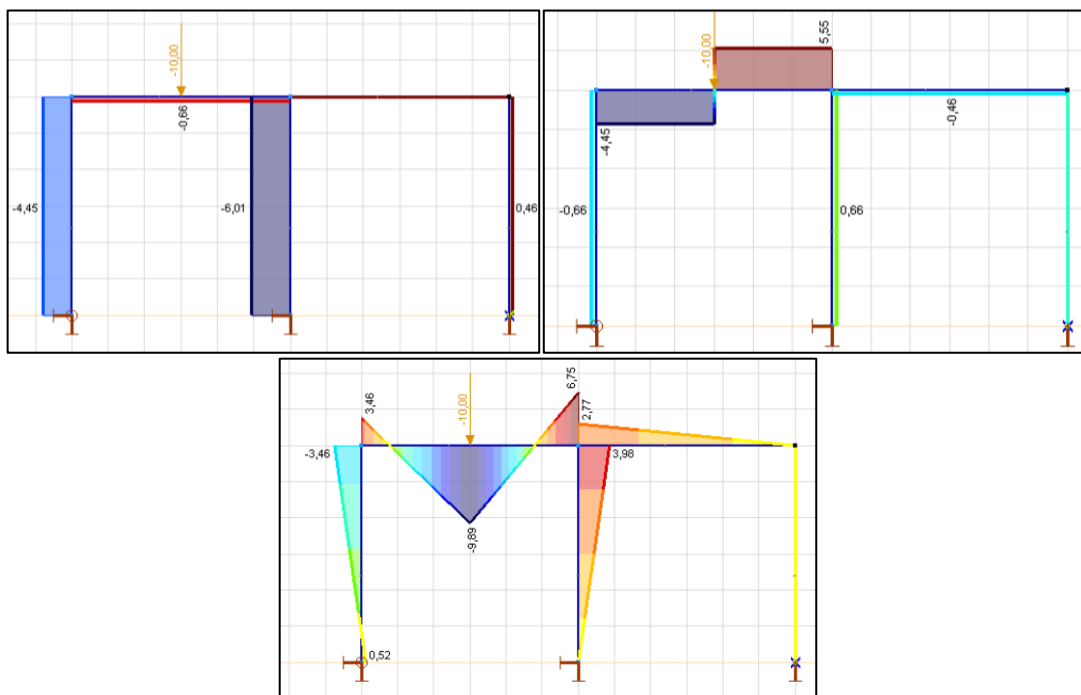
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



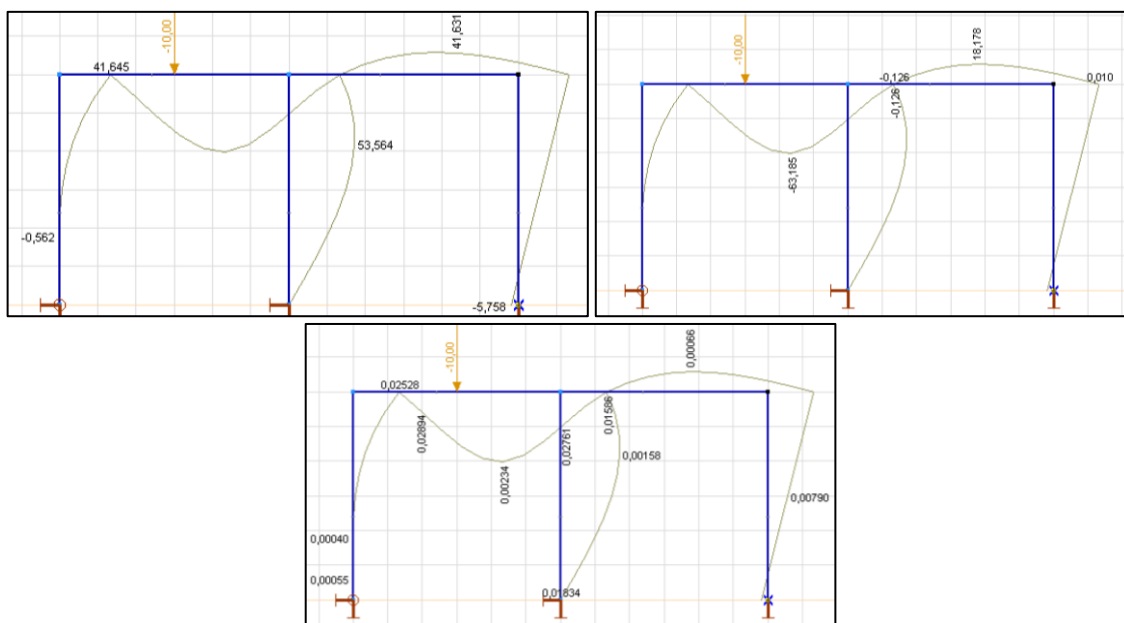
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



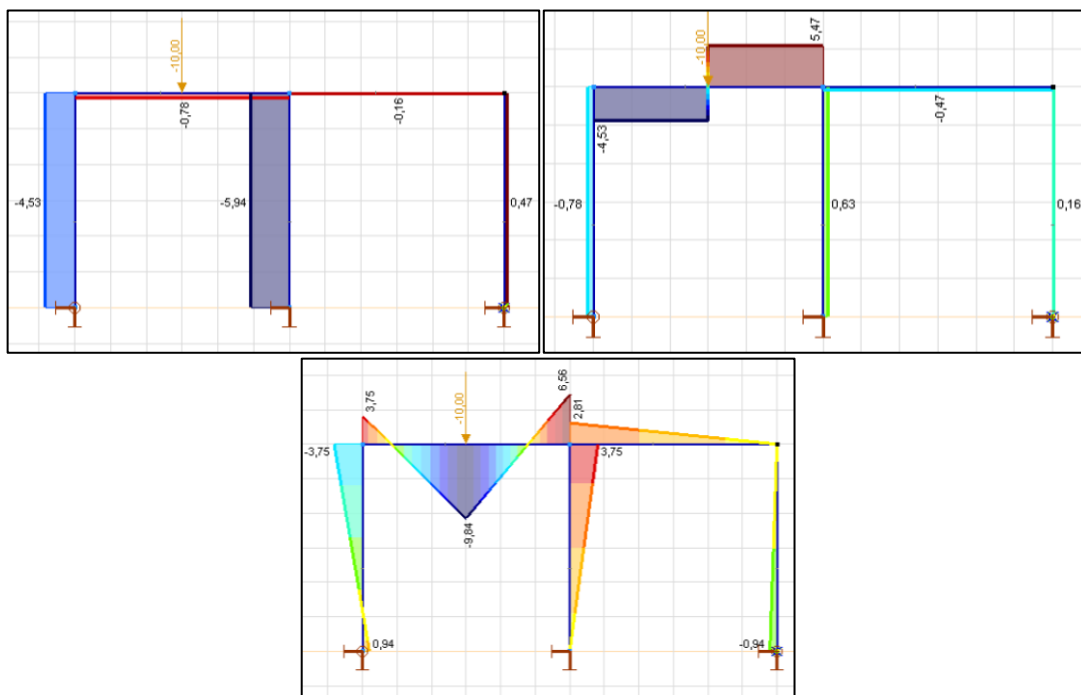
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



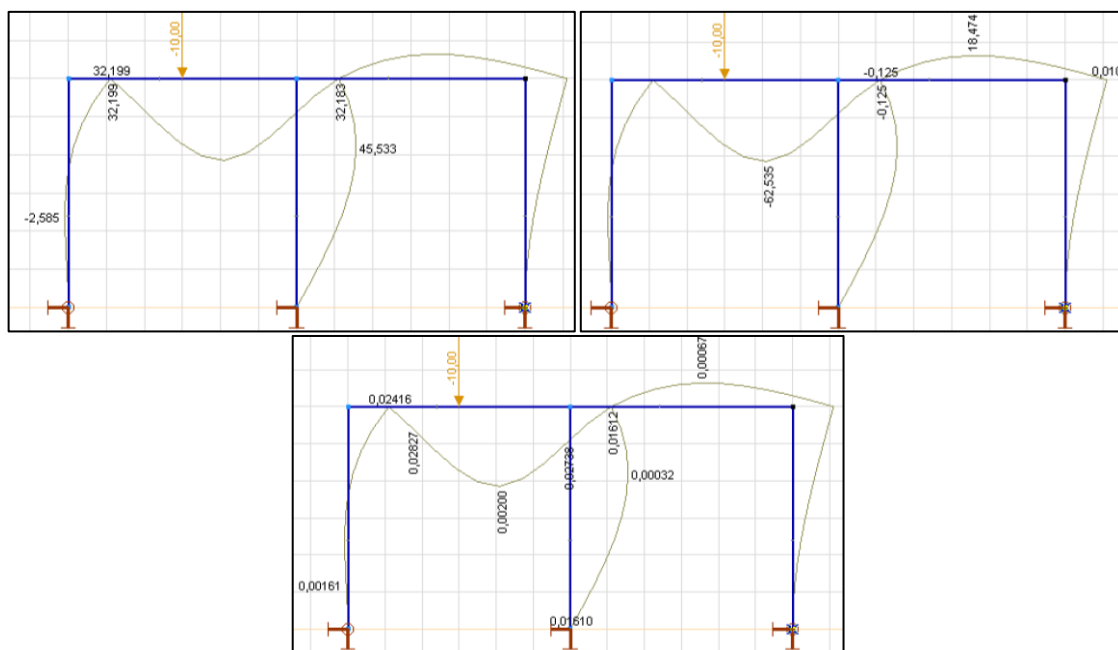
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



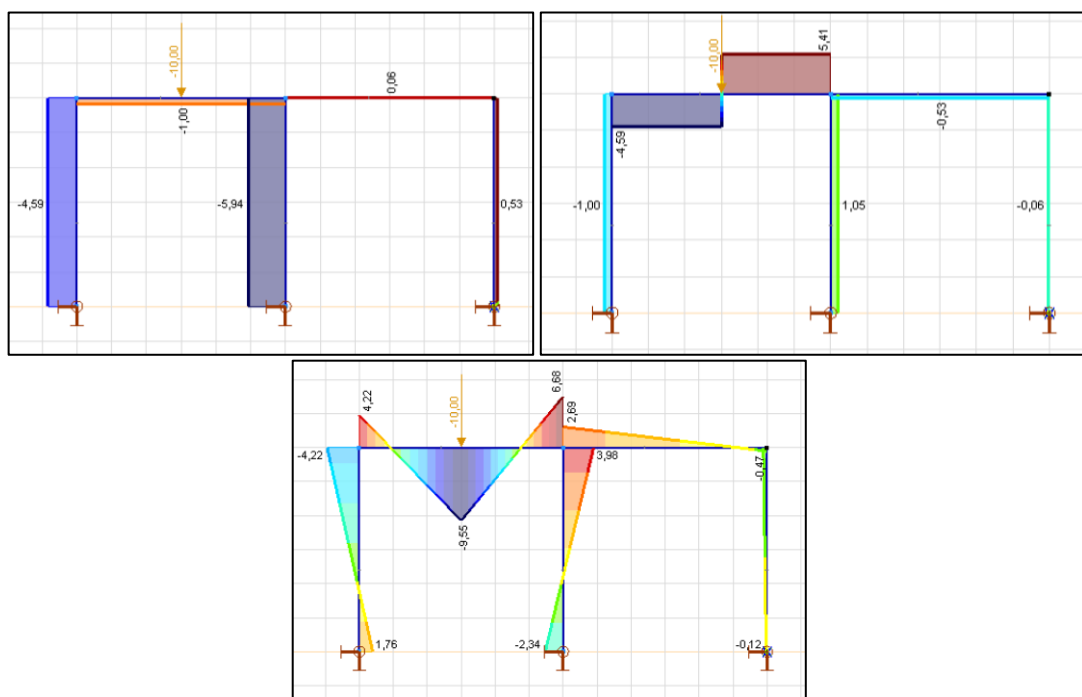
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



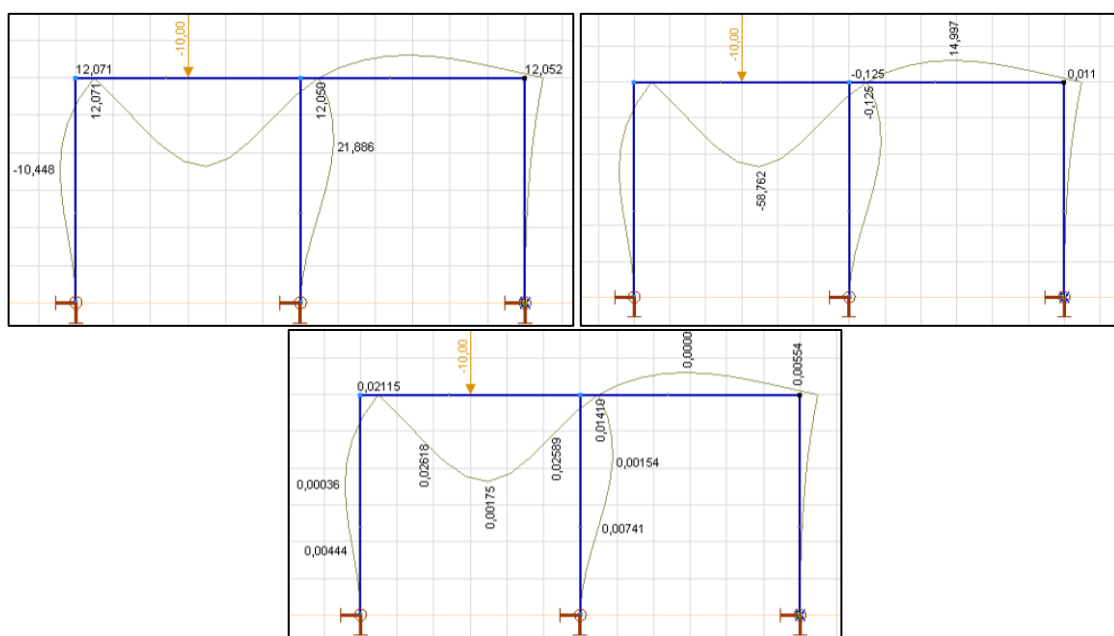
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



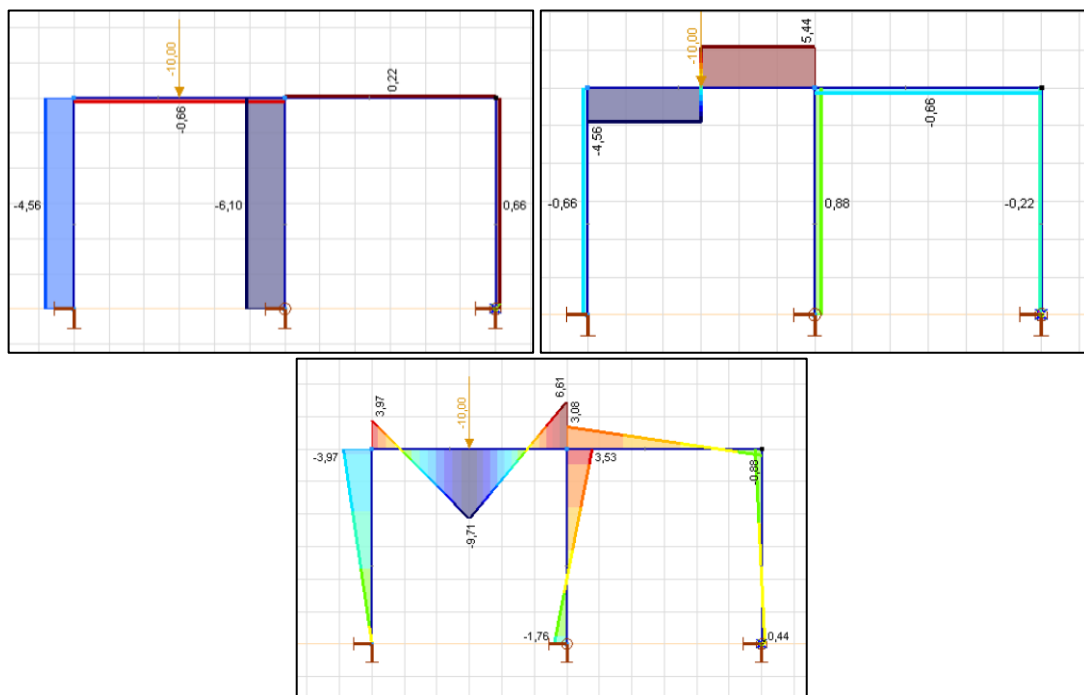
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



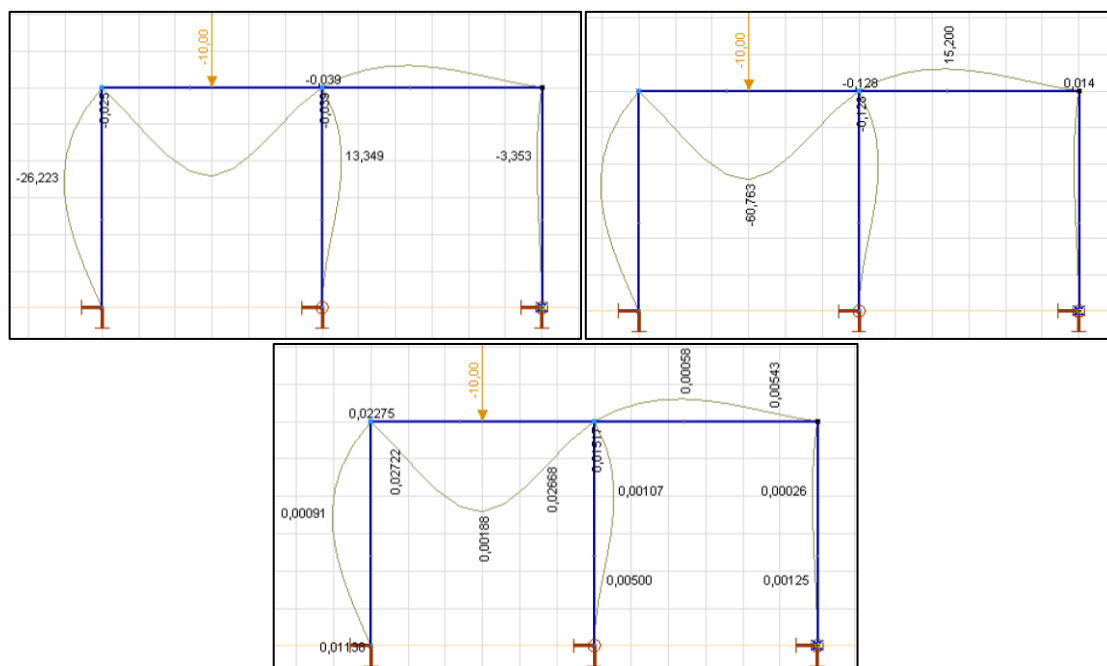
3 támaszú három befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



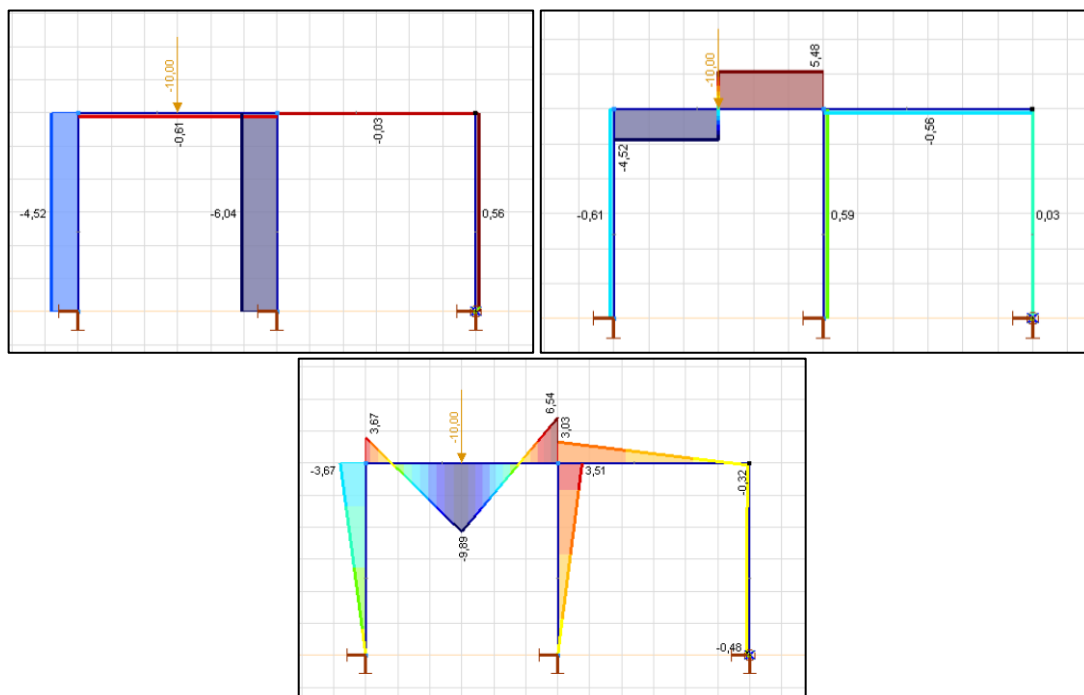
3 támaszú három befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



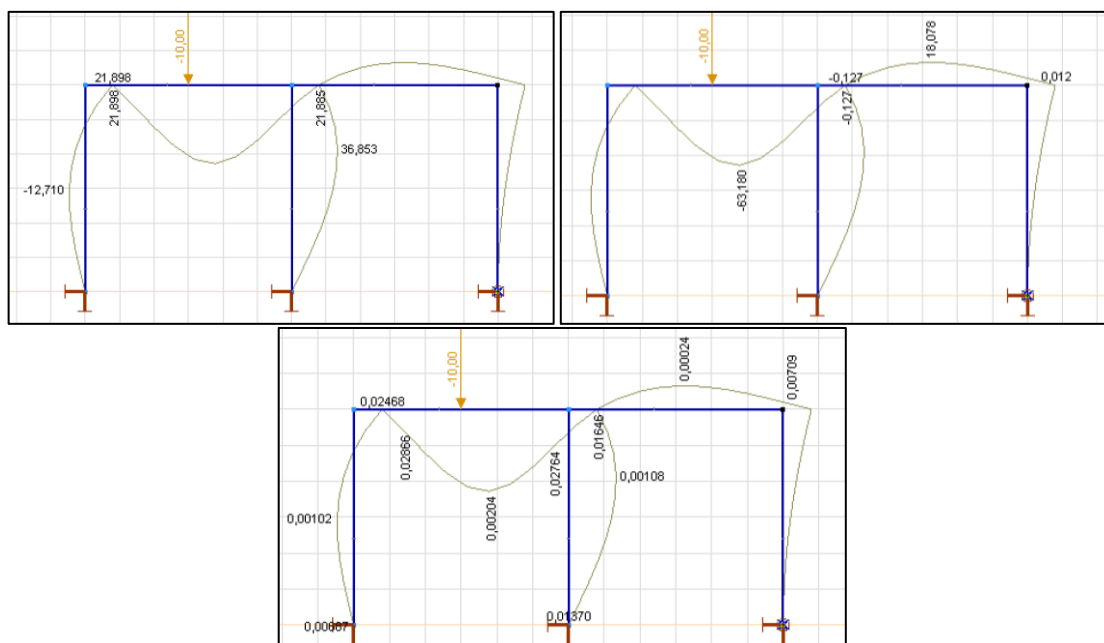
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



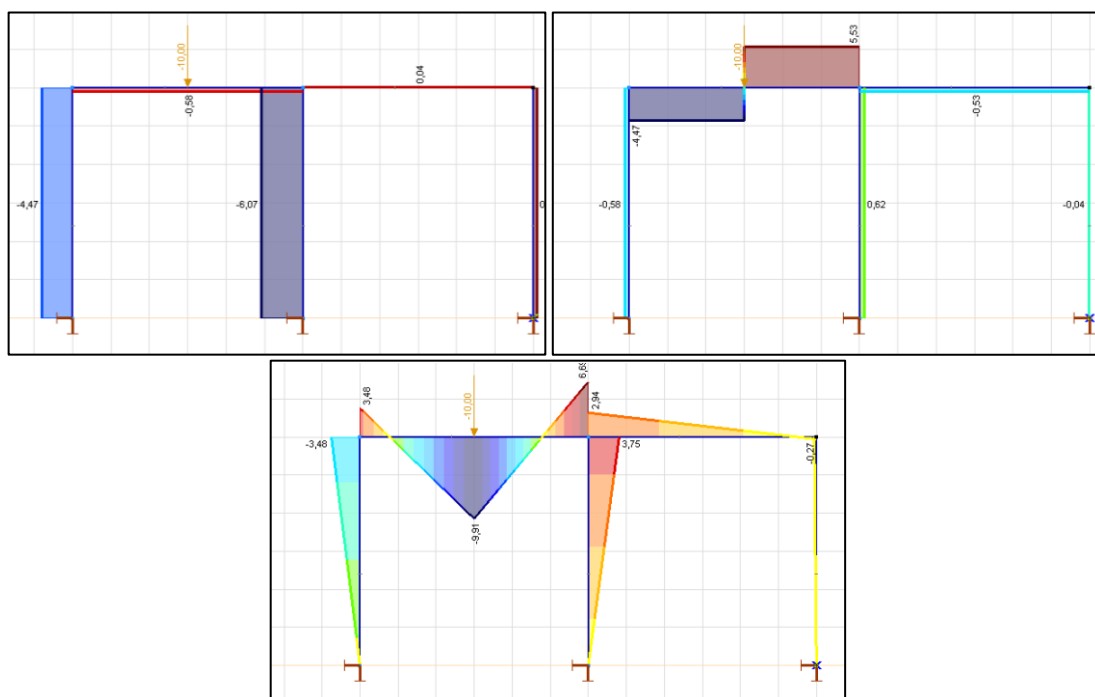
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



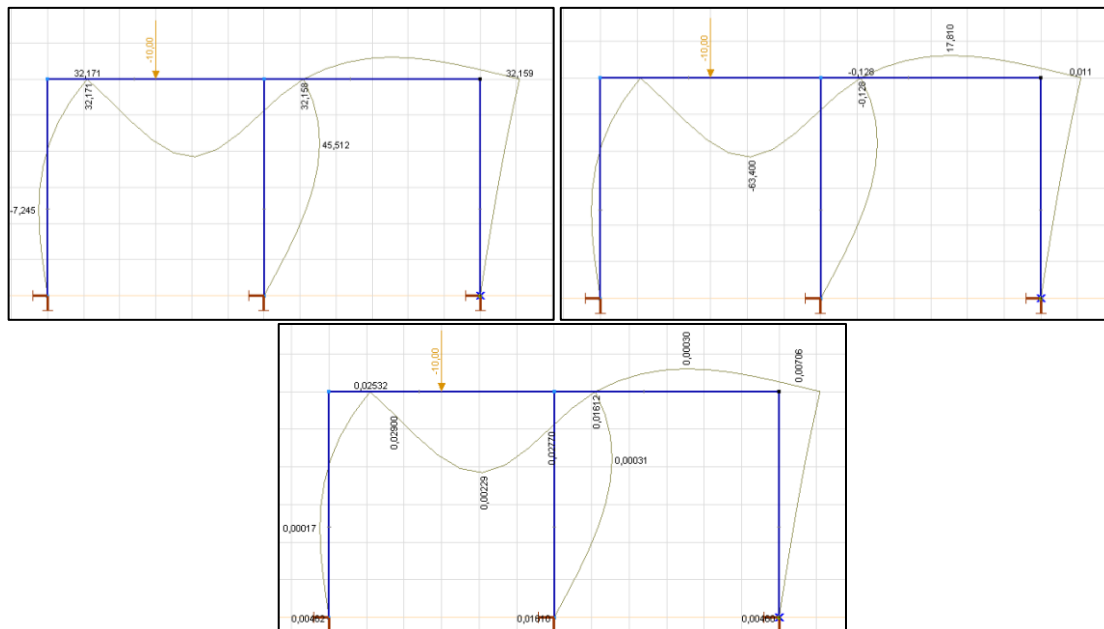
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



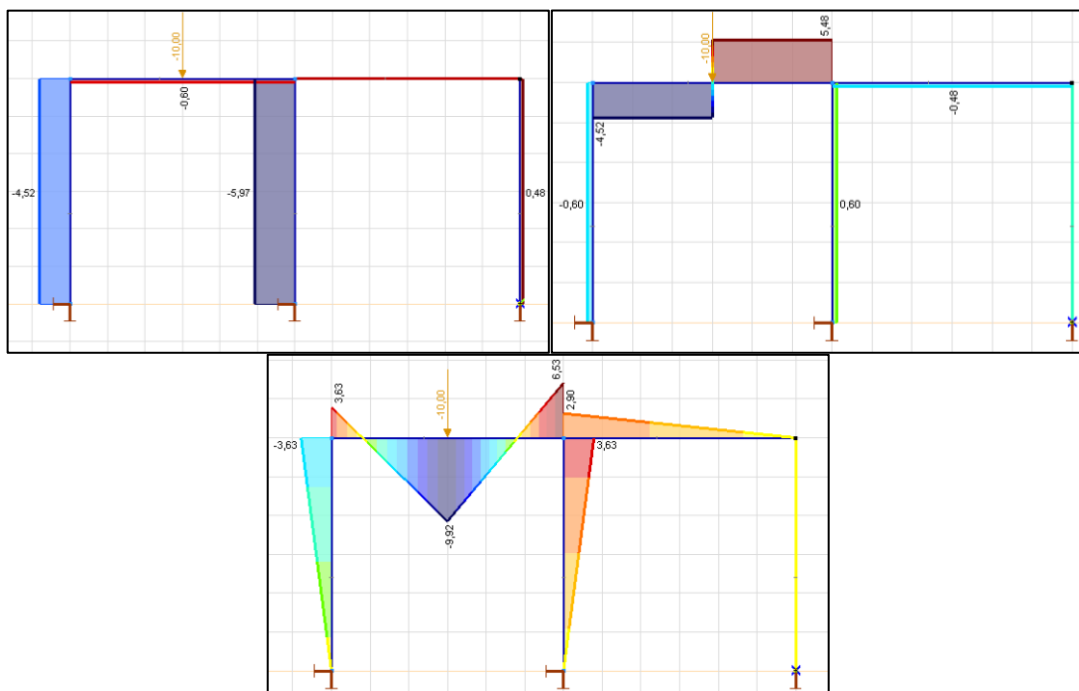
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



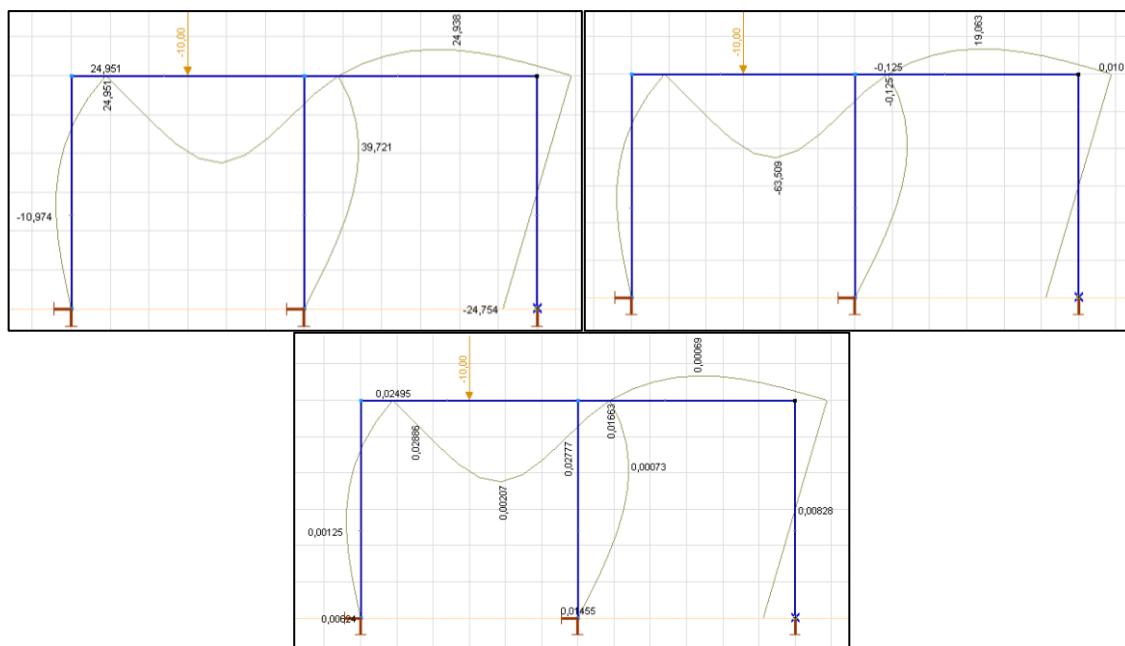
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



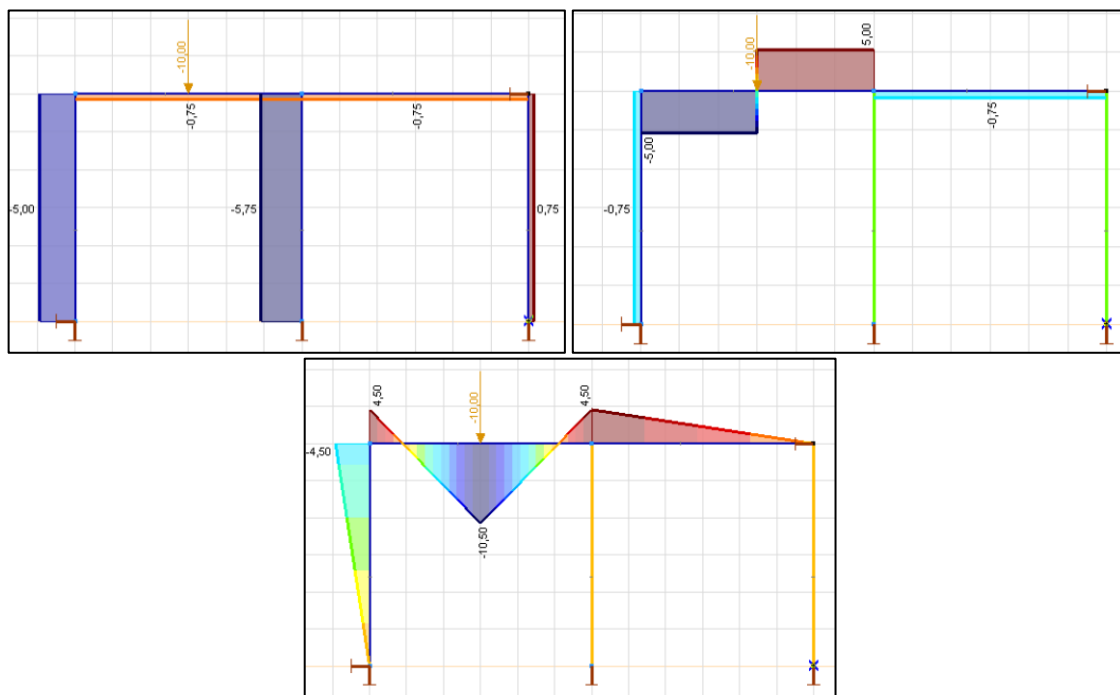
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



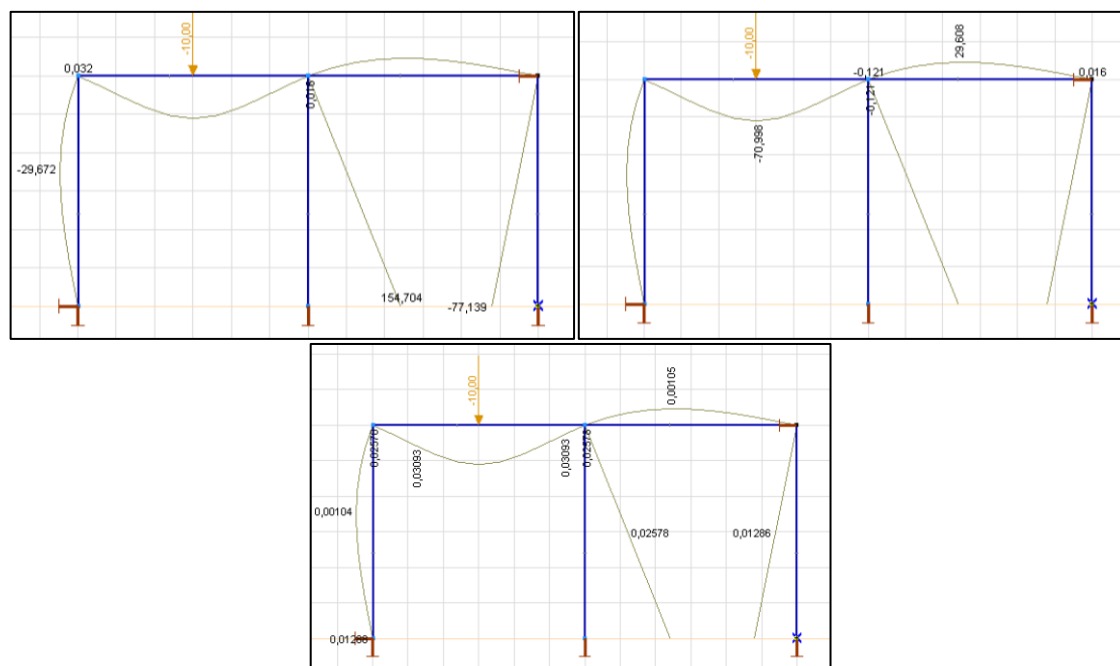
3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



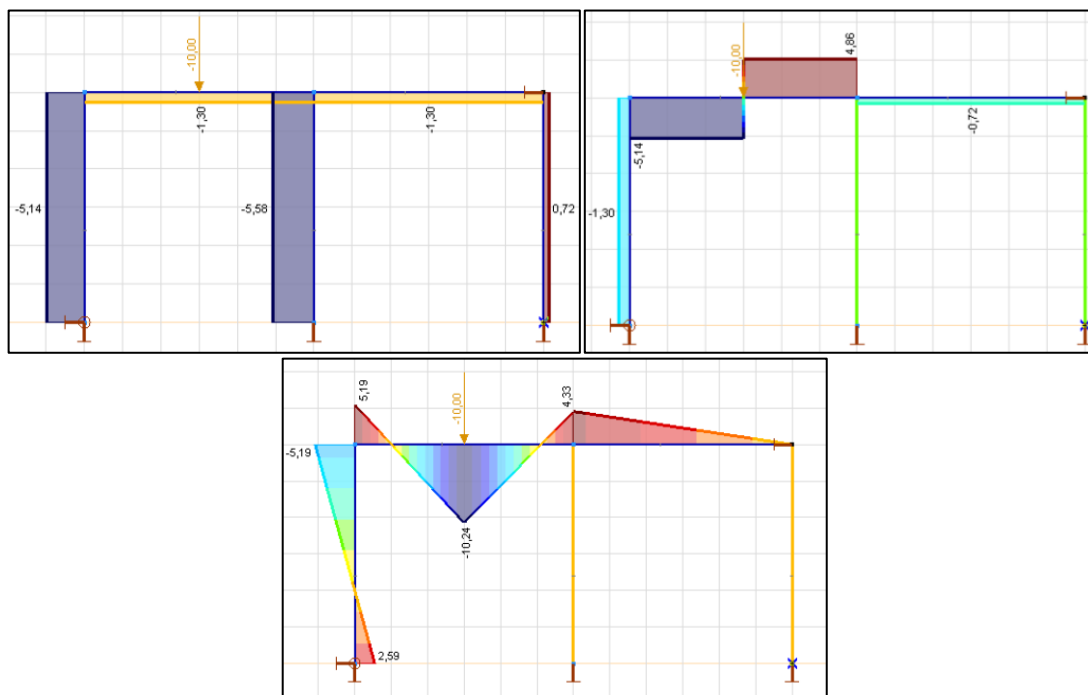
3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



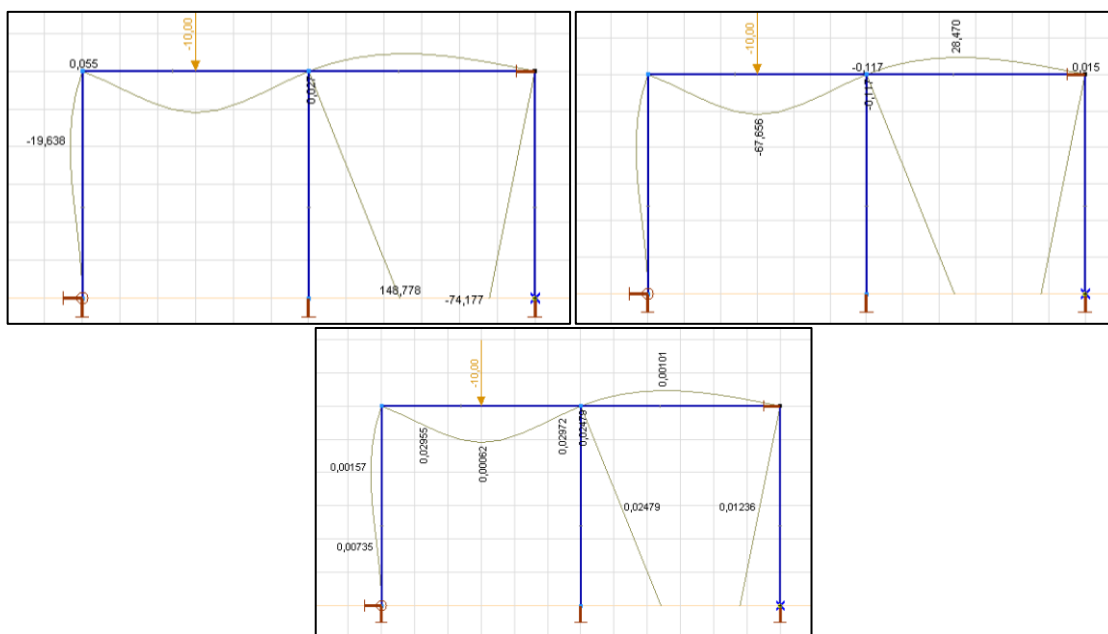
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



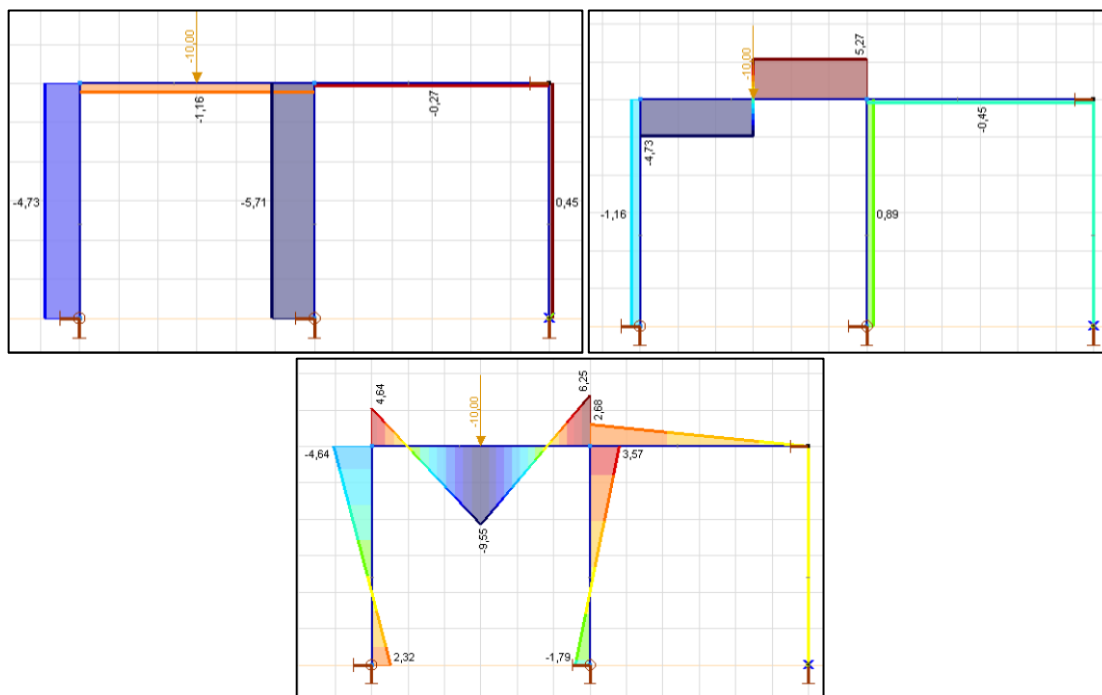
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



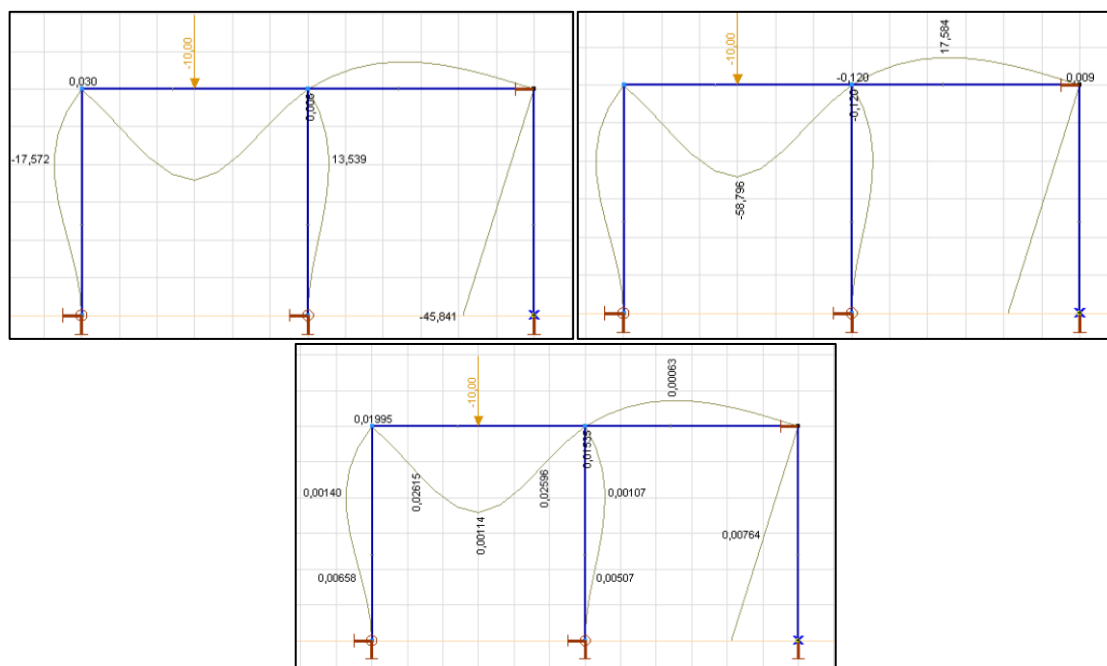
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



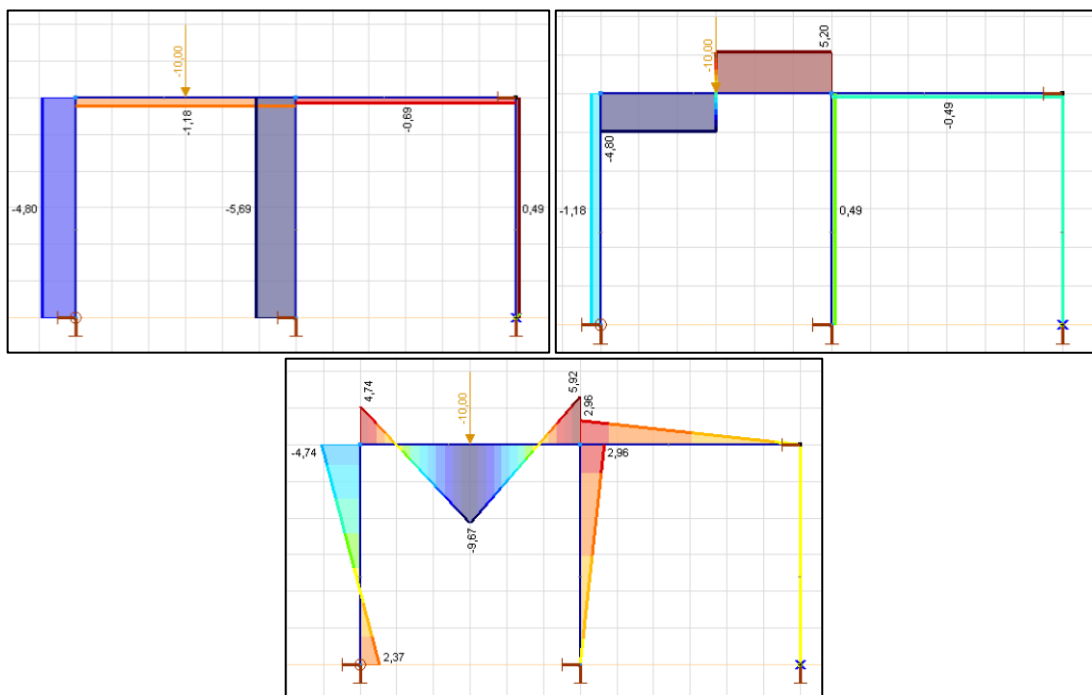
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



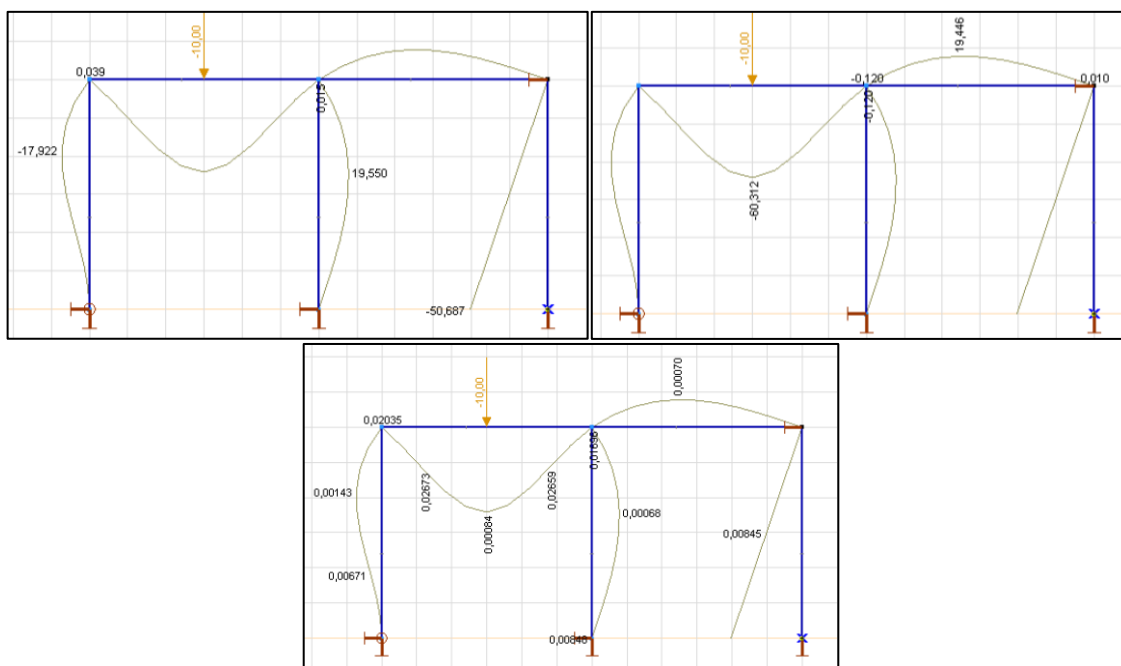
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



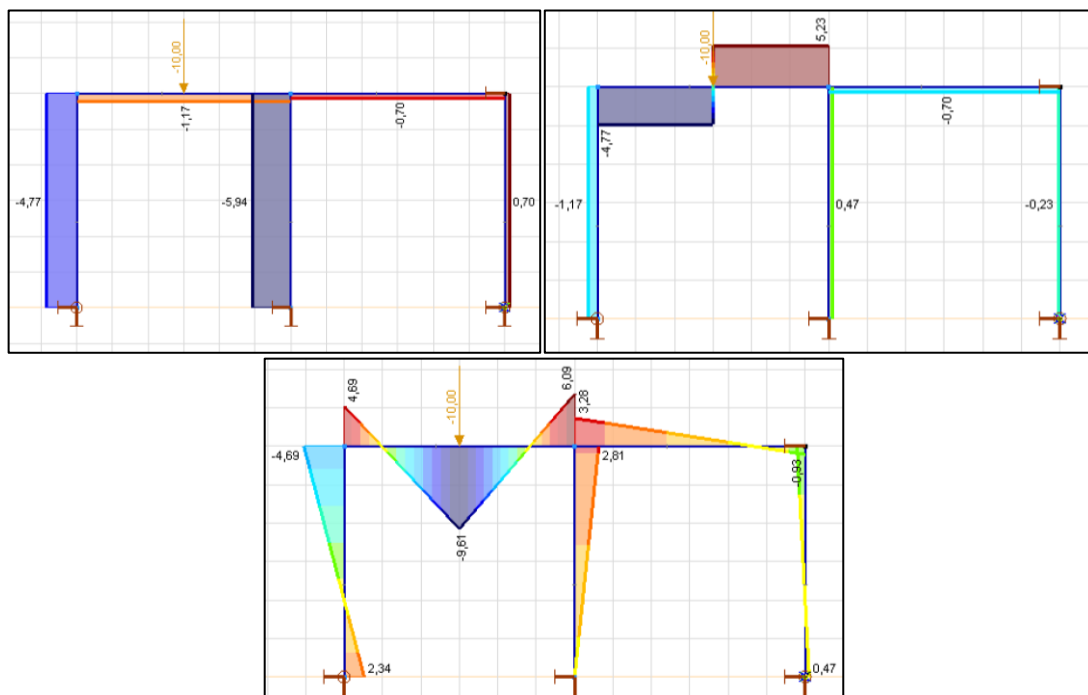
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



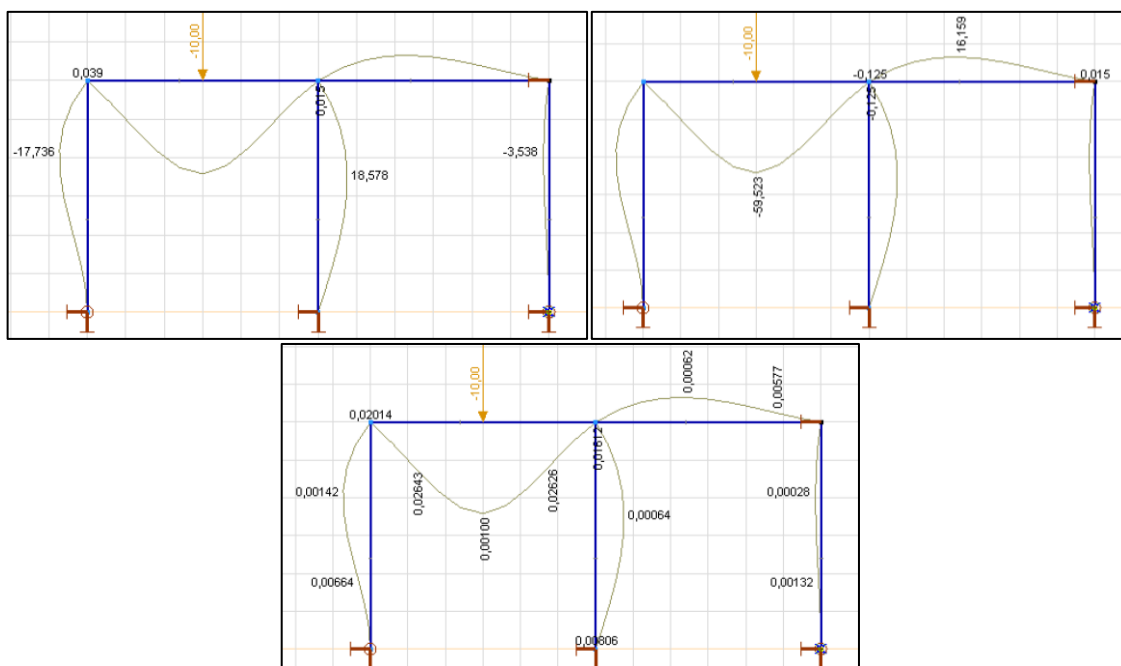
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



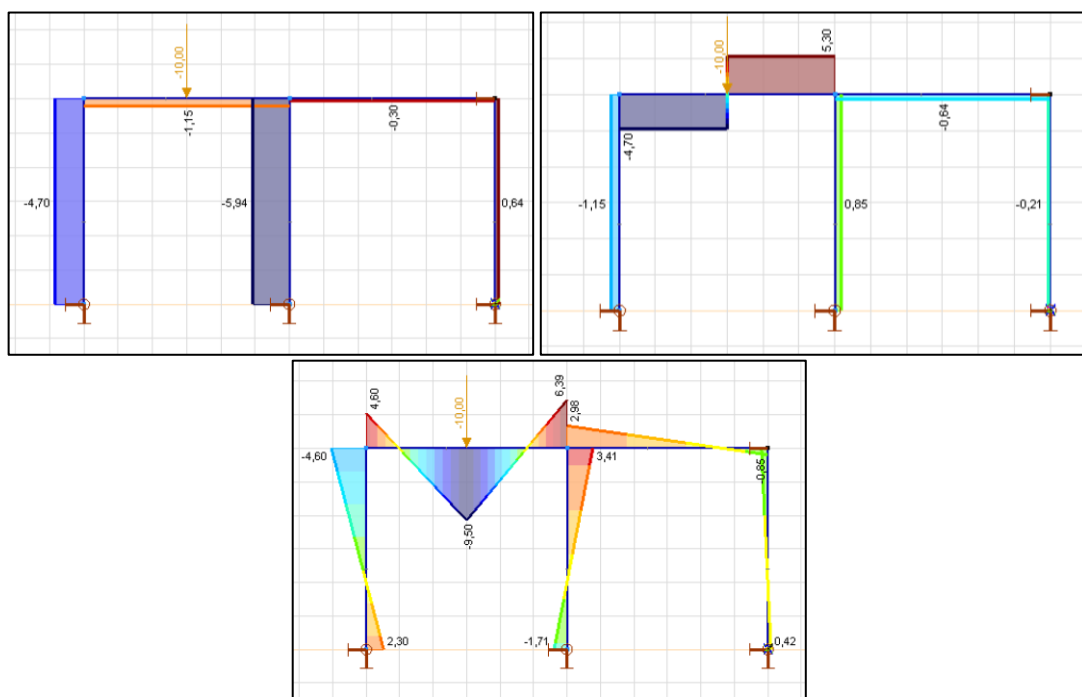
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



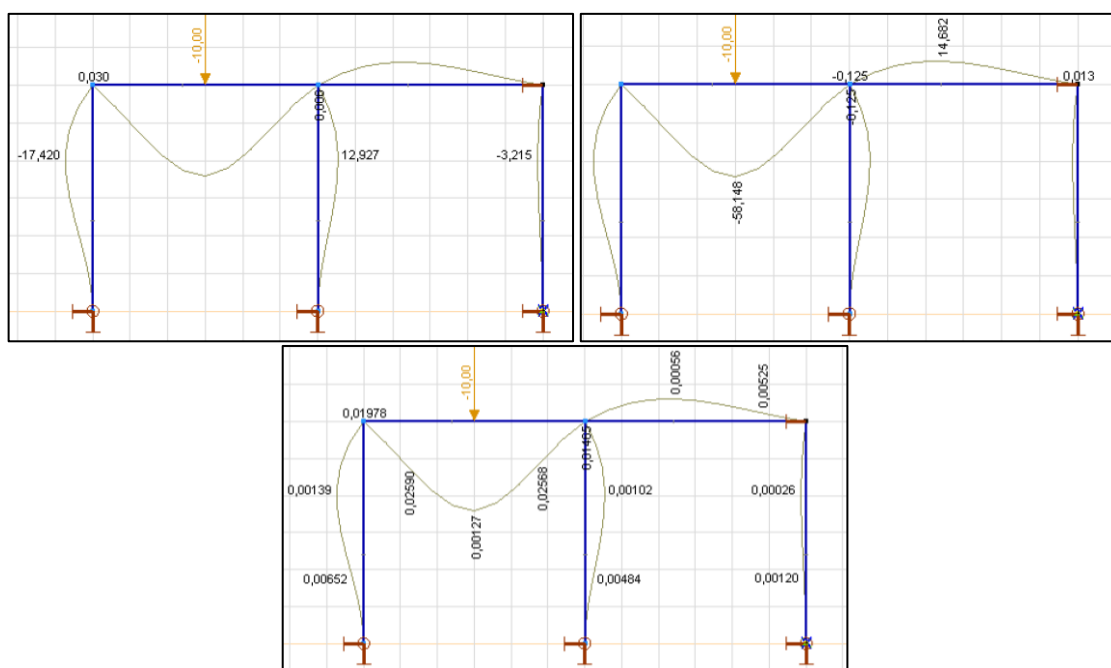
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



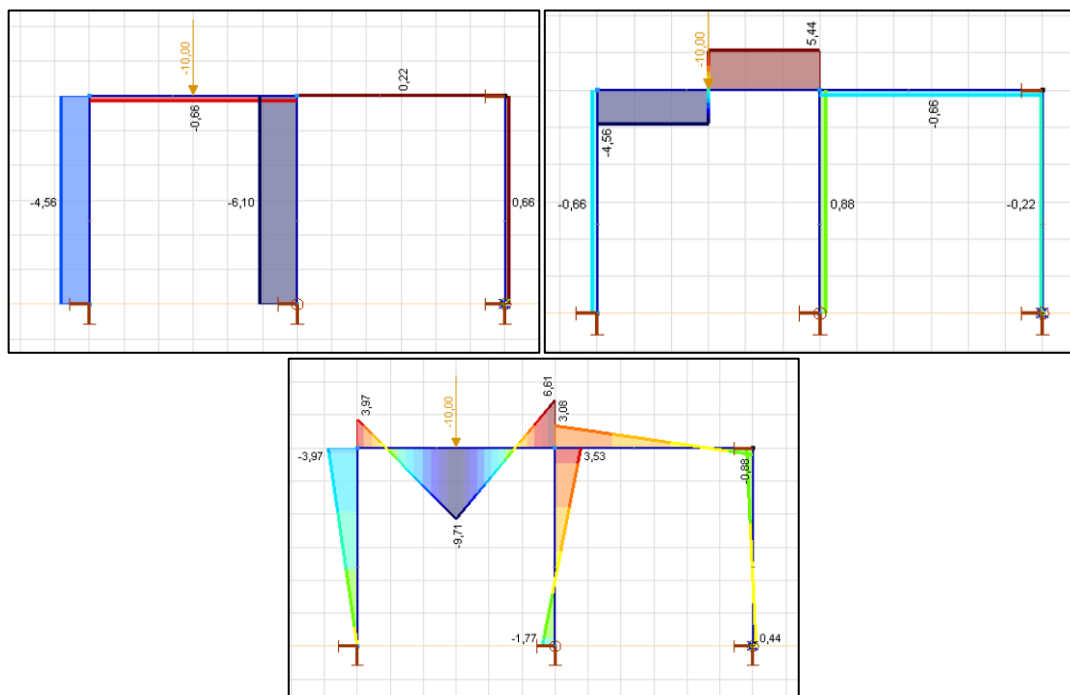
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



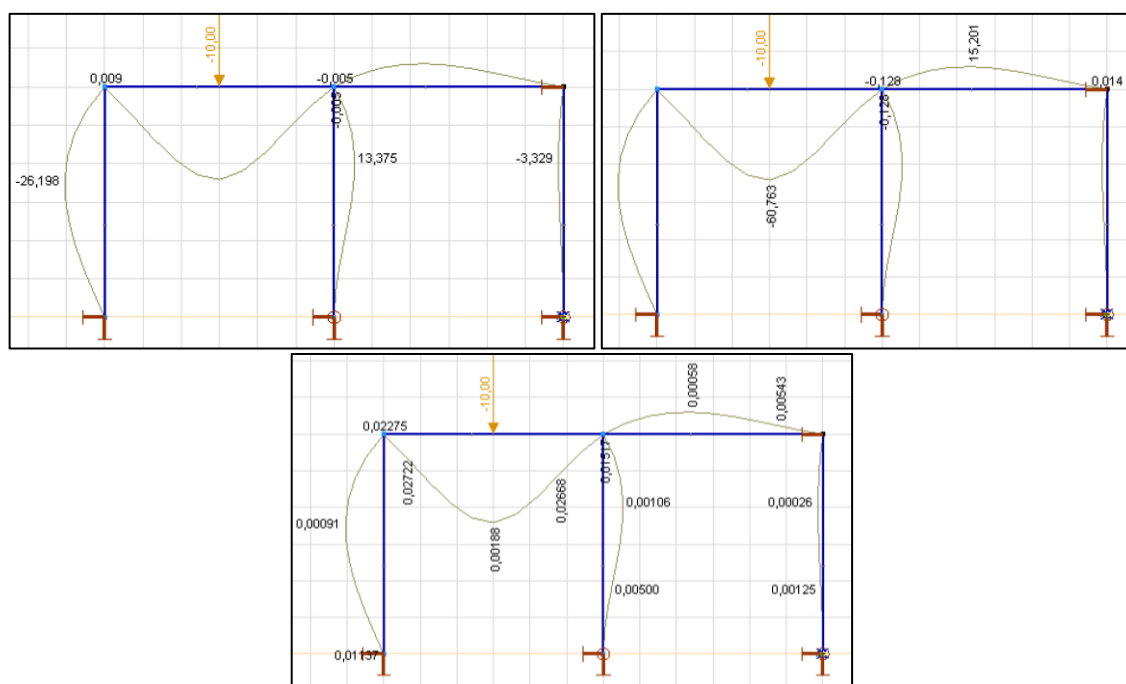
3 támaszú három befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



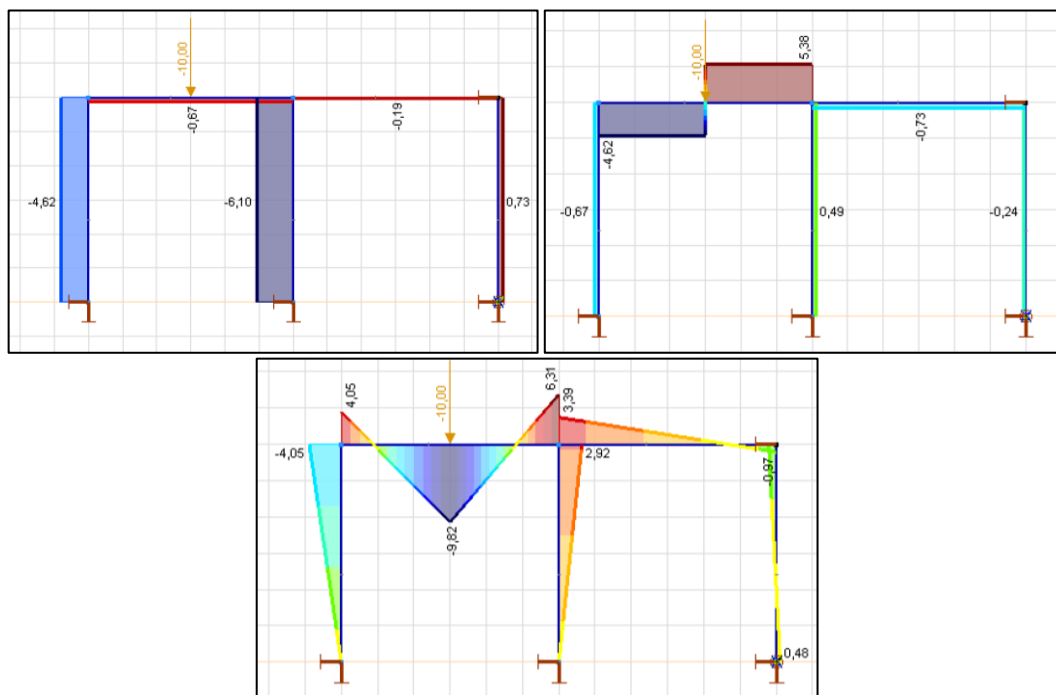
3 támaszú három befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



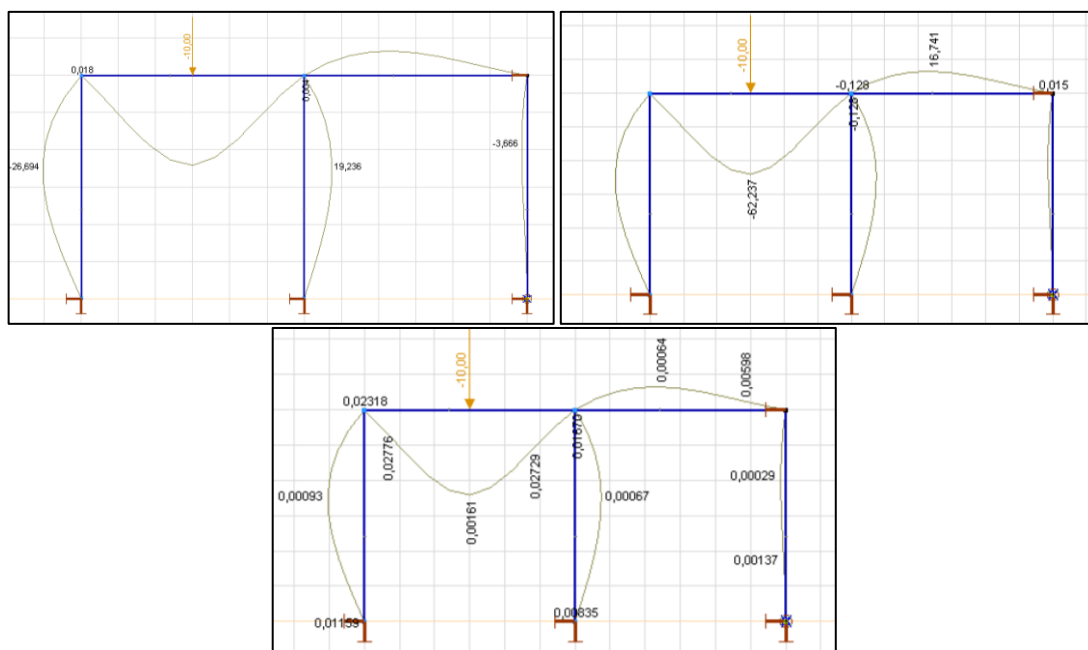
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



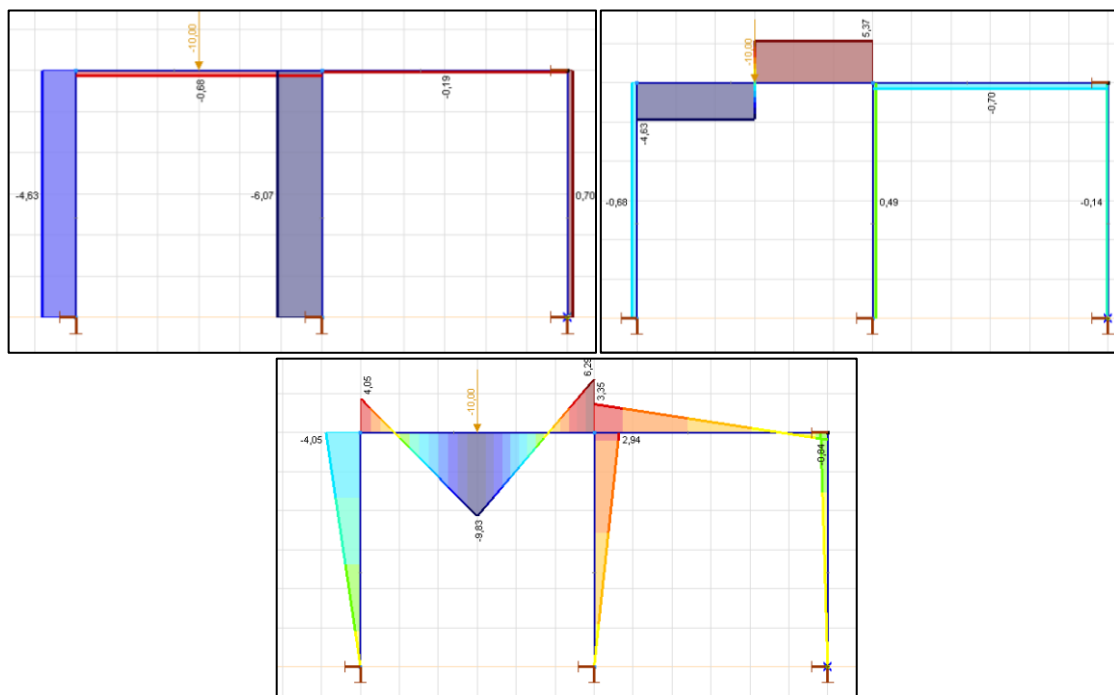
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



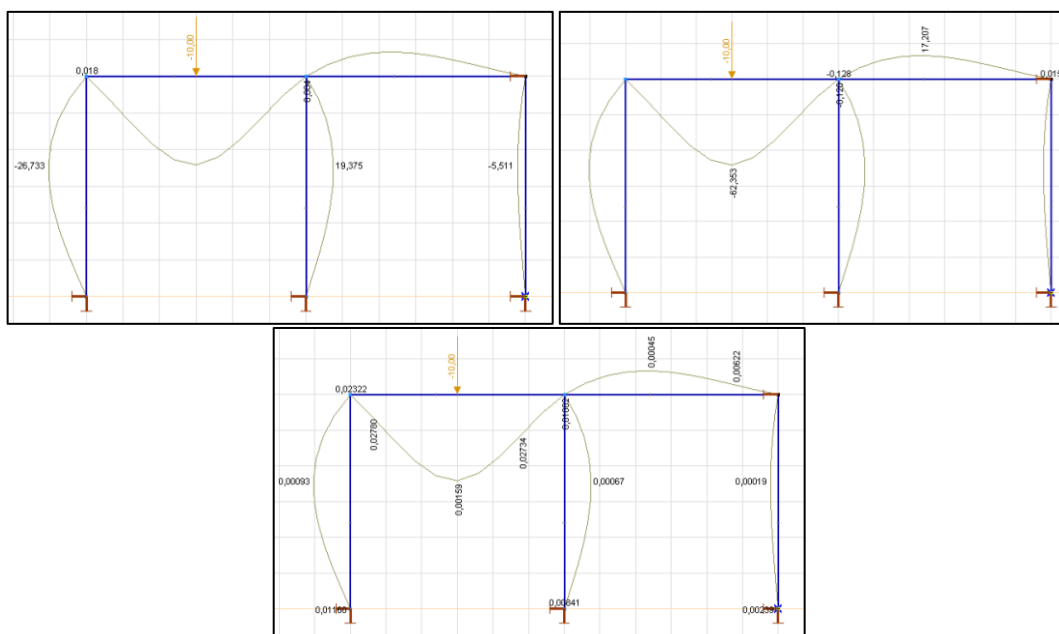
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



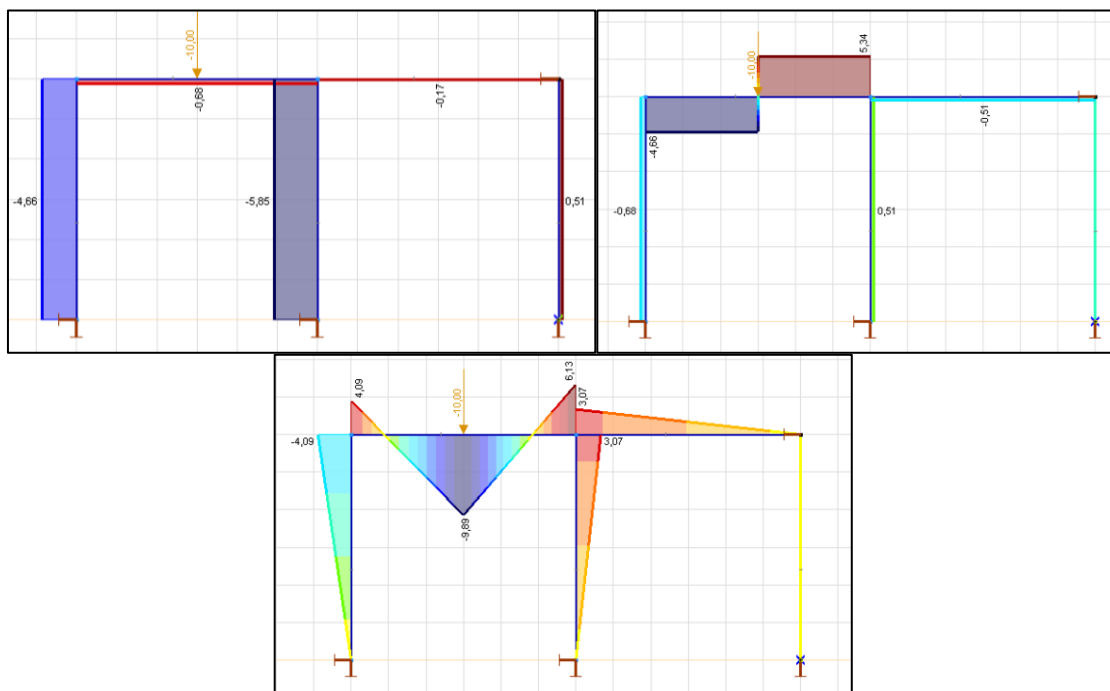
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására



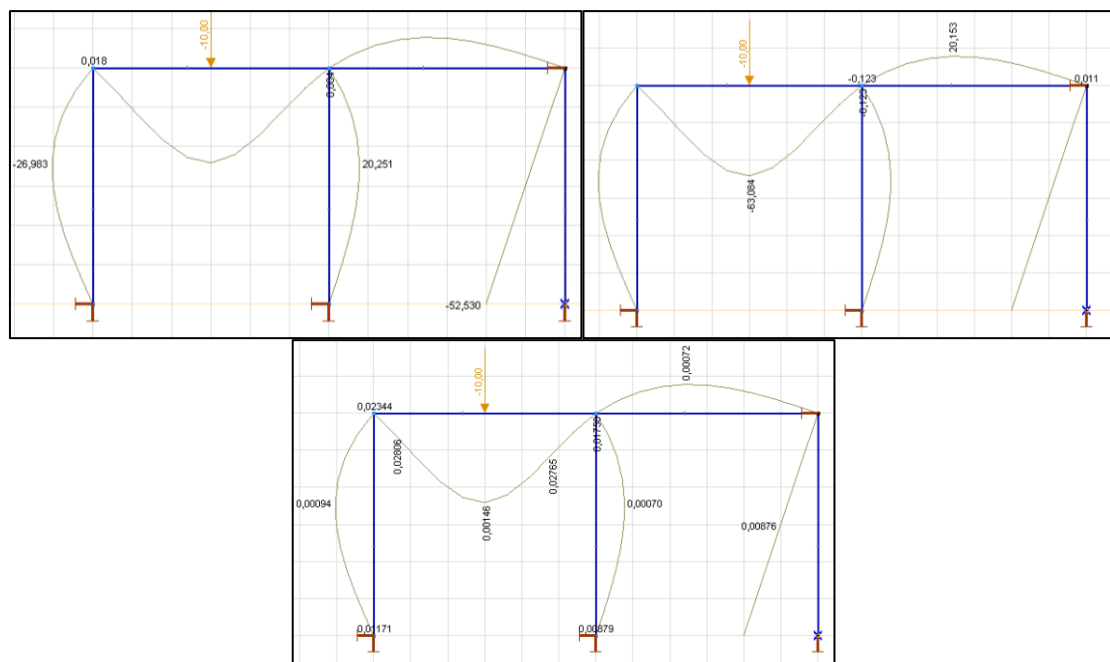
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására



3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására

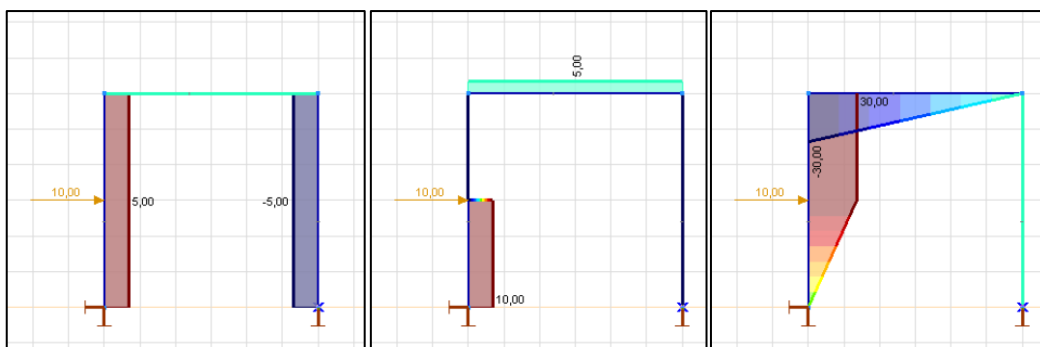


3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái függőleges erő hatására

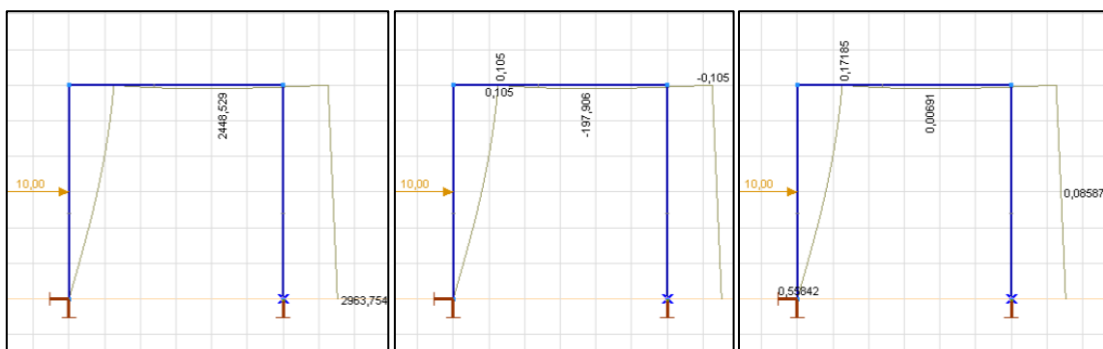


3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke függőleges erő hatására

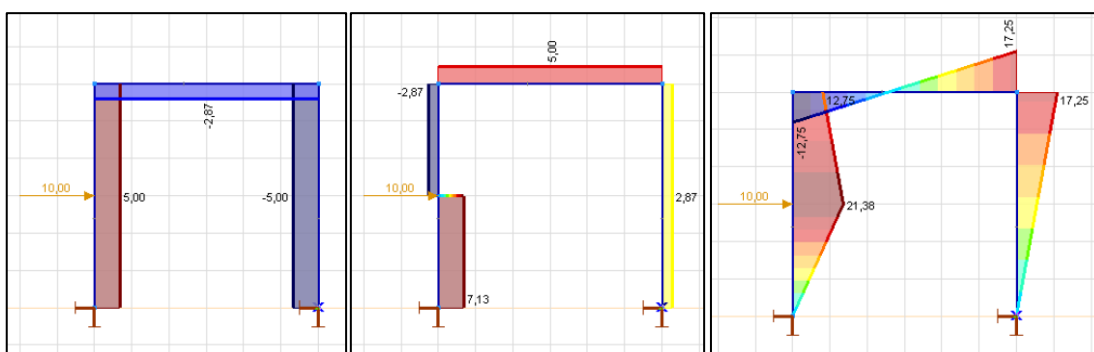
4. Melléklet – Axis VM eredmények vízszintes erő hatására



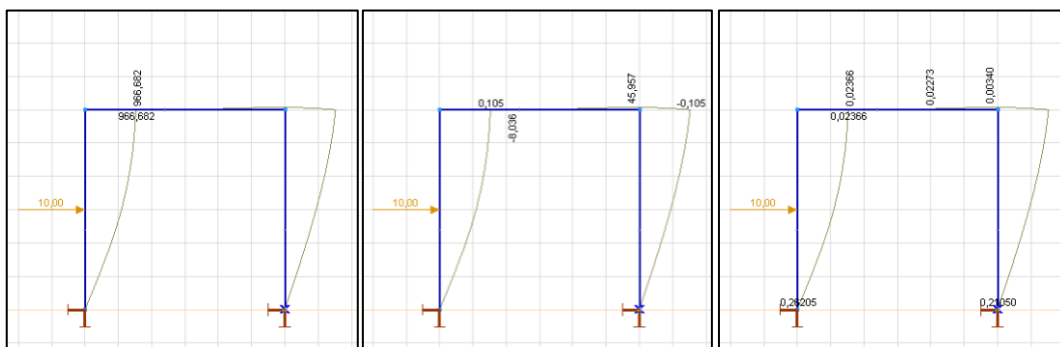
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



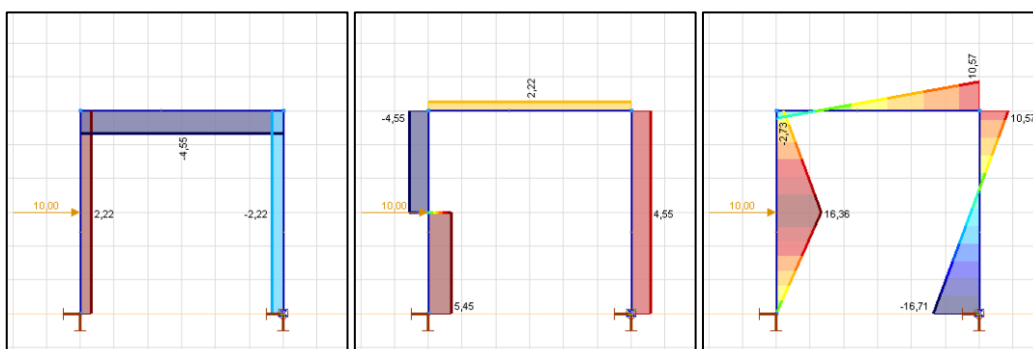
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



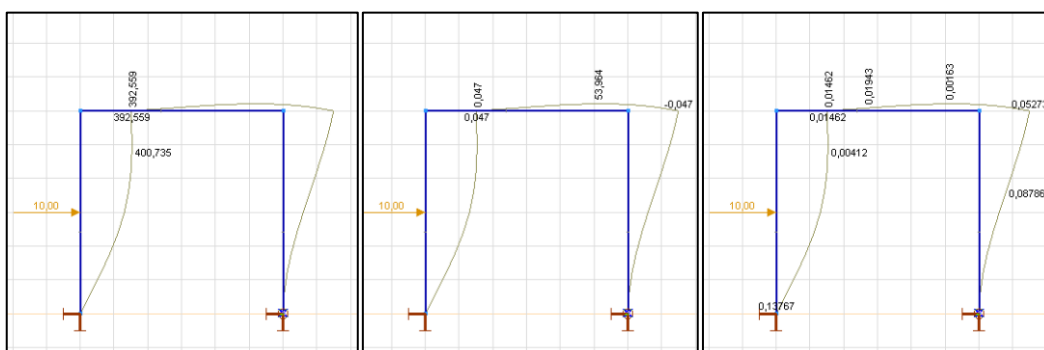
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



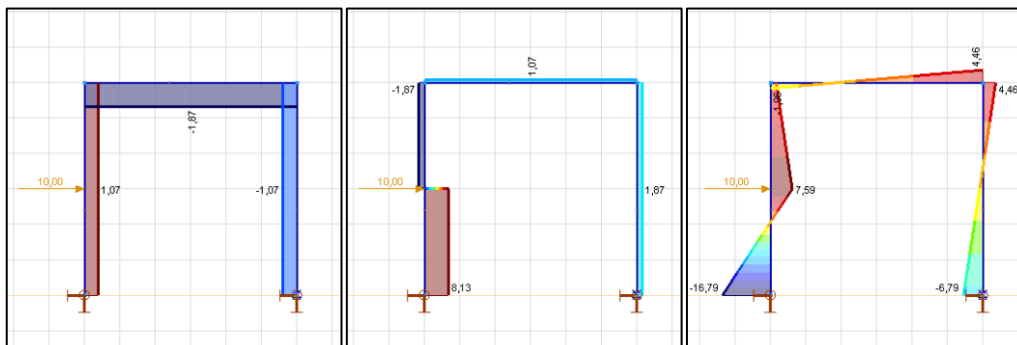
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



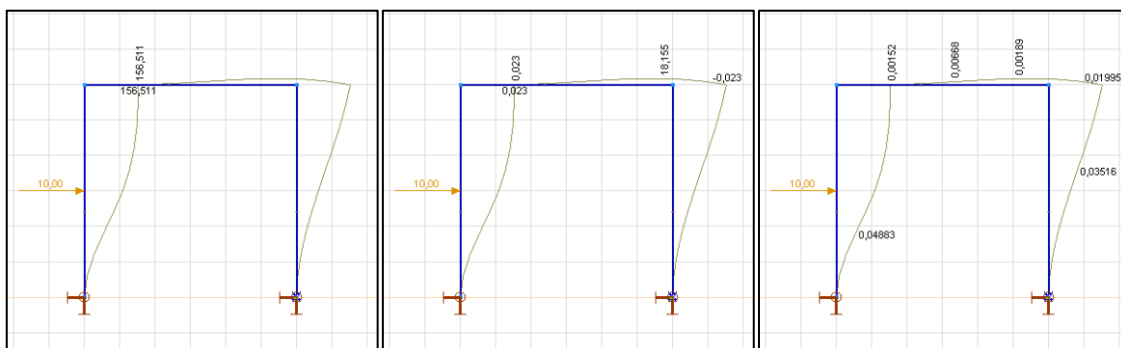
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



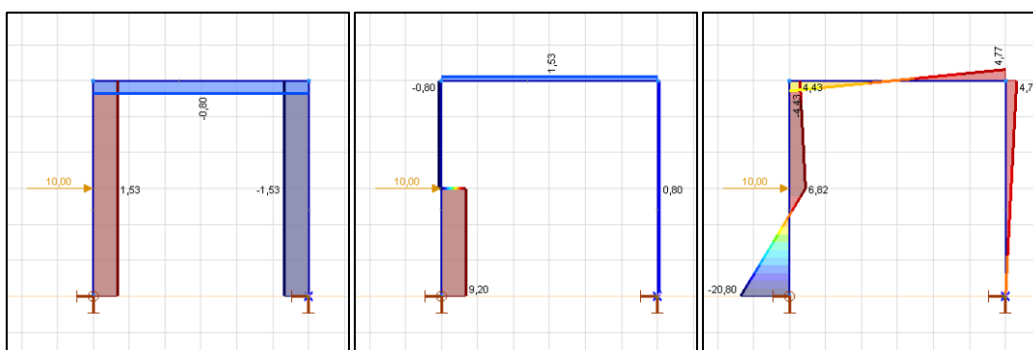
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



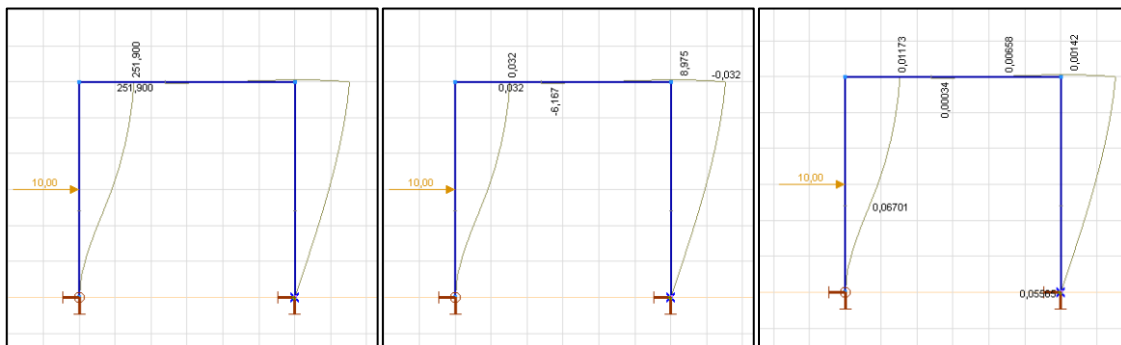
2 támaszú kettő befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



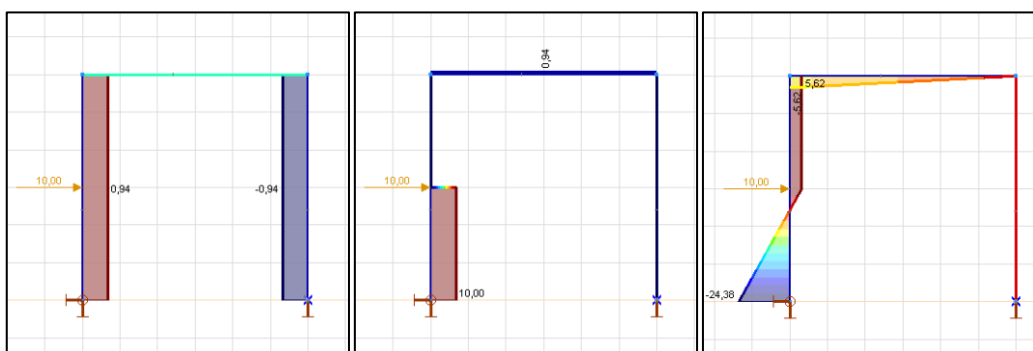
2 támaszú kettő befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



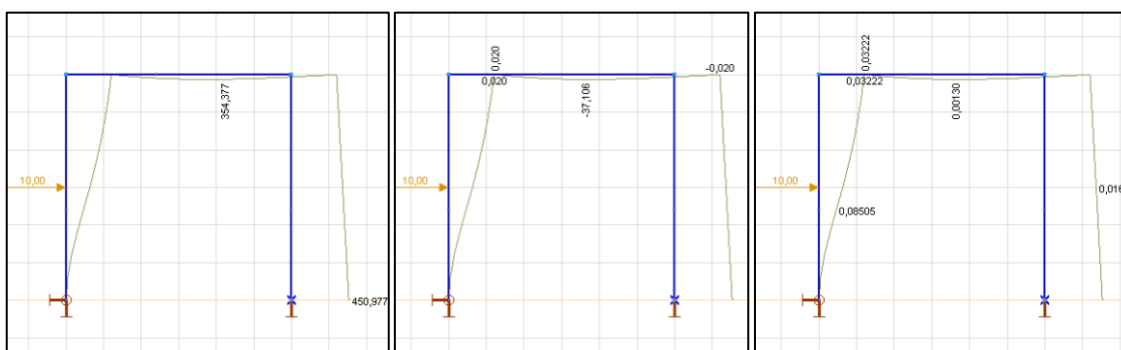
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



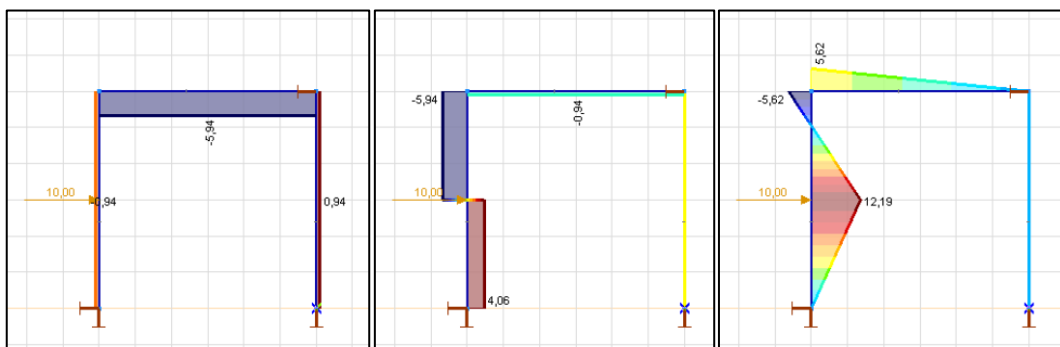
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



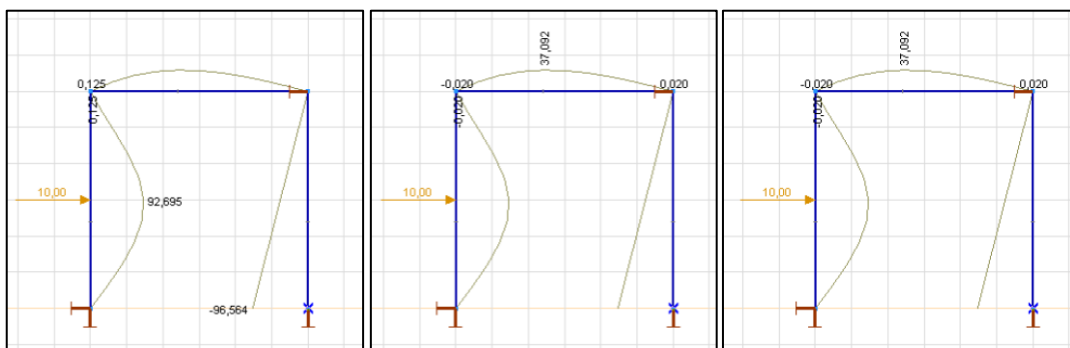
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



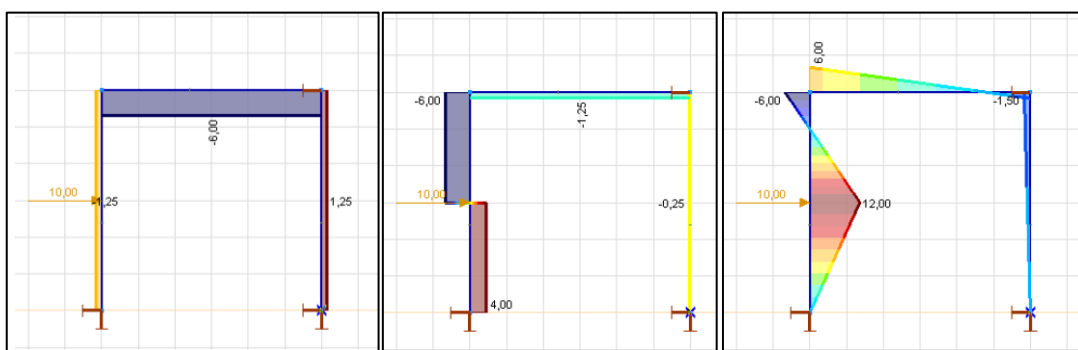
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



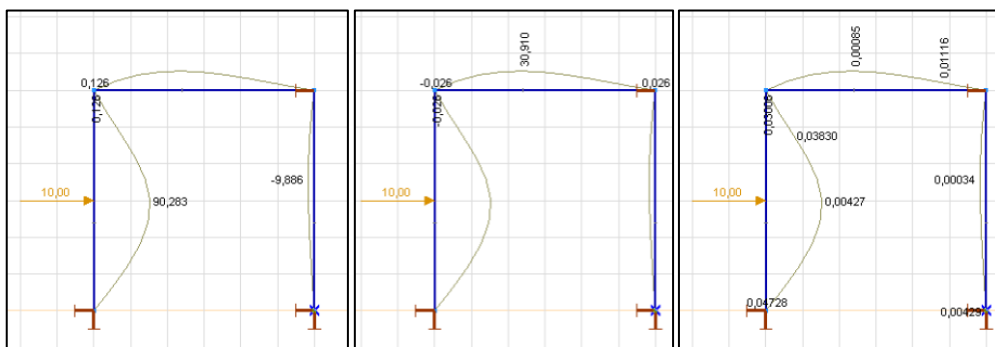
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



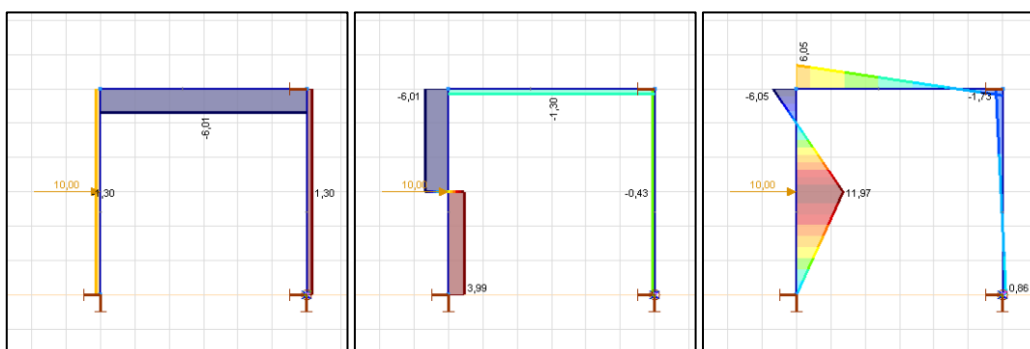
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



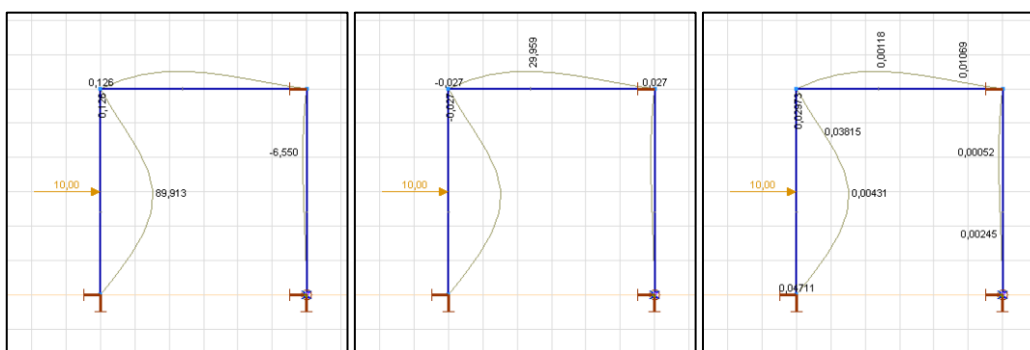
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



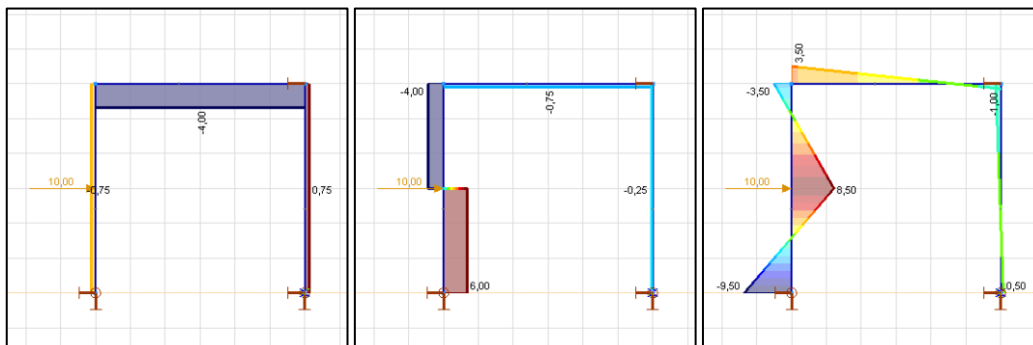
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



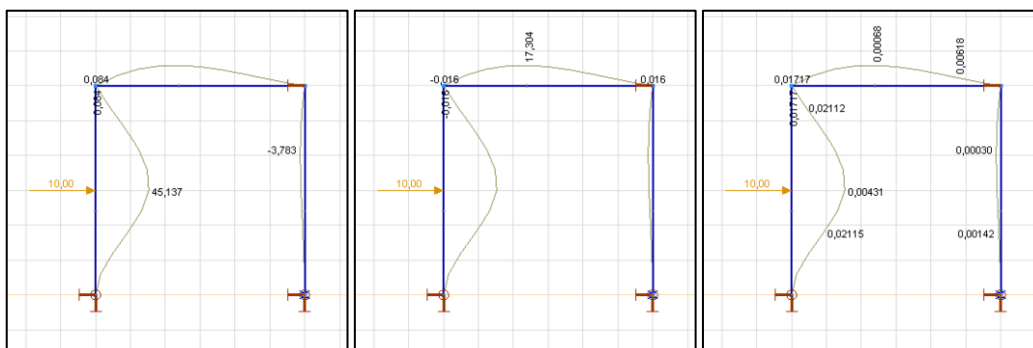
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



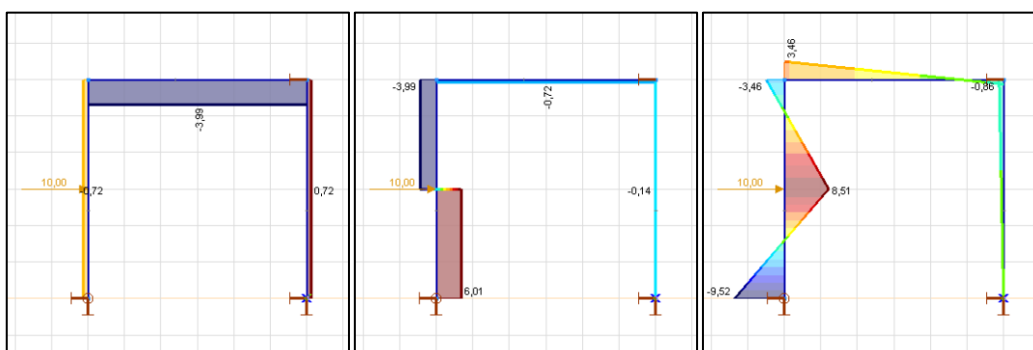
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



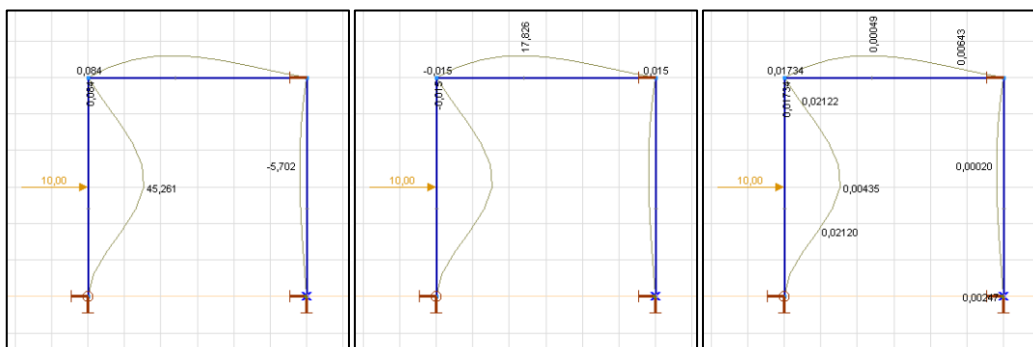
2 támaszú kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



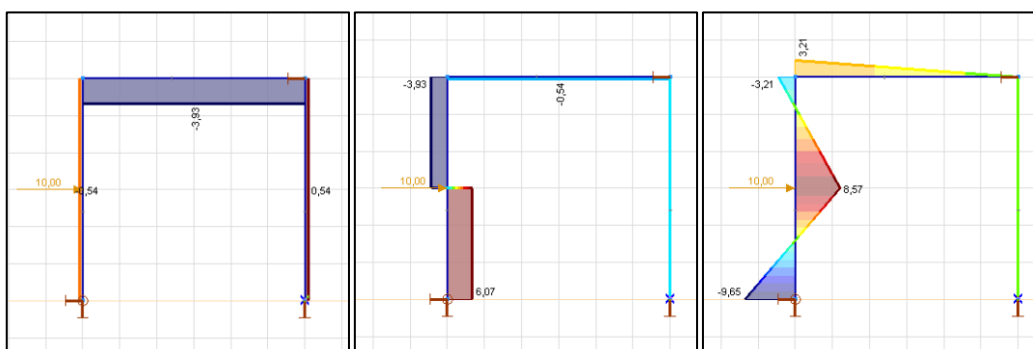
2 támaszú kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



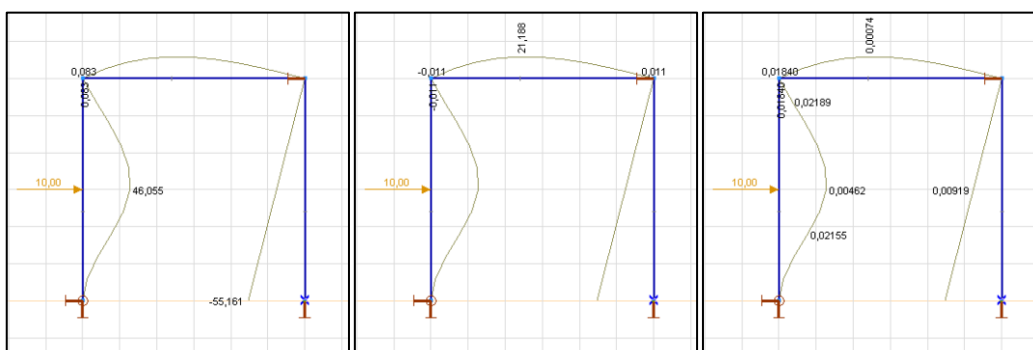
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



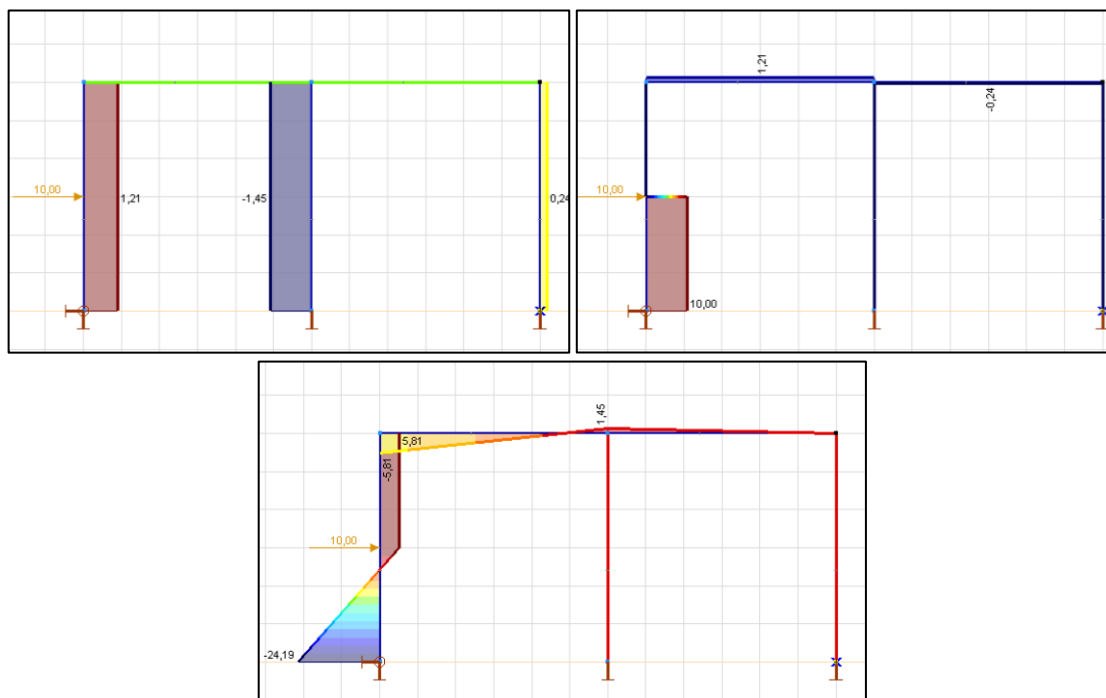
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



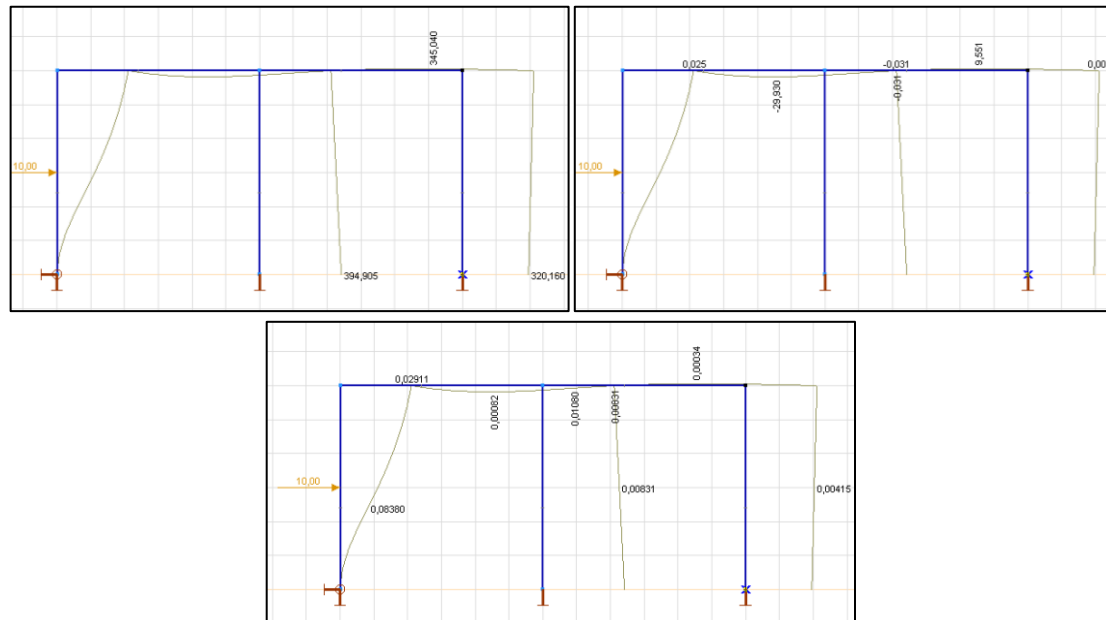
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



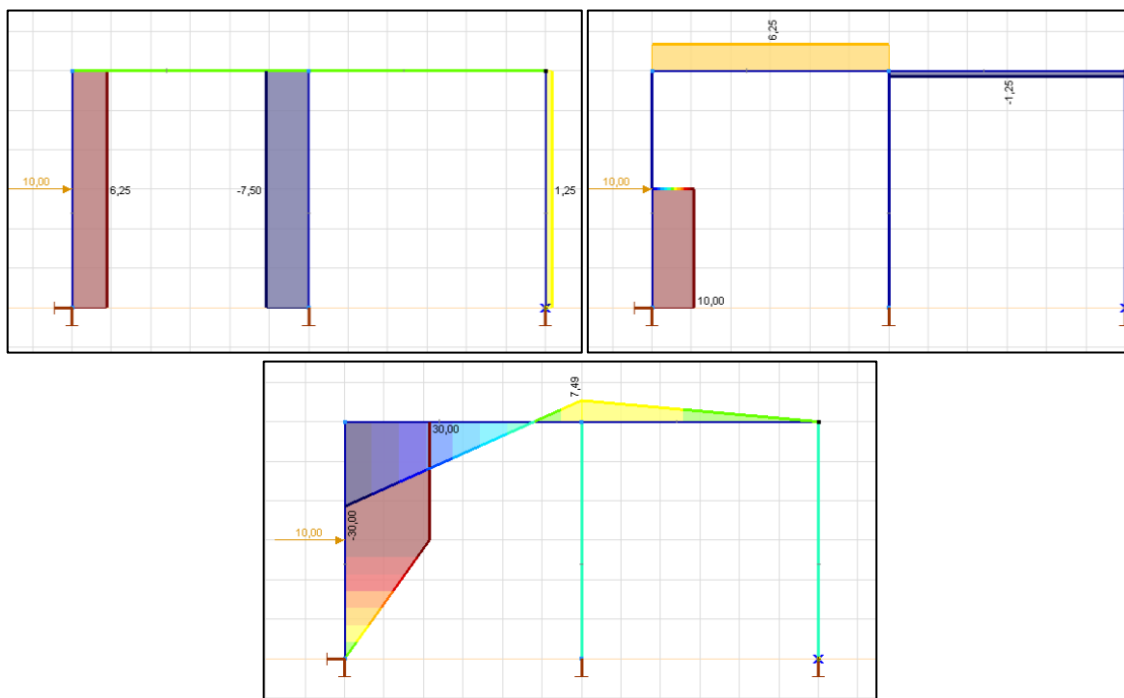
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



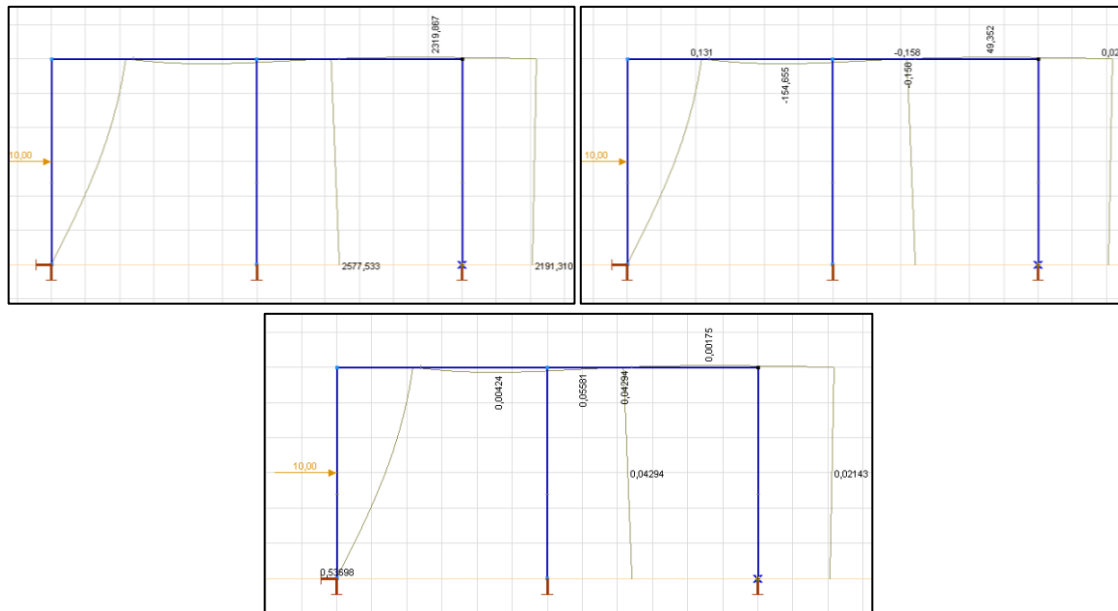
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



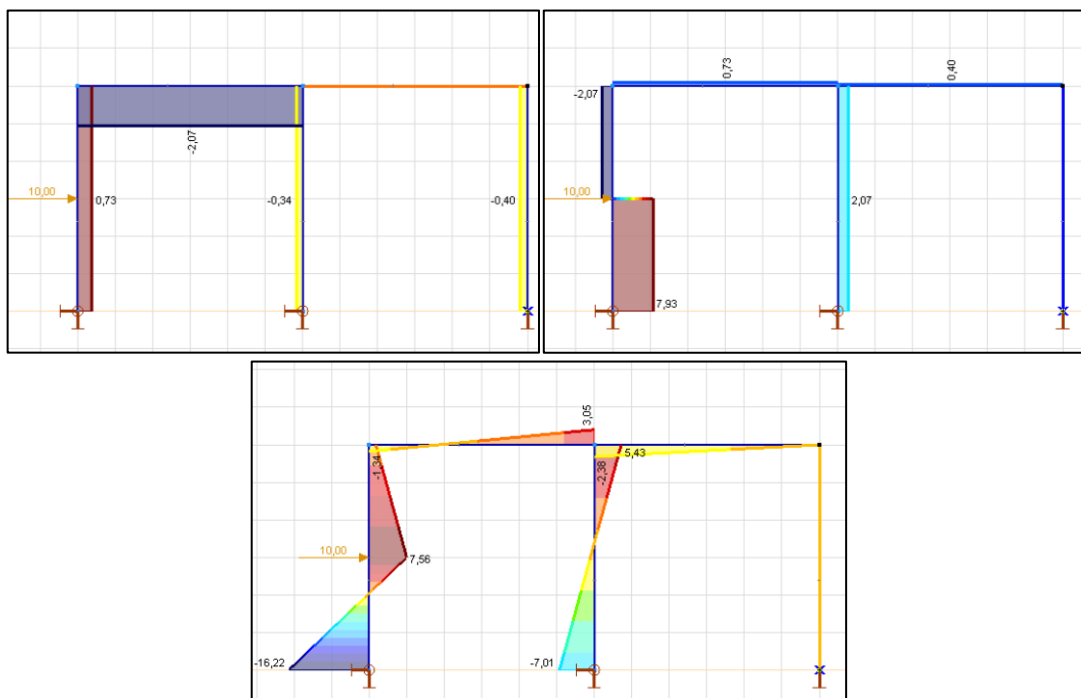
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



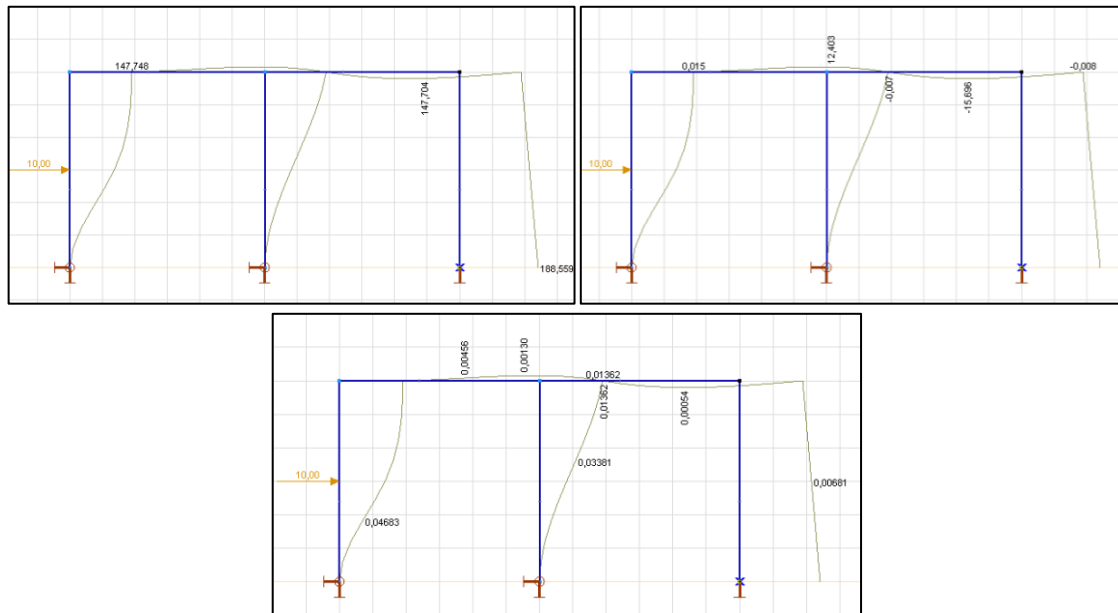
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



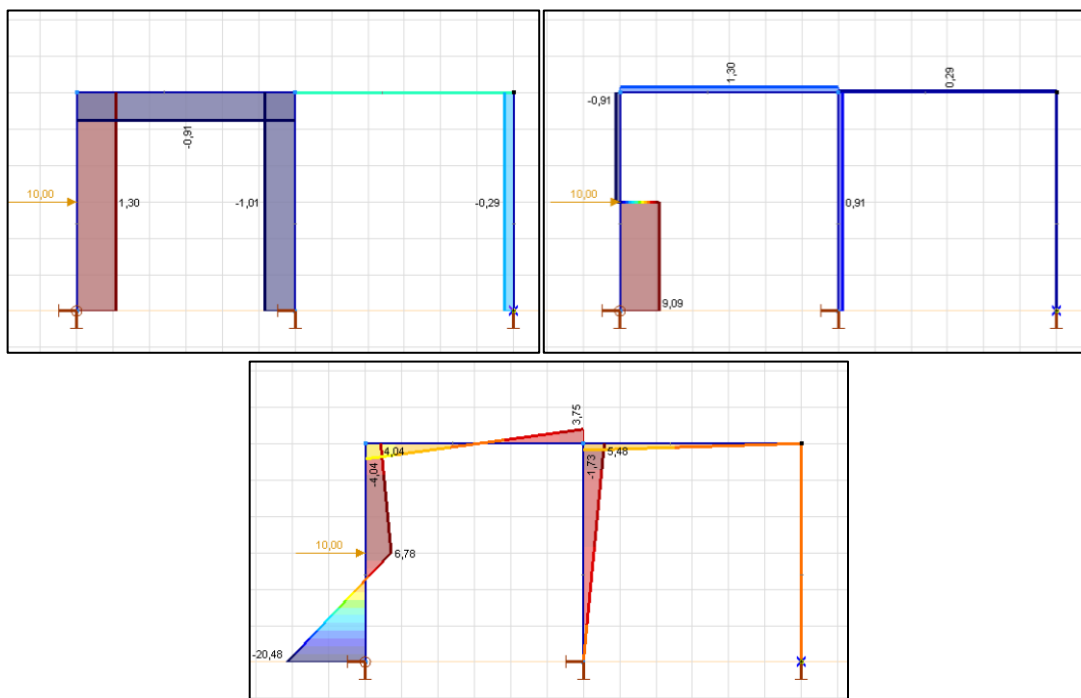
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



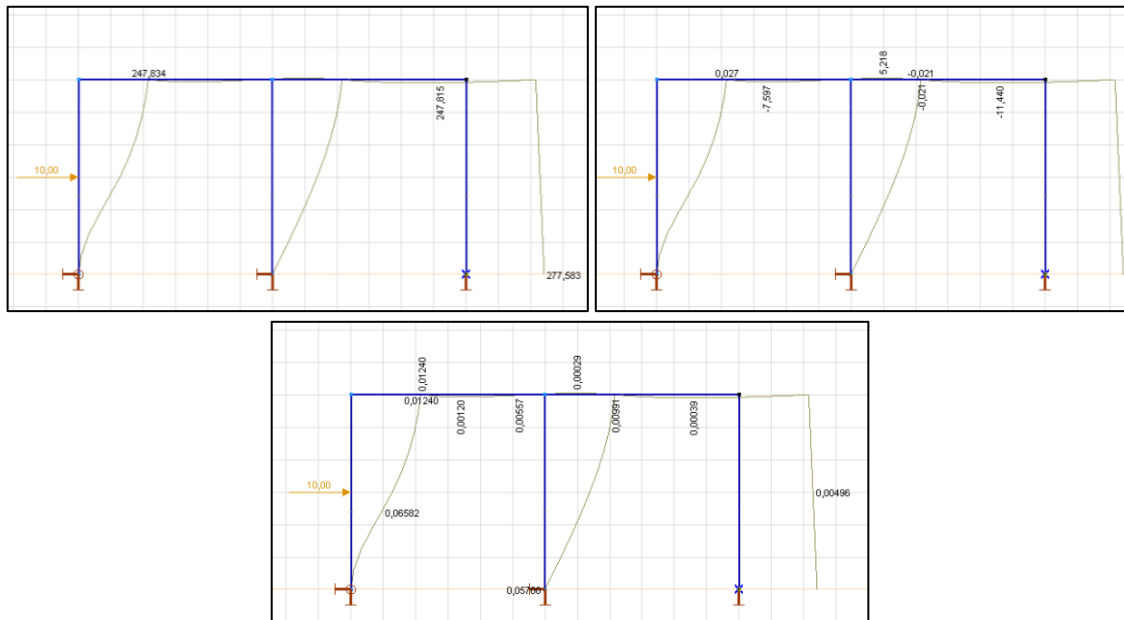
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



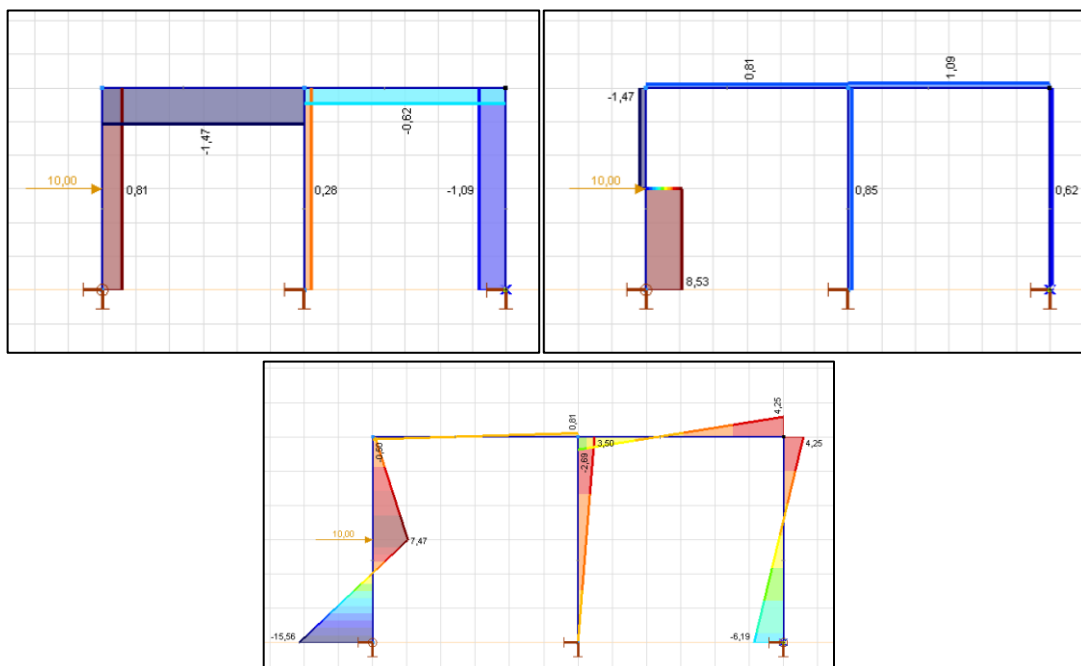
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



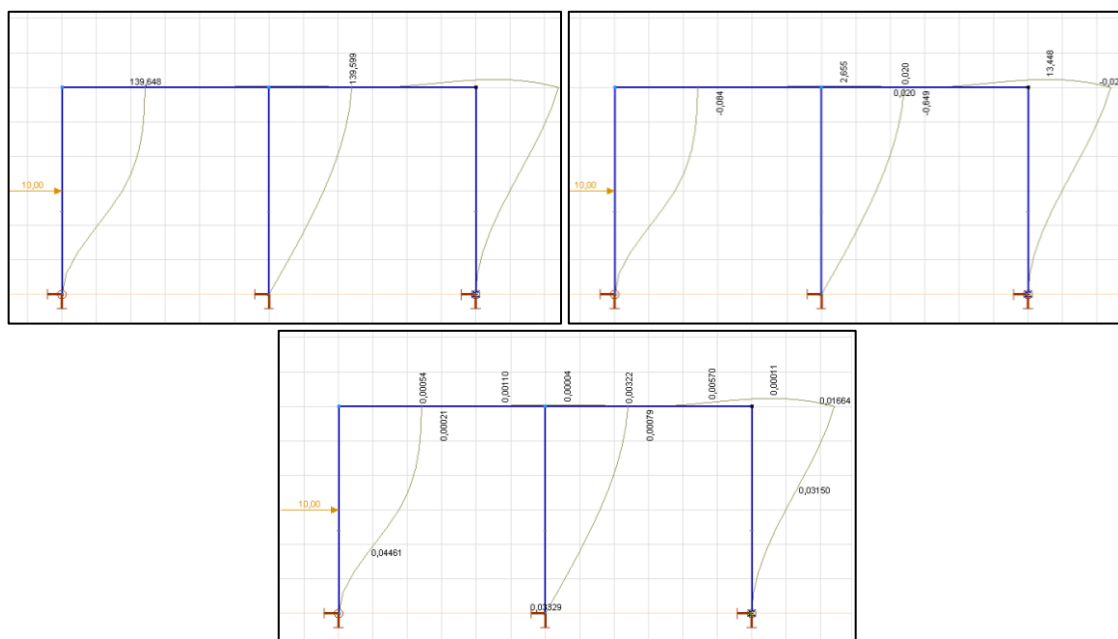
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



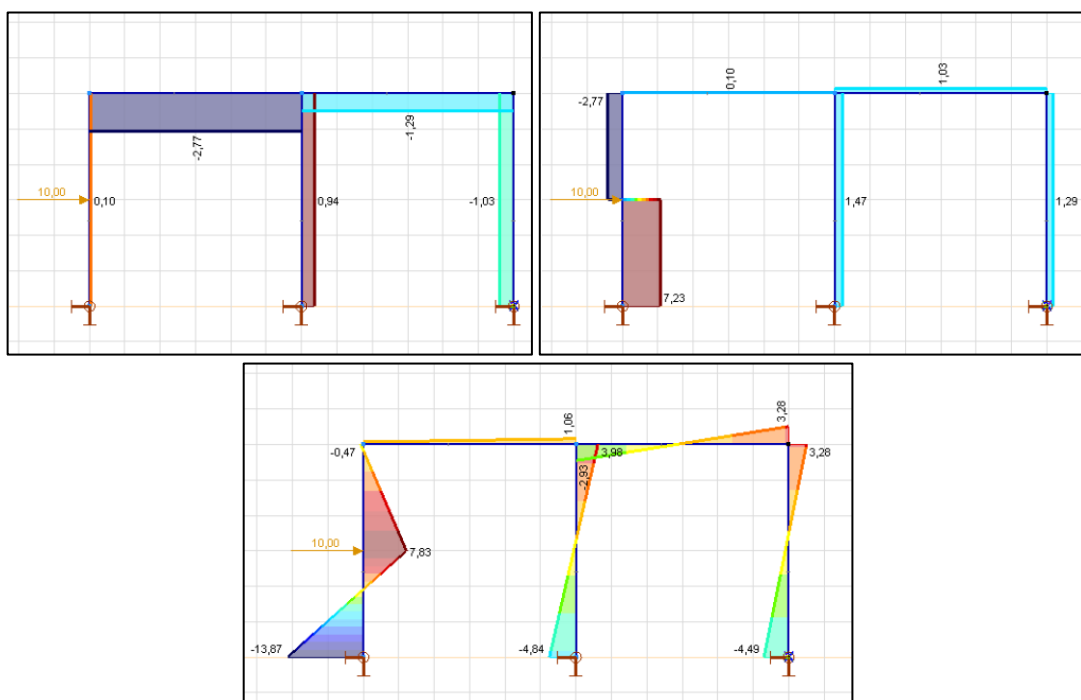
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



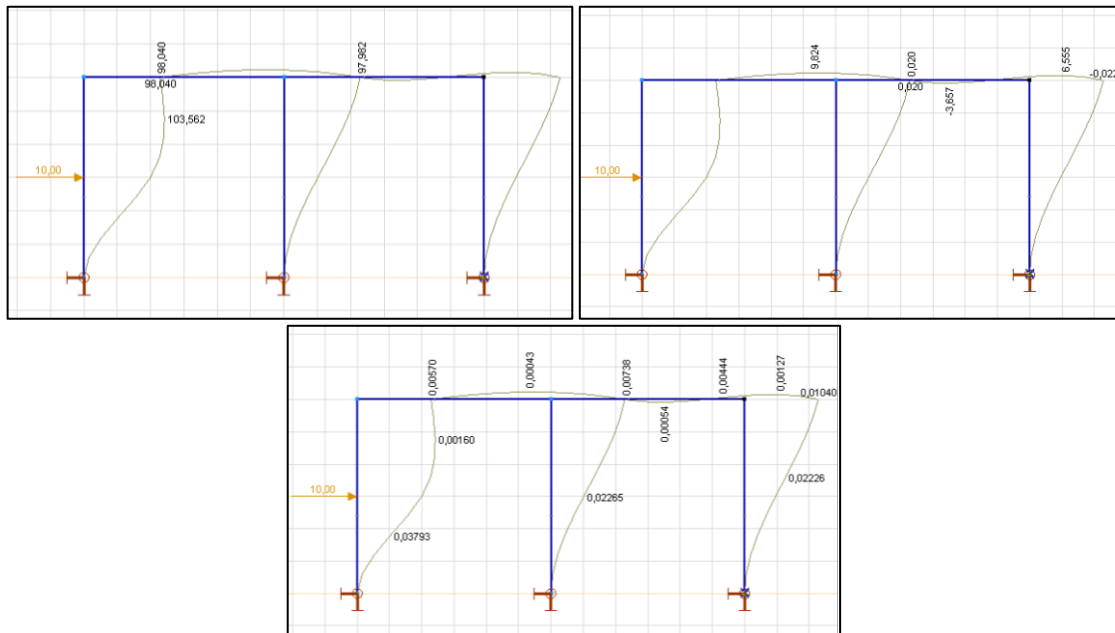
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



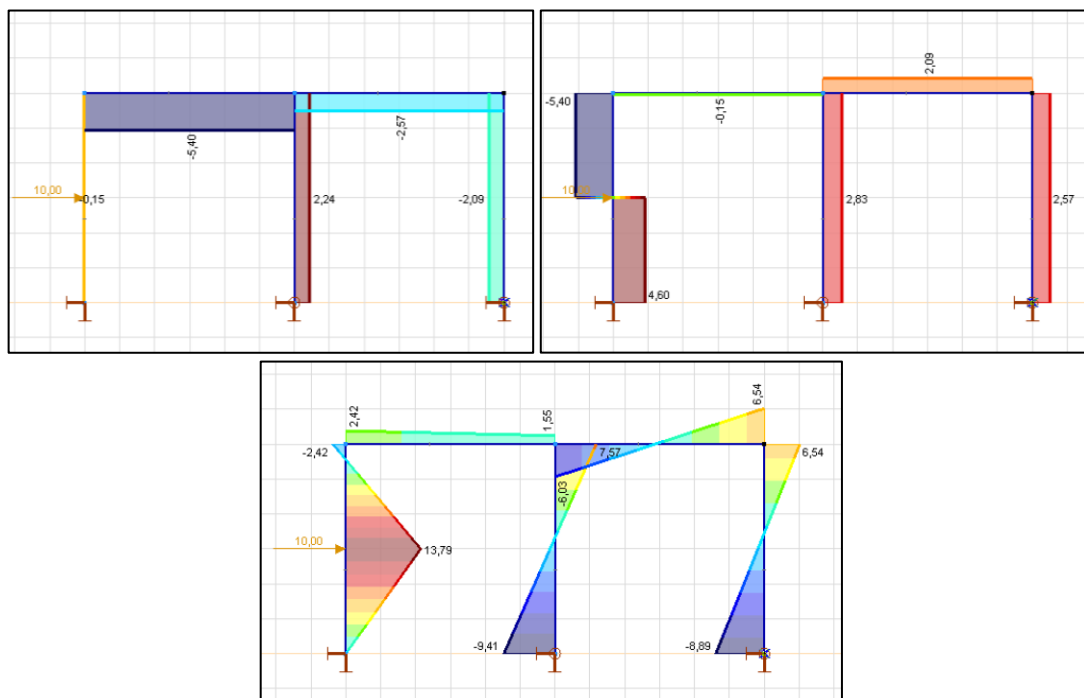
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



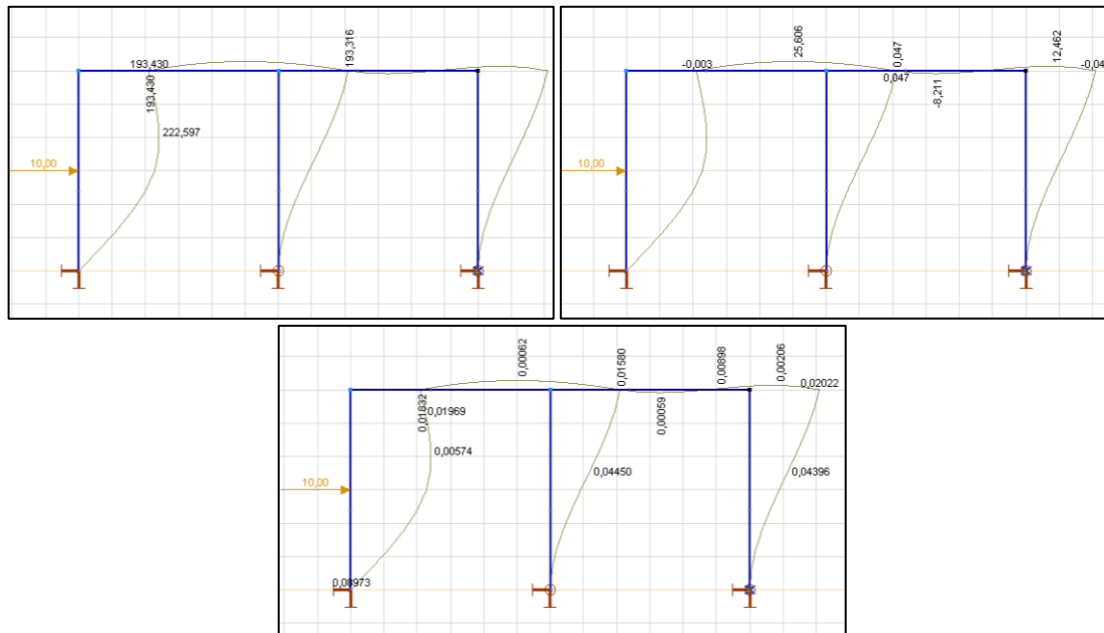
3 támaszú három befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



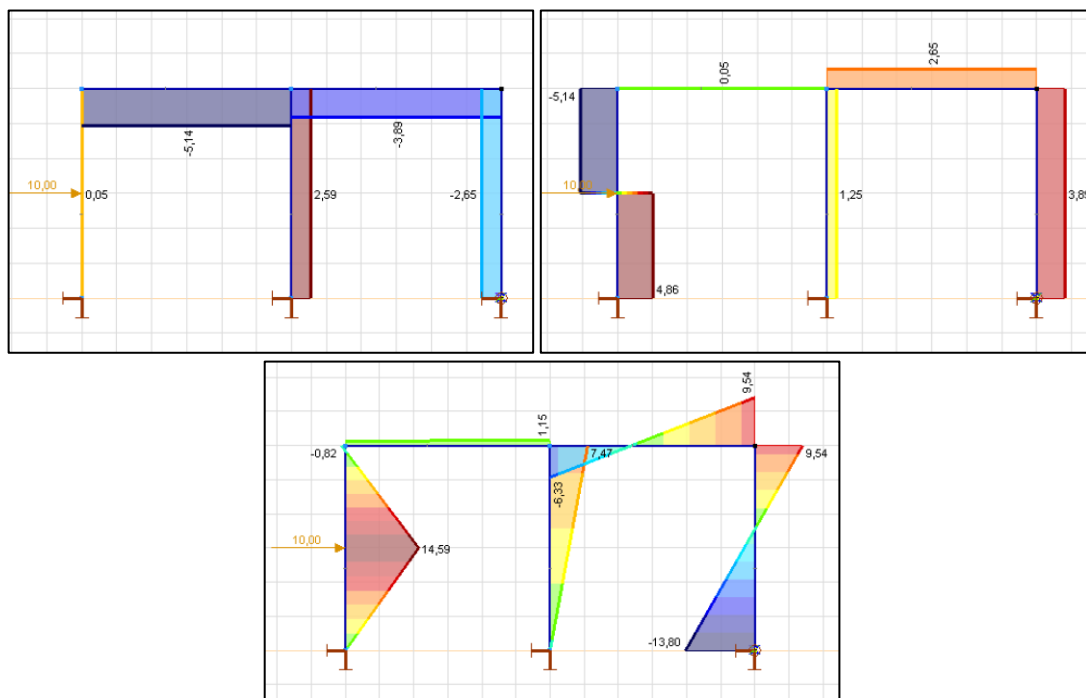
3 támaszú három befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



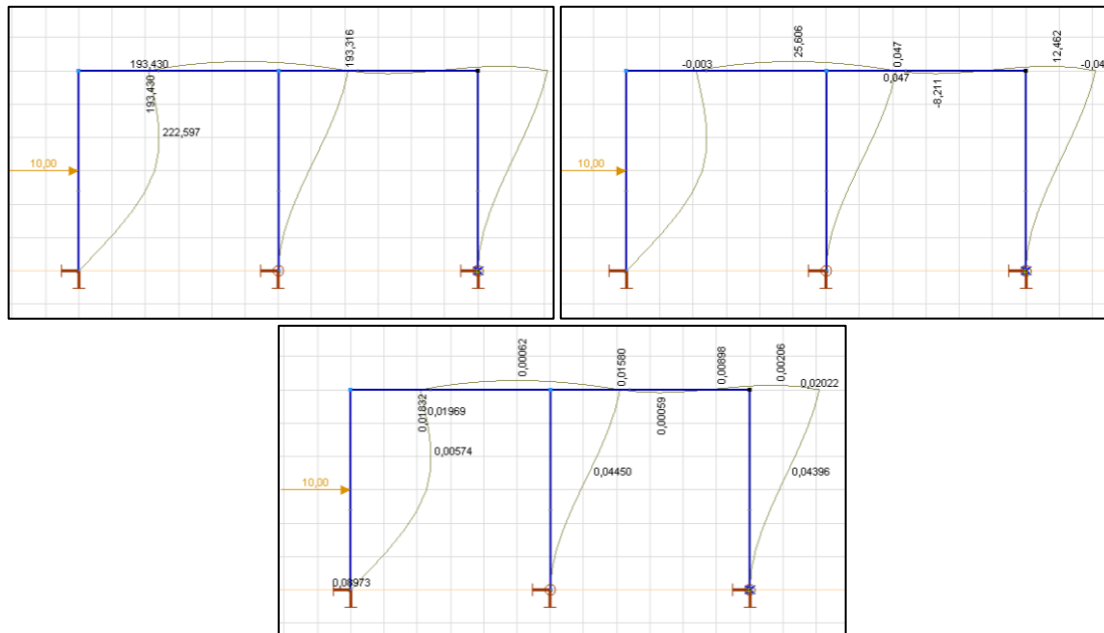
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



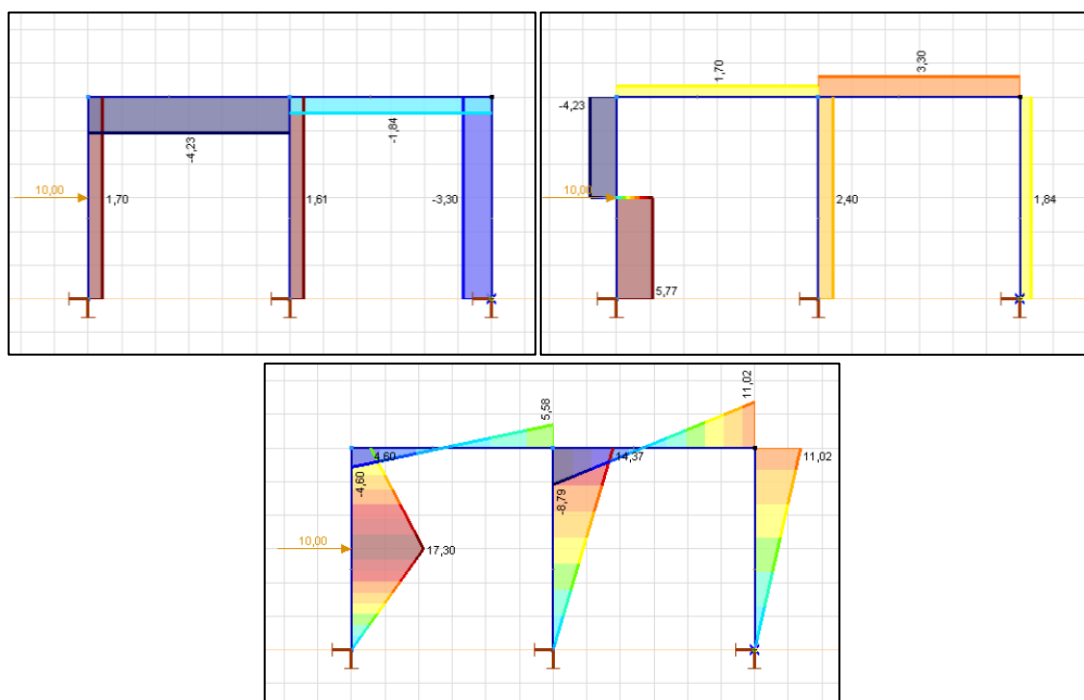
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



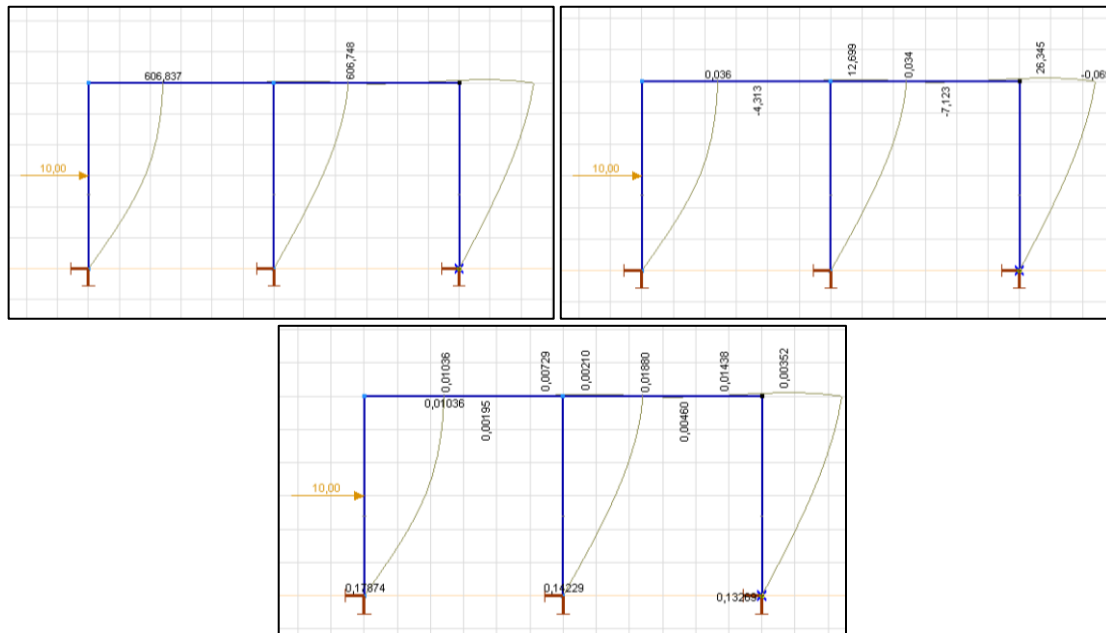
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



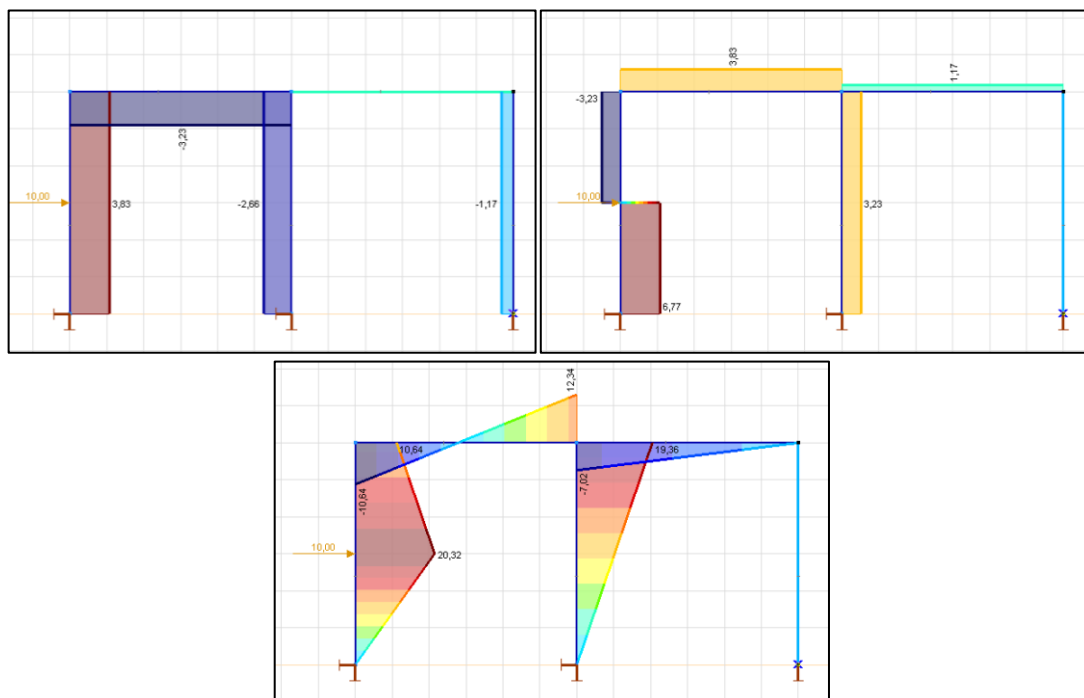
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



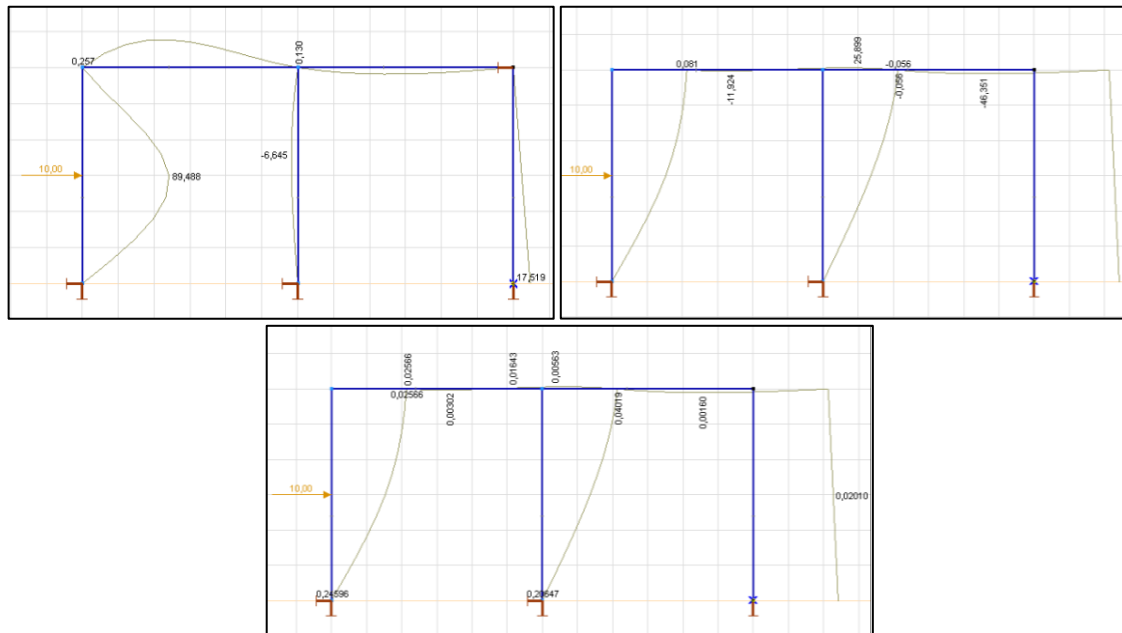
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



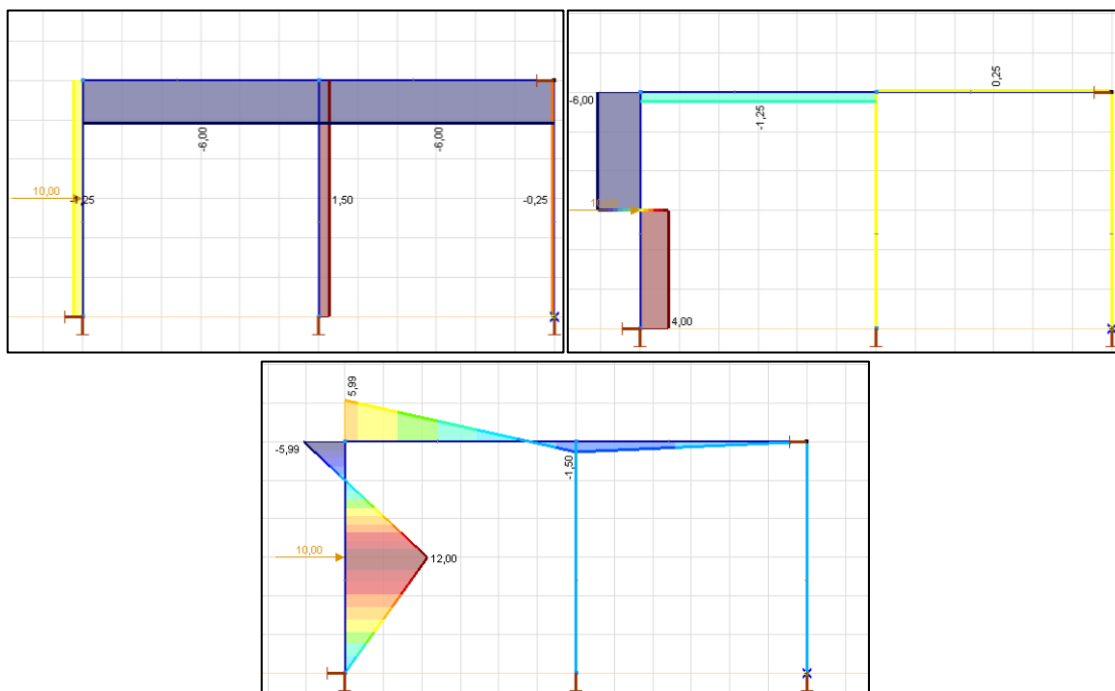
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



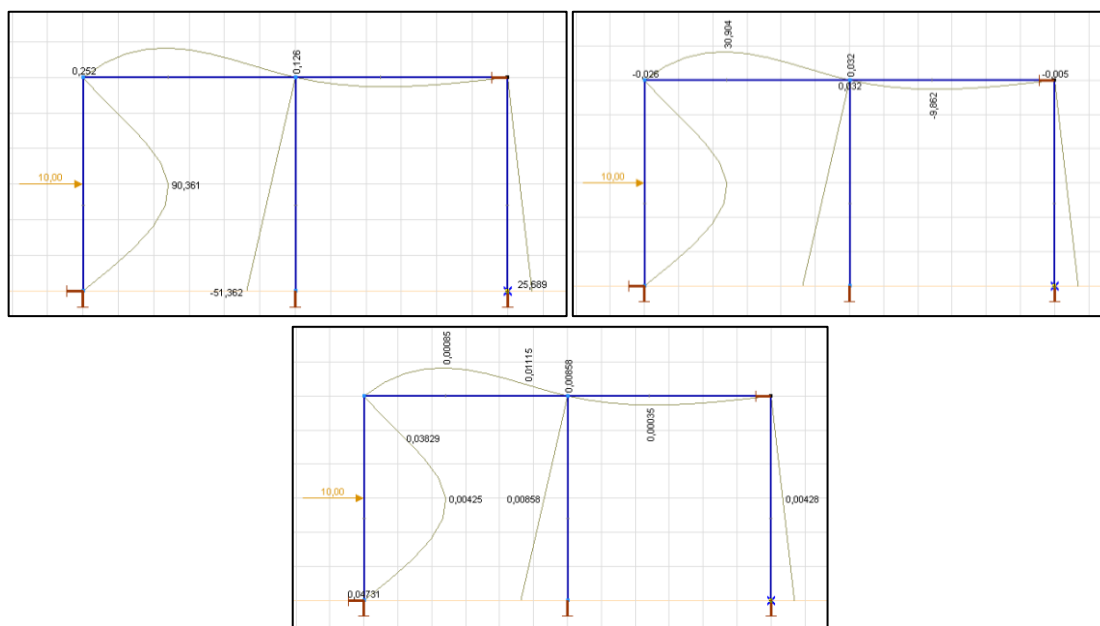
3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



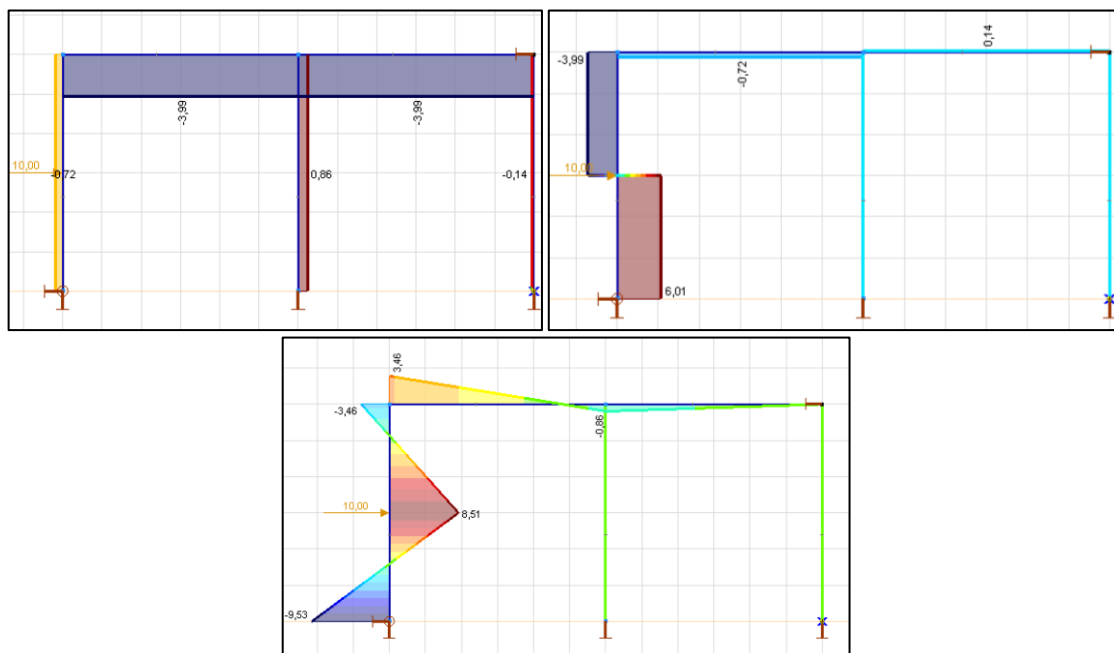
3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



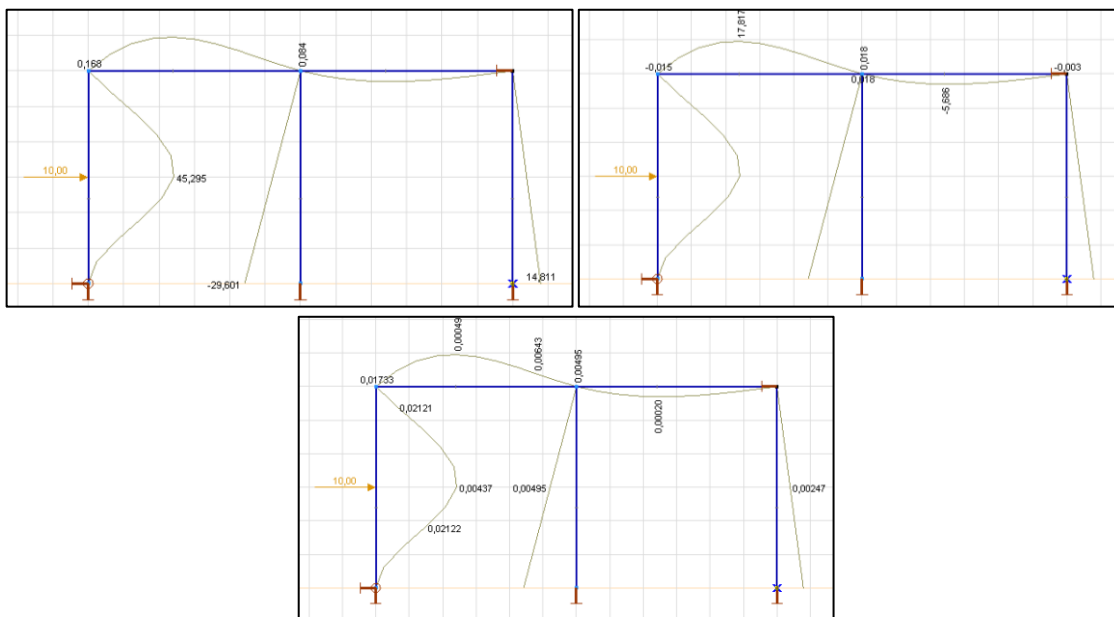
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



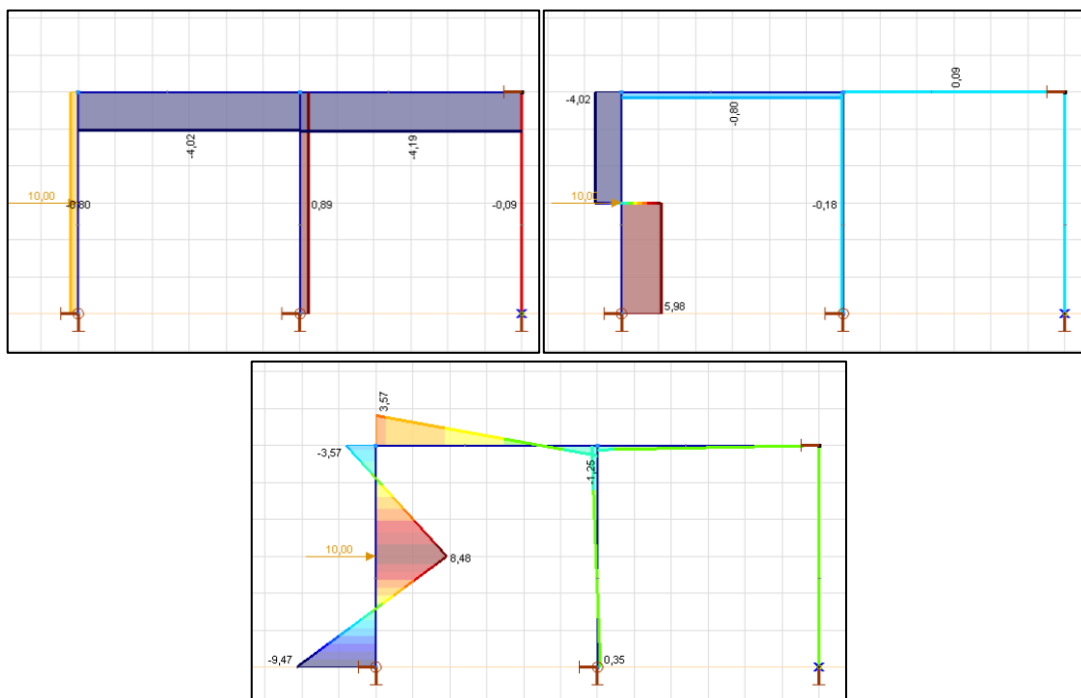
3 támaszú egy fix és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



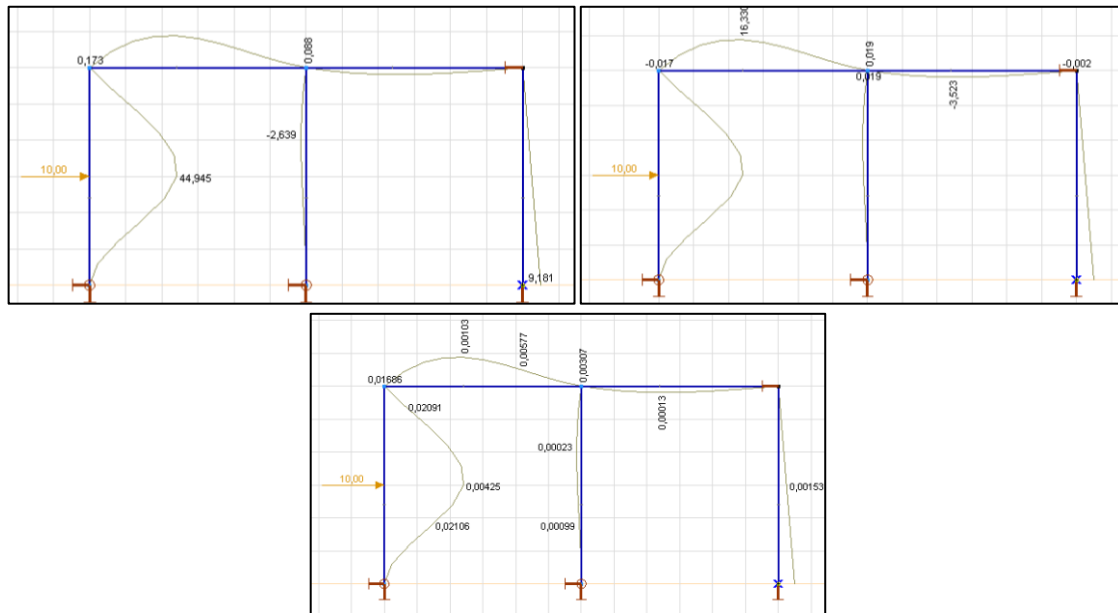
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



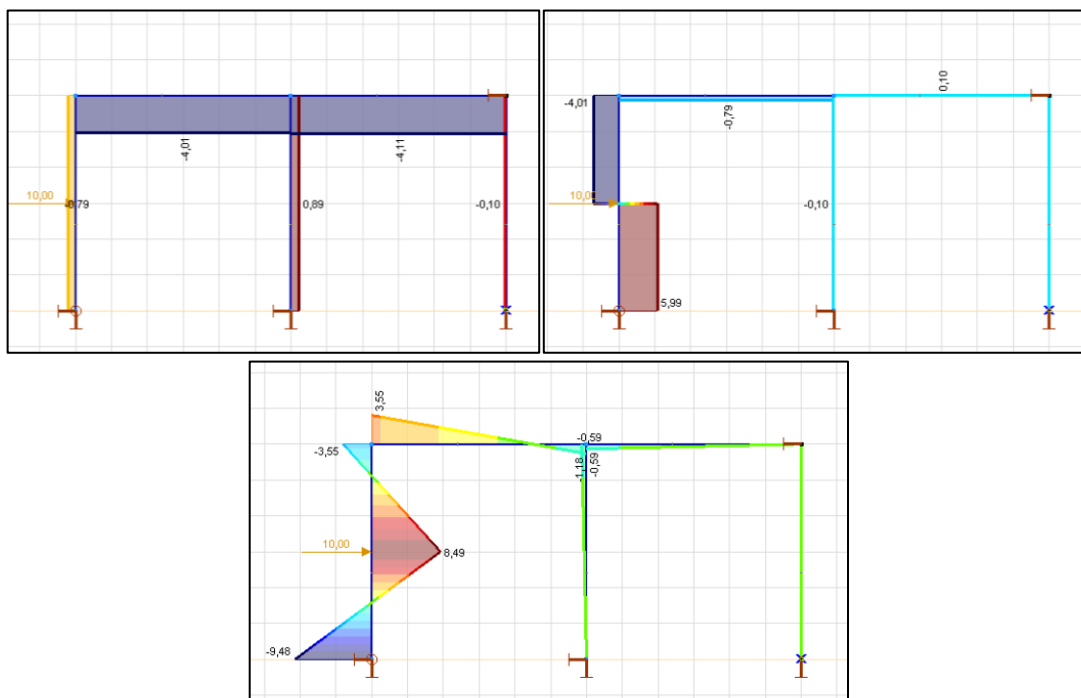
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



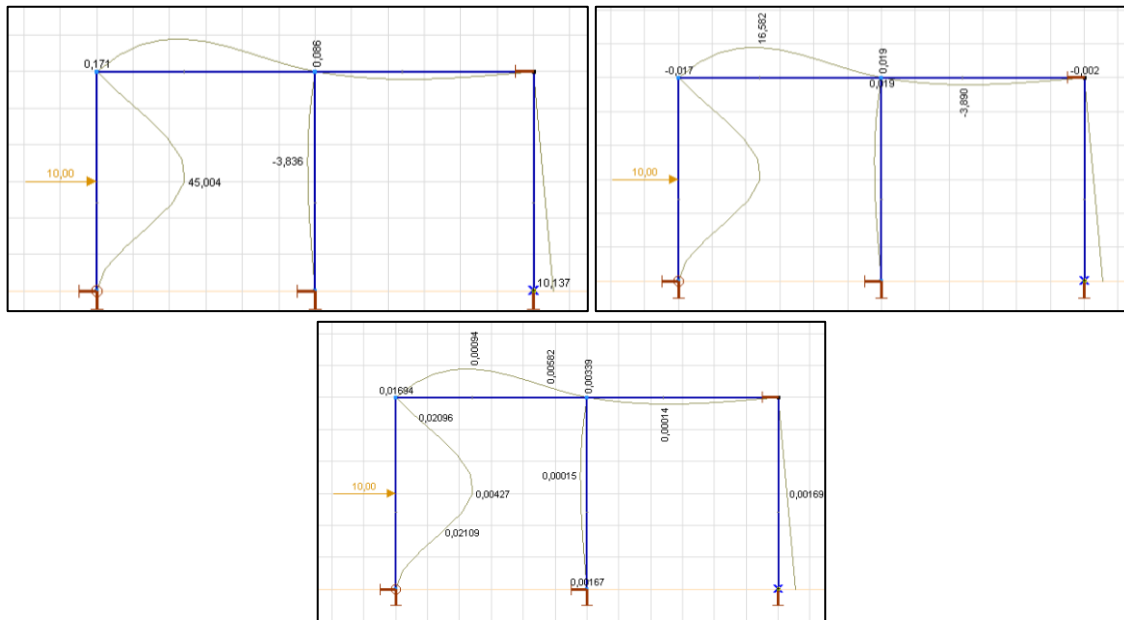
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



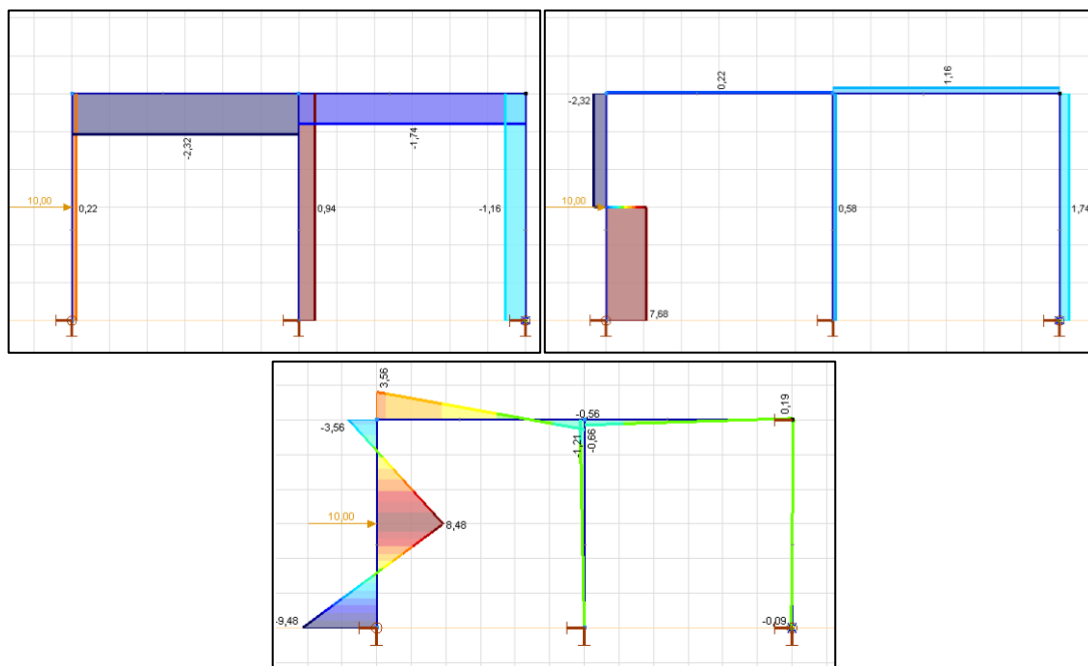
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



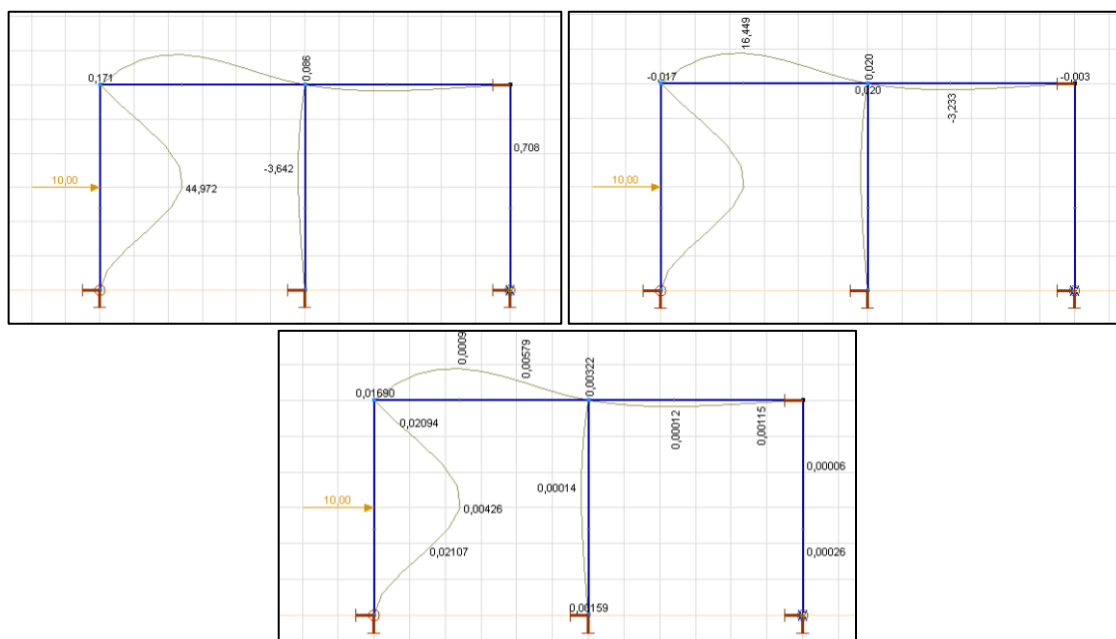
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



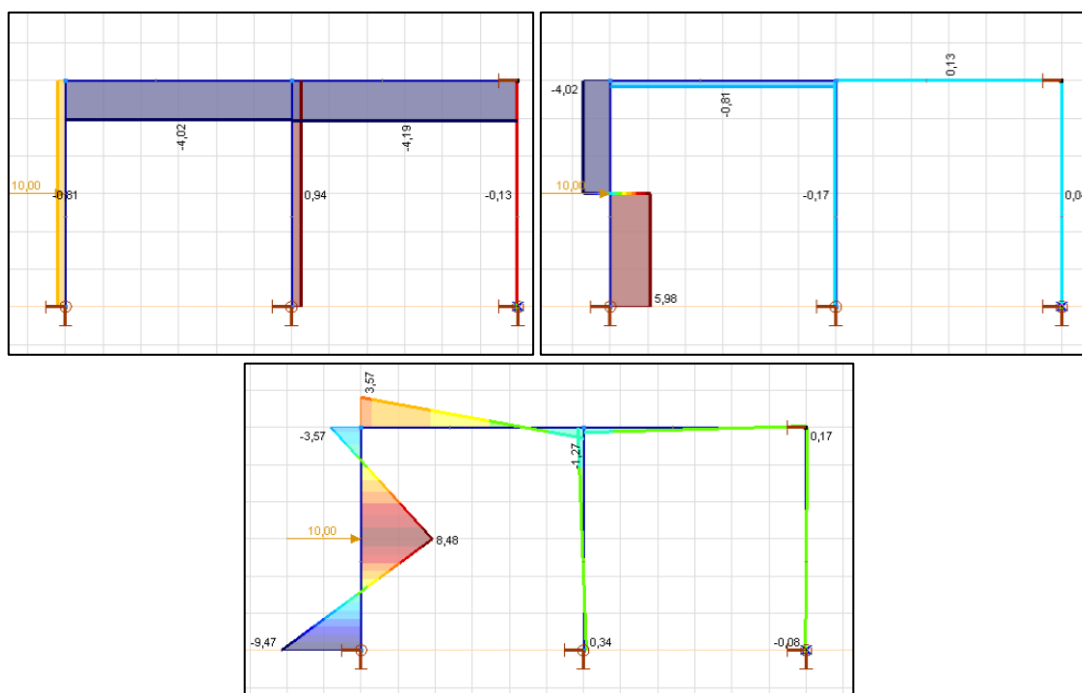
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



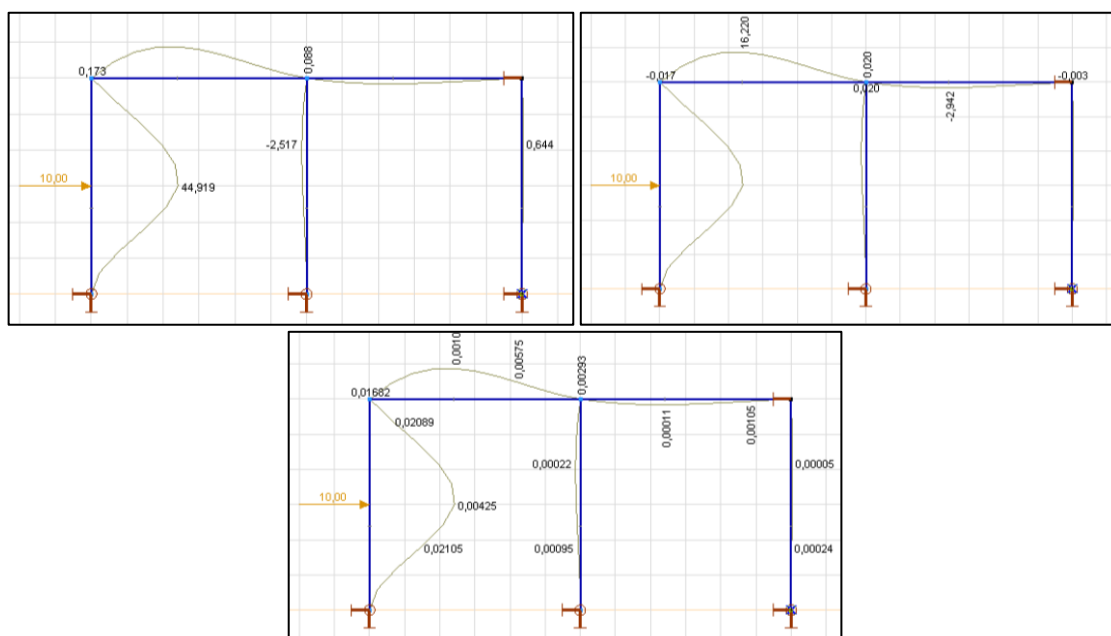
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



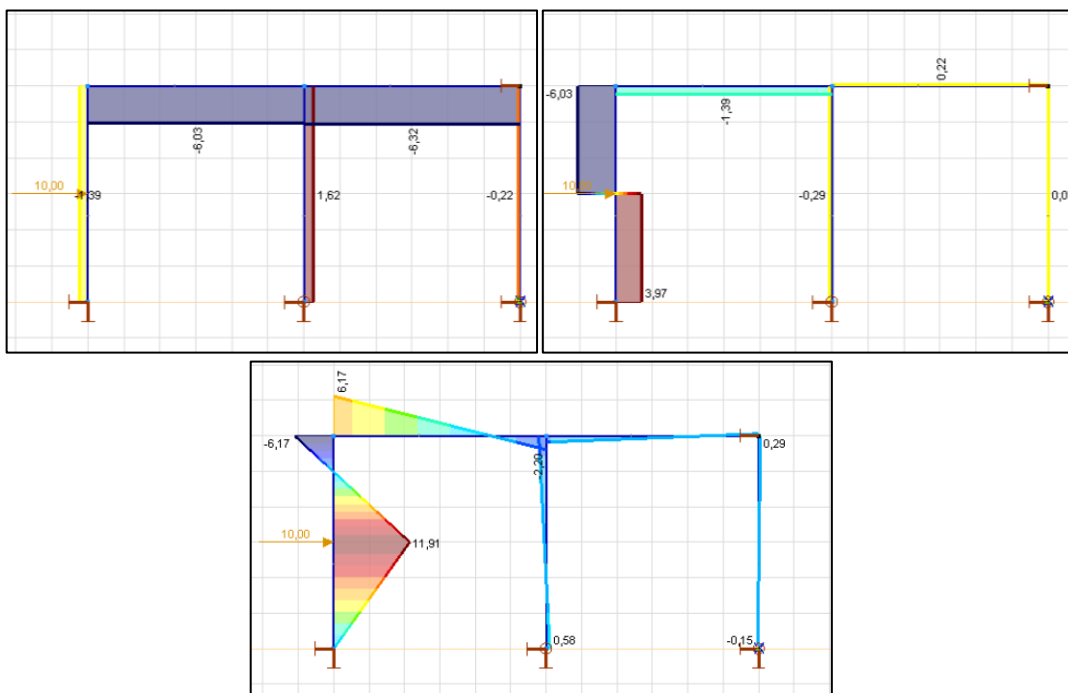
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



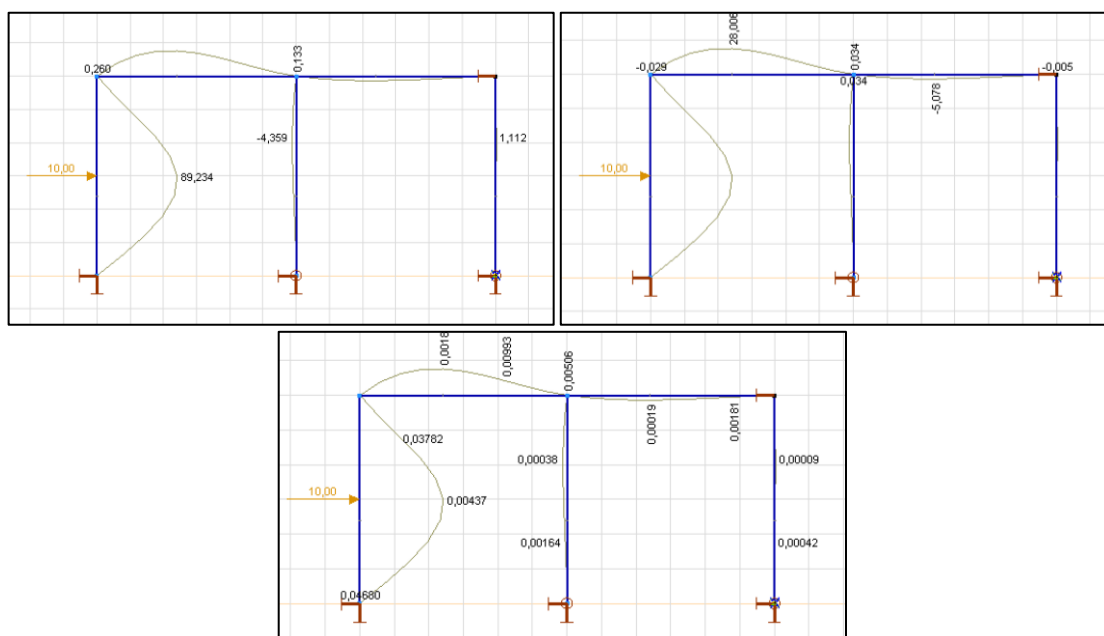
3 támaszú három befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



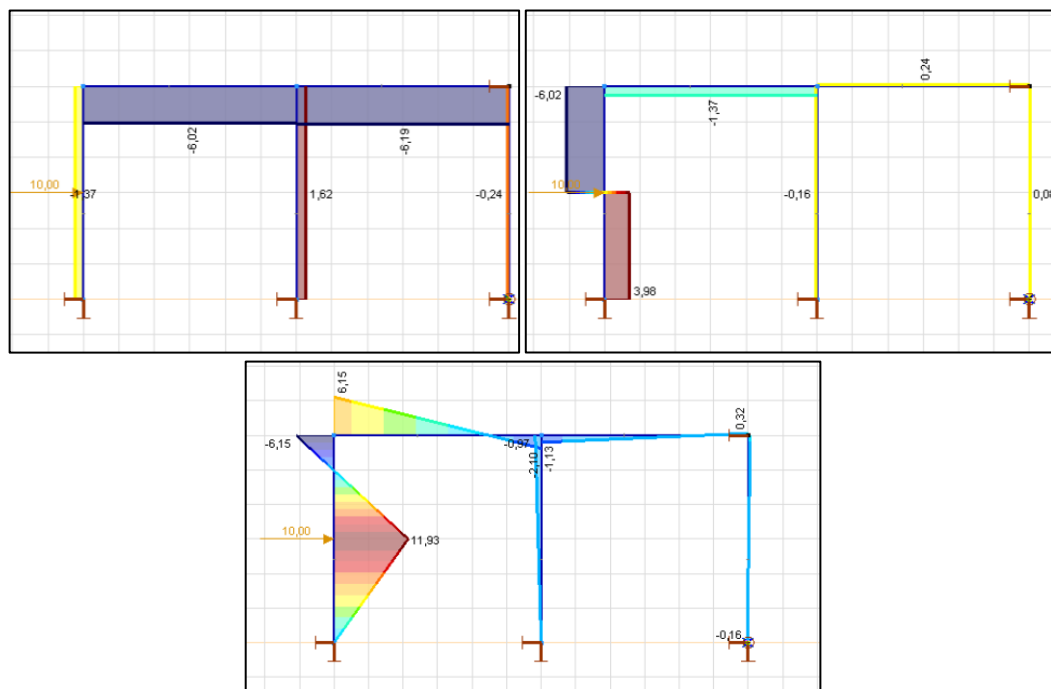
3 támaszú három befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



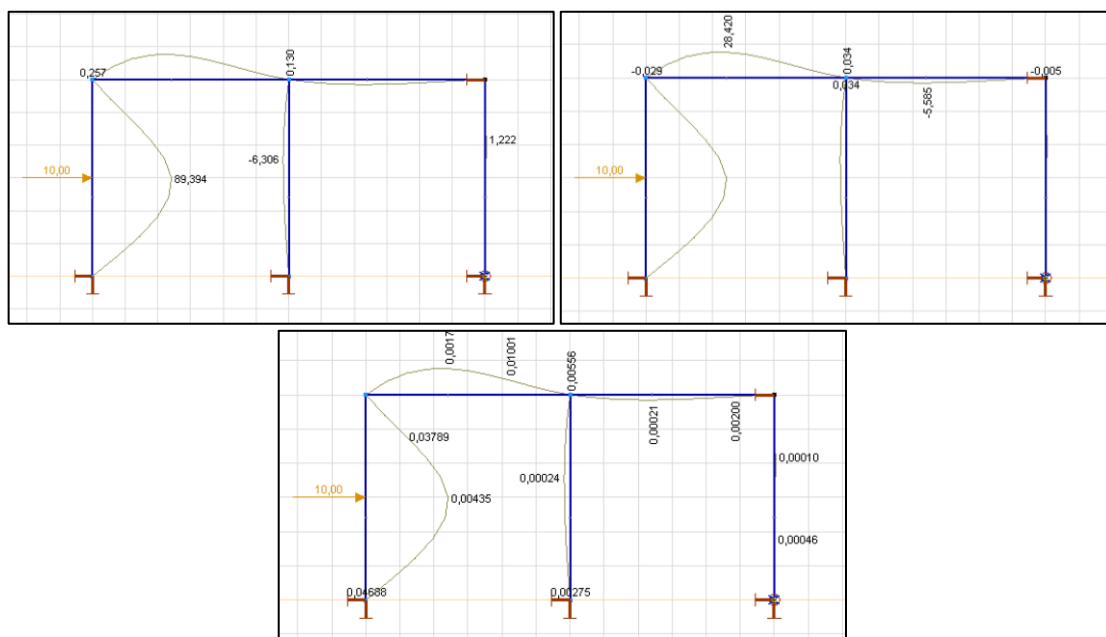
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



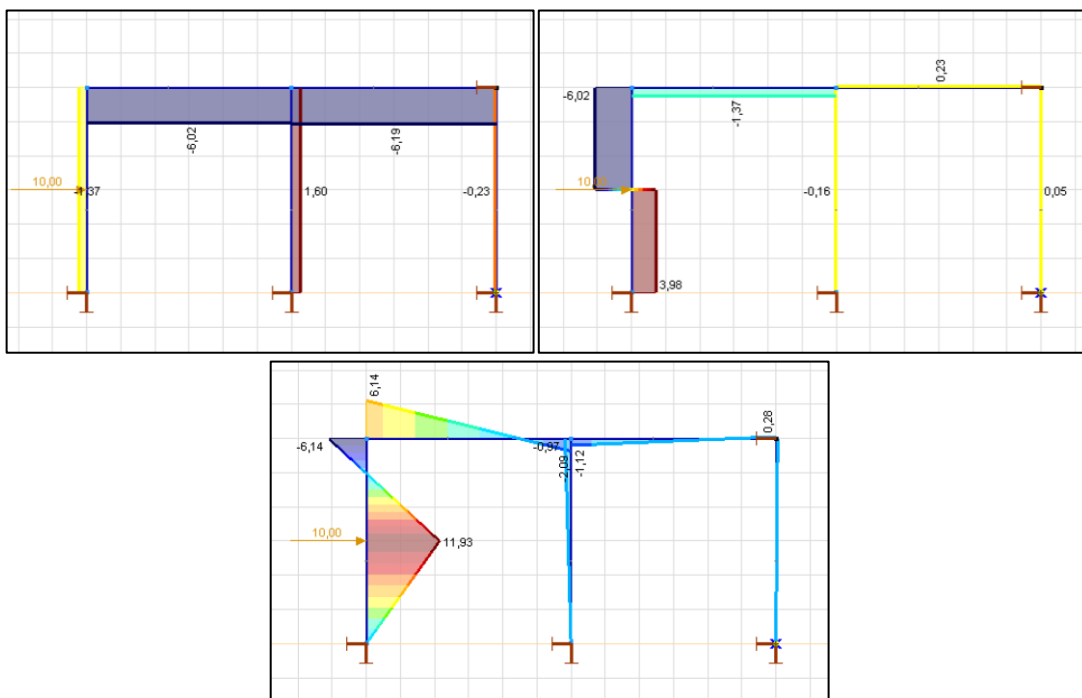
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



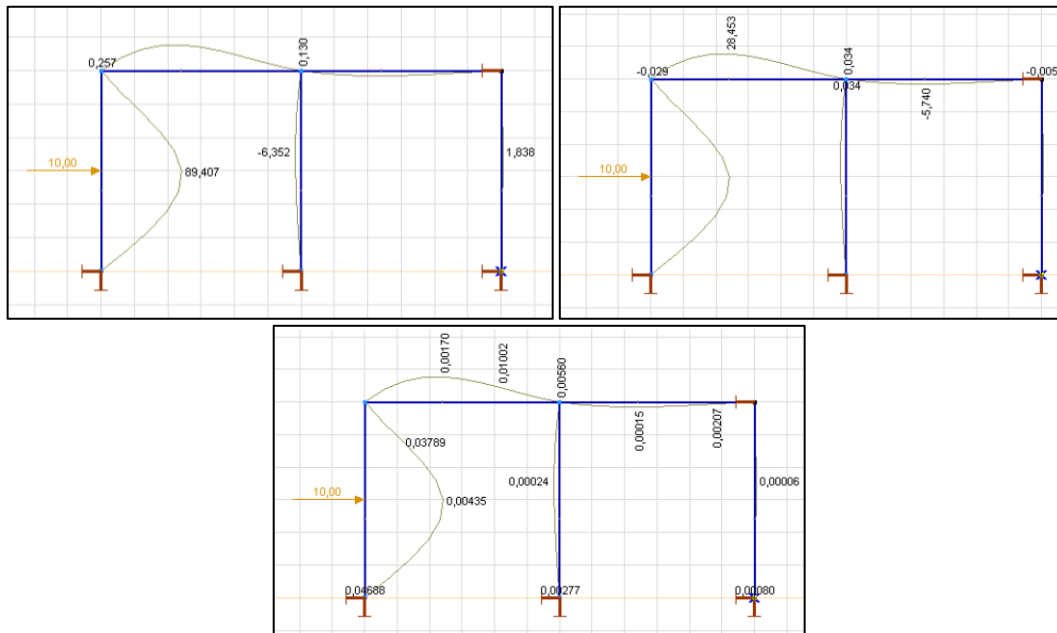
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



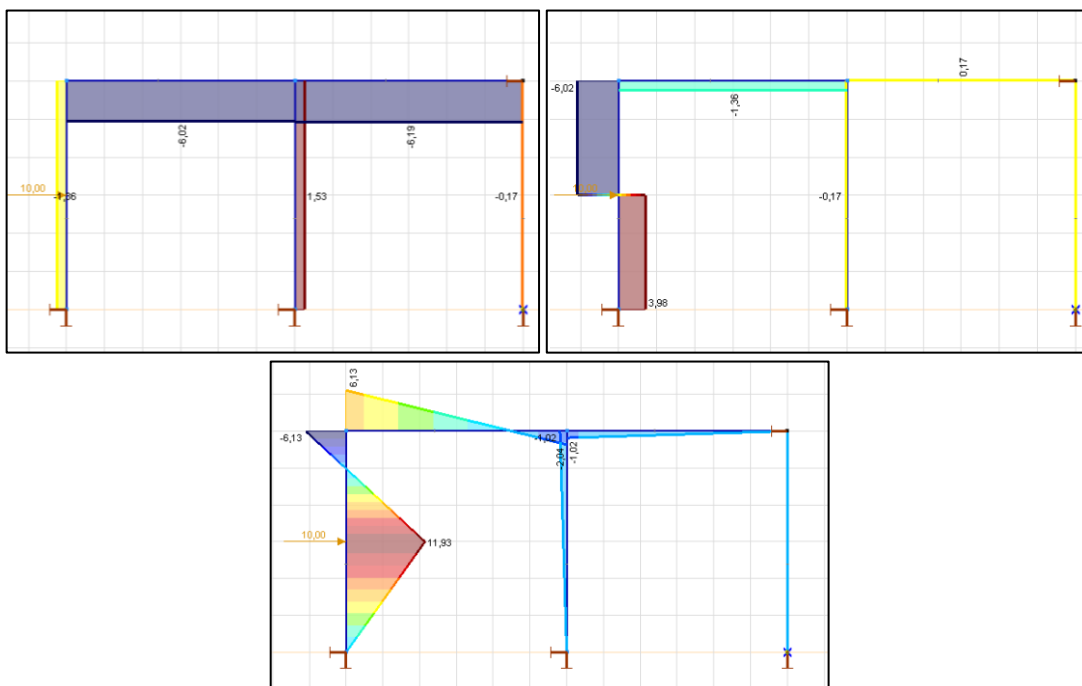
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozások alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására



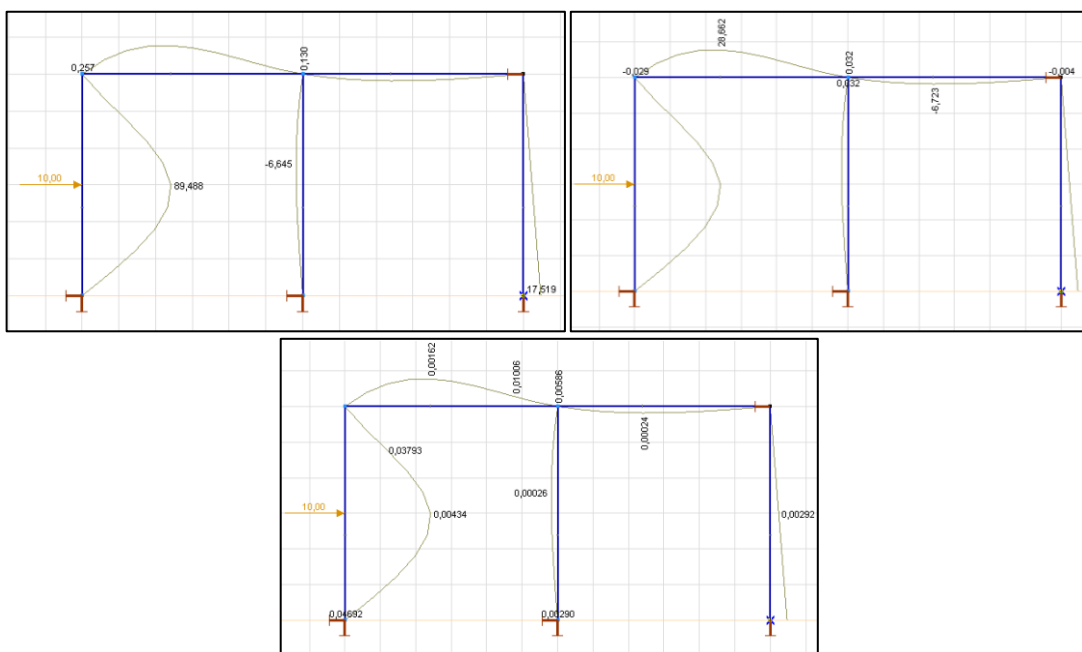
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására



3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására

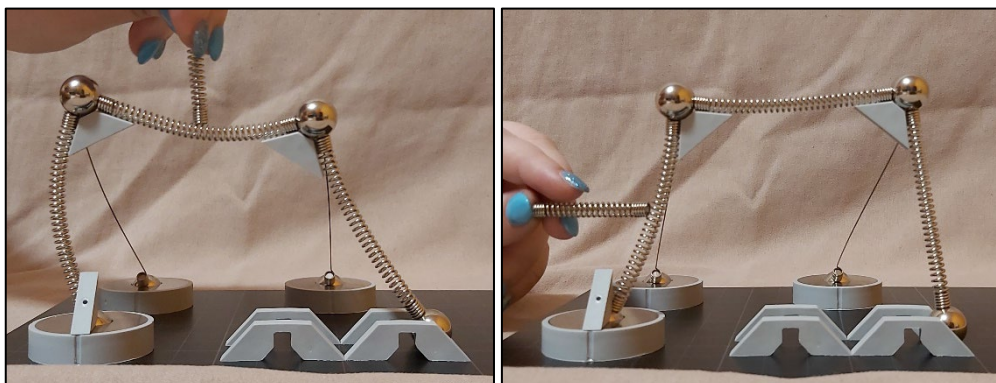


3 támaszú kettő fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret igénybevételi ábrái vízszintes erő hatására

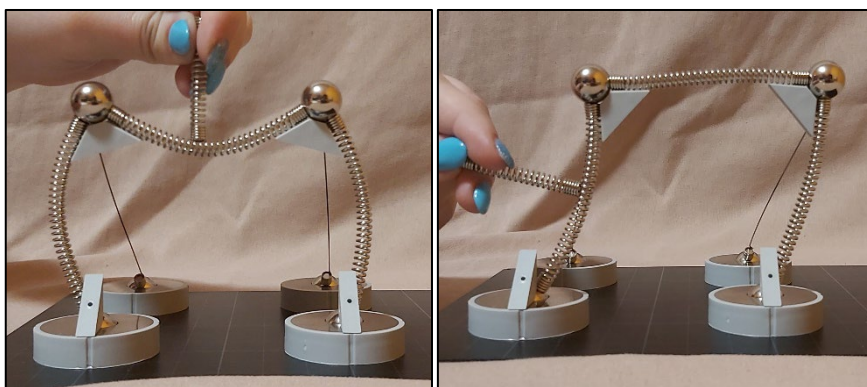


3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret alakváltozási alakja és x, valamint z tengely irányú eltolódásának, valamint szögelfordulásának értéke vízszintes erő hatására

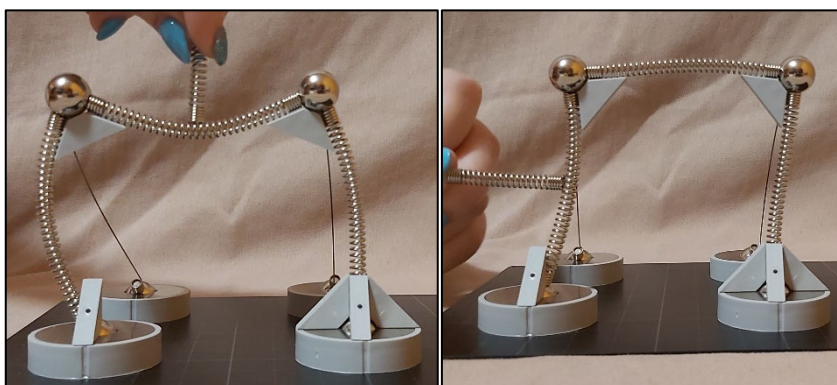
5. Melléklet – Mola Modellező készlettel modellezett tartók



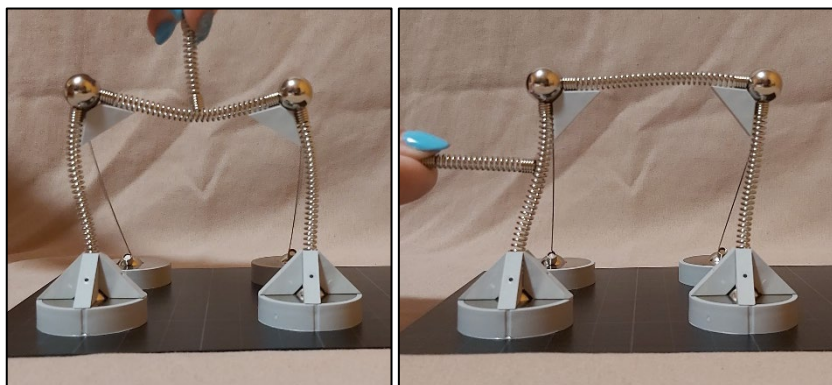
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



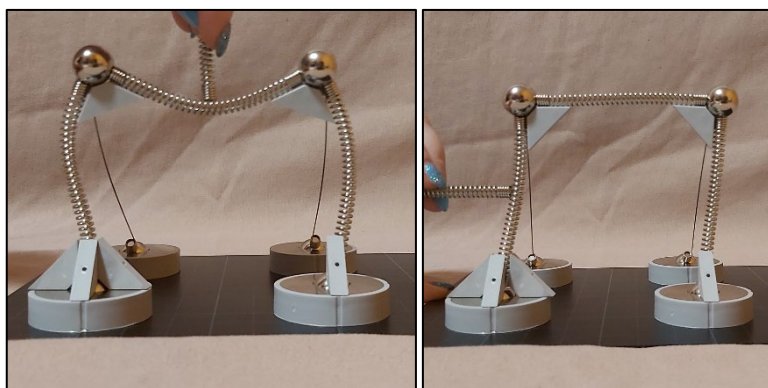
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret



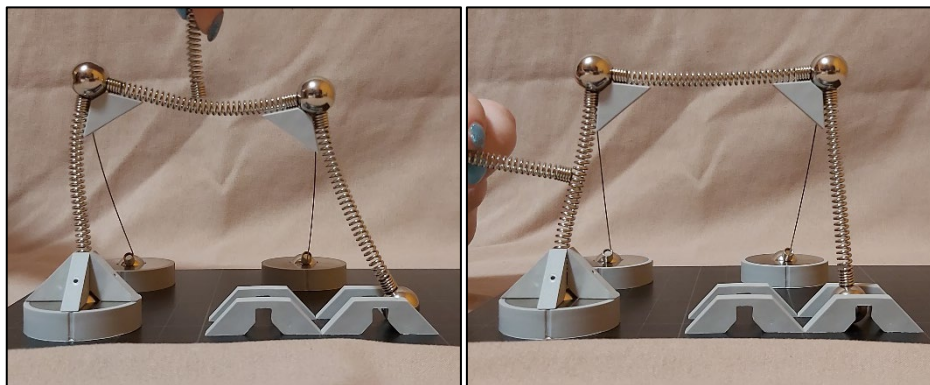
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret



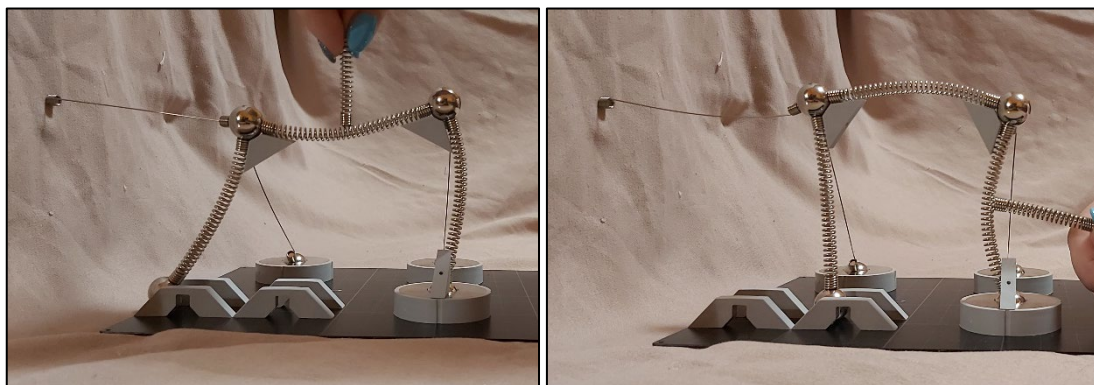
2 támaszú kettő befogással megtámasztott kilendülő keret



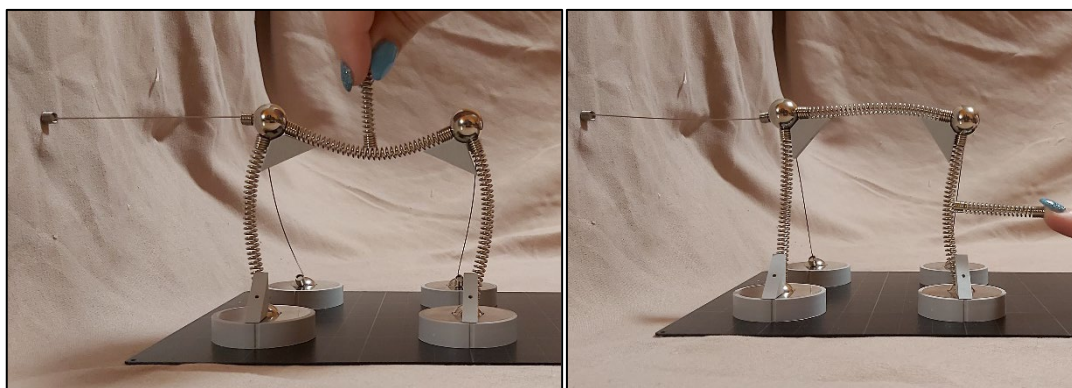
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret



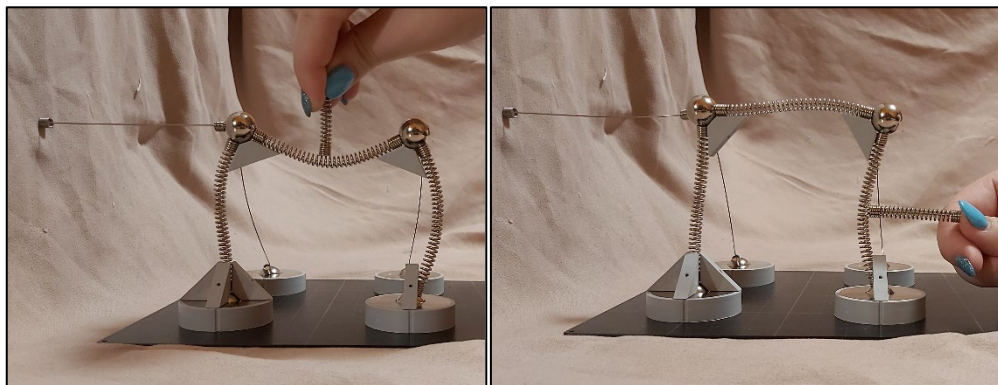
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



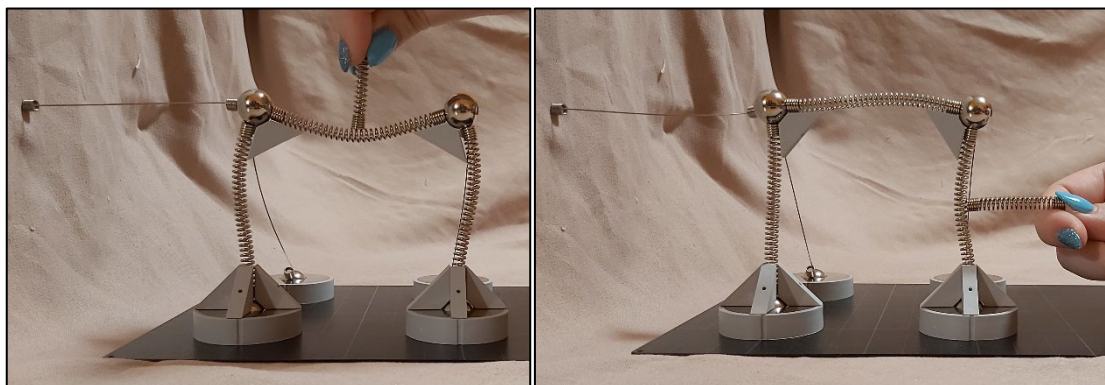
2 támaszú egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



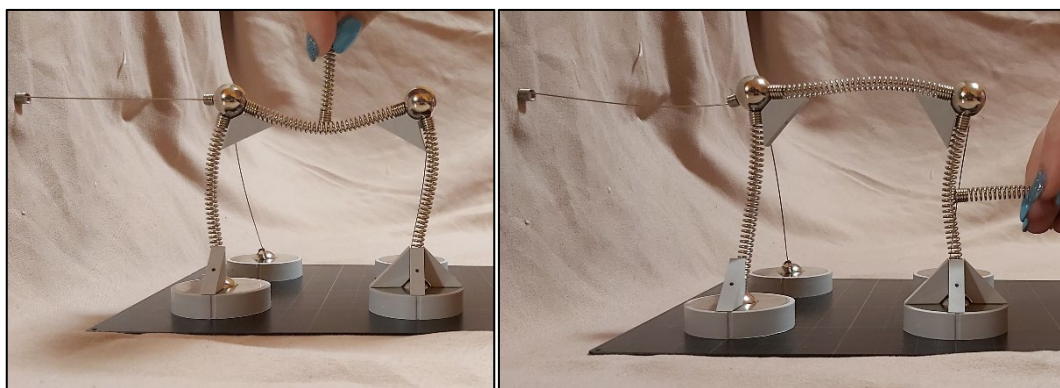
2 támaszú kettő fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



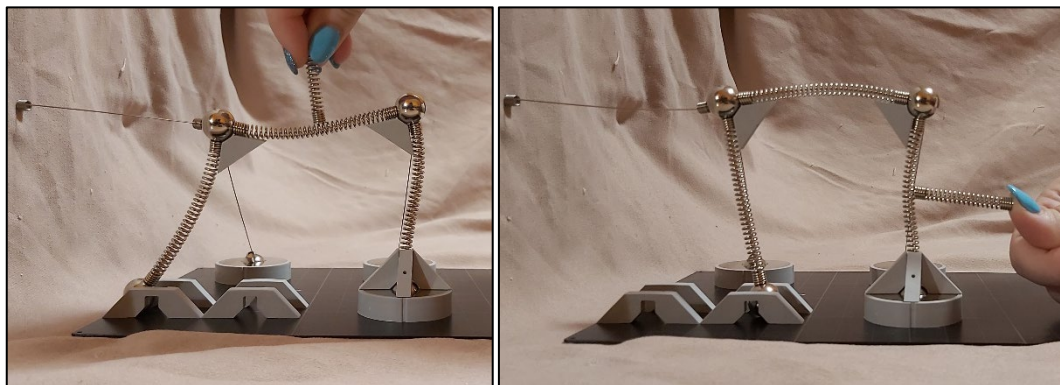
2 támaszú egy fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem nem kilendülő keret



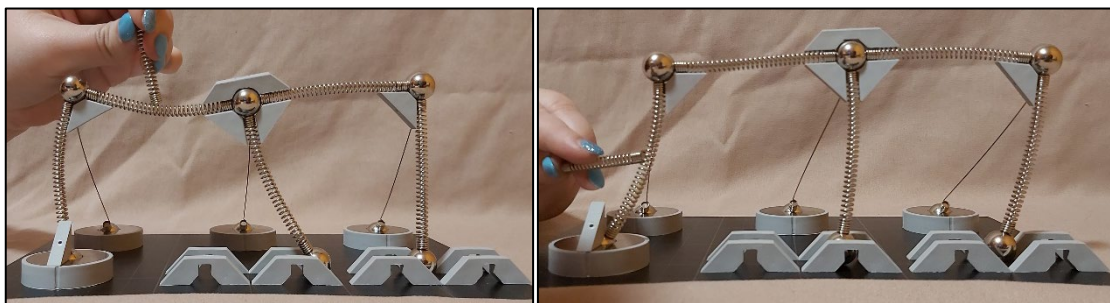
2 támaszú kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret



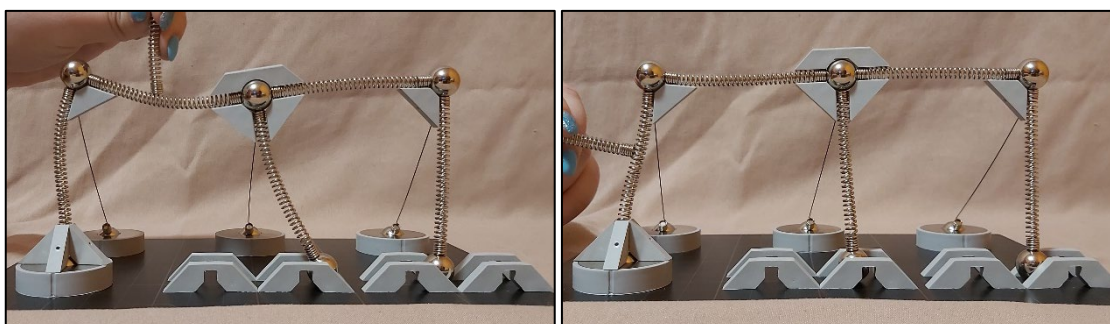
2 támaszú egy befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



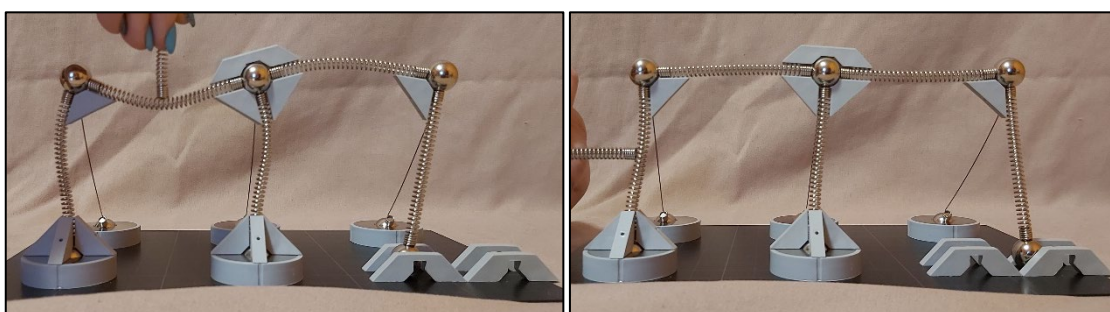
2 támaszú egy befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



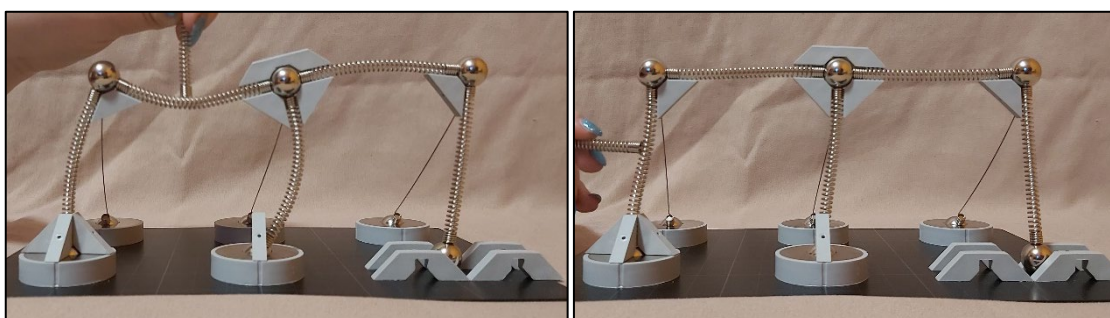
3 támaszú egy fix és 2 görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



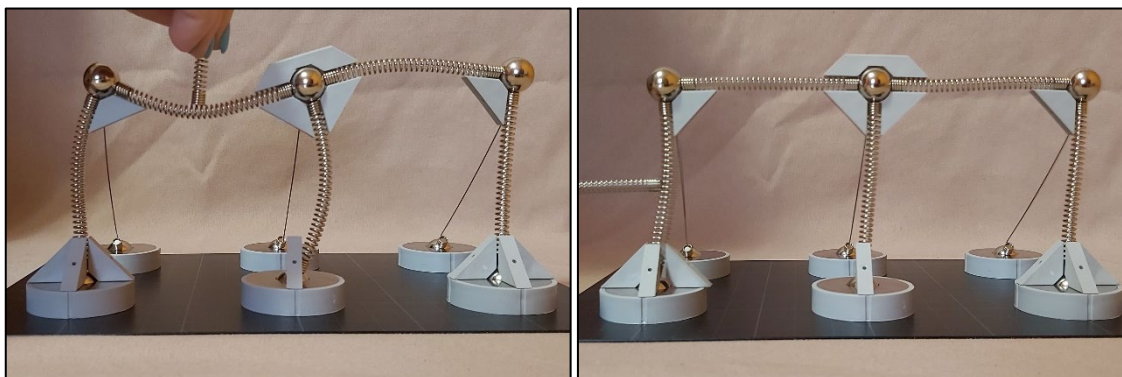
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



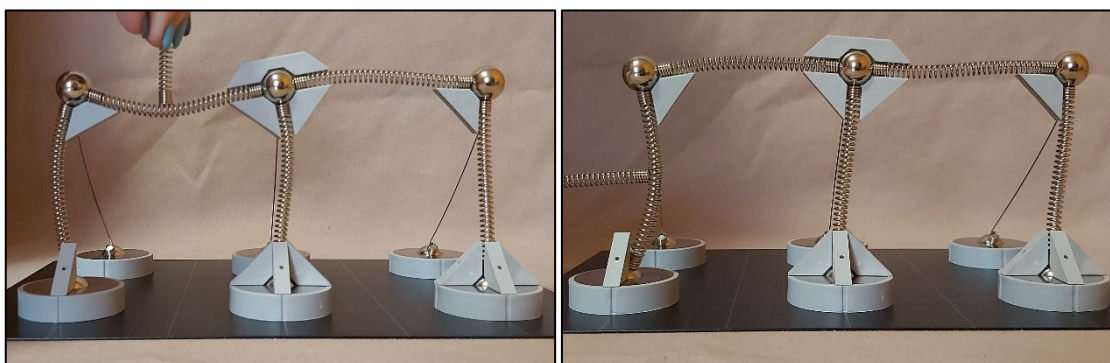
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott kilendülő keret



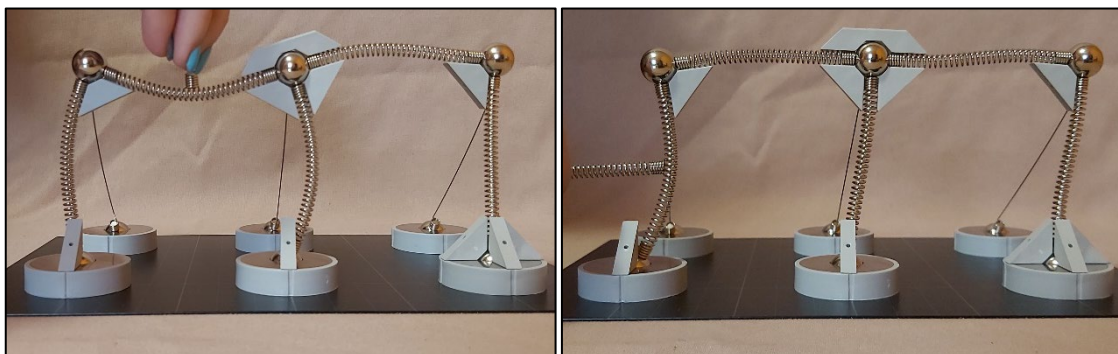
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret



3 támaszú három befogással megtámasztott kilendülő keret



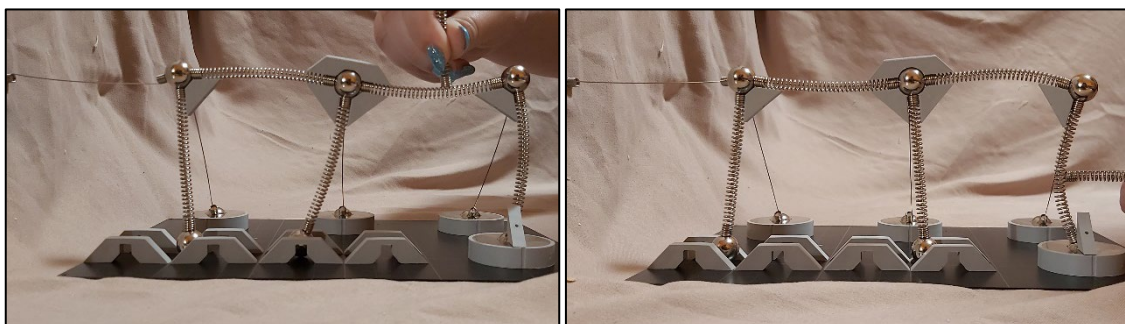
3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott kilendülő keret



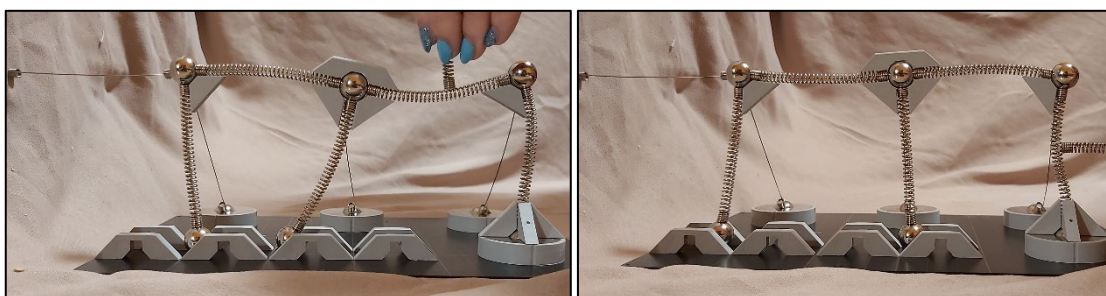
3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott kilendülő keret



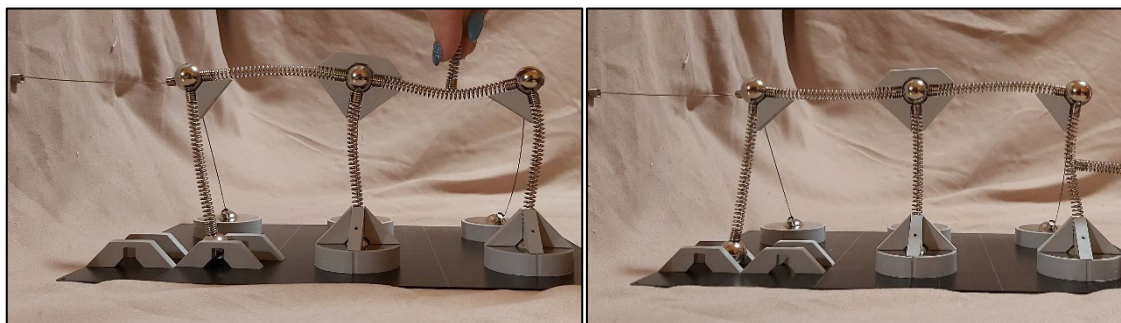
3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott kilendülő keret



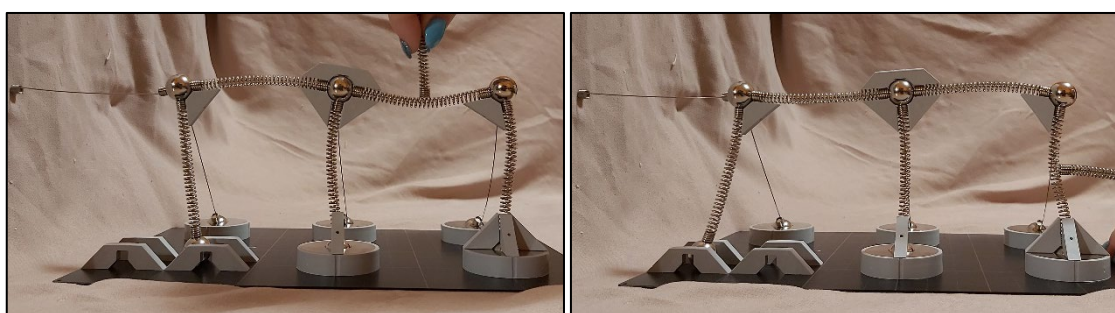
3 támaszú egy fix és 2 görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



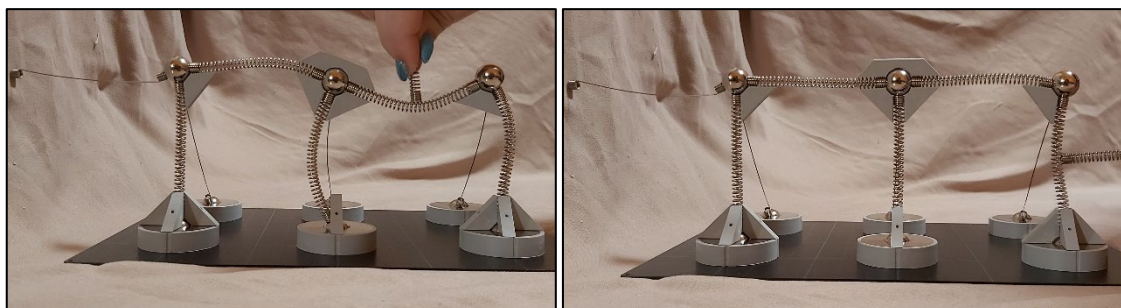
3 támaszú egy befogással és kettő görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



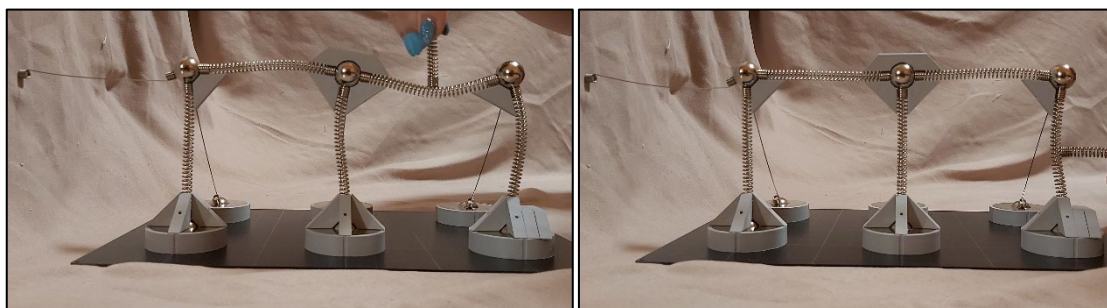
3 támaszú kettő befogással és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



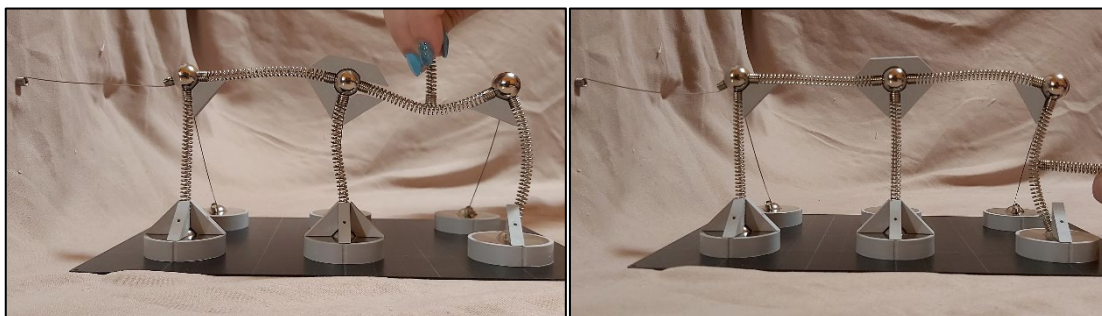
3 támaszú egy befogással egy fix és egy görgős csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



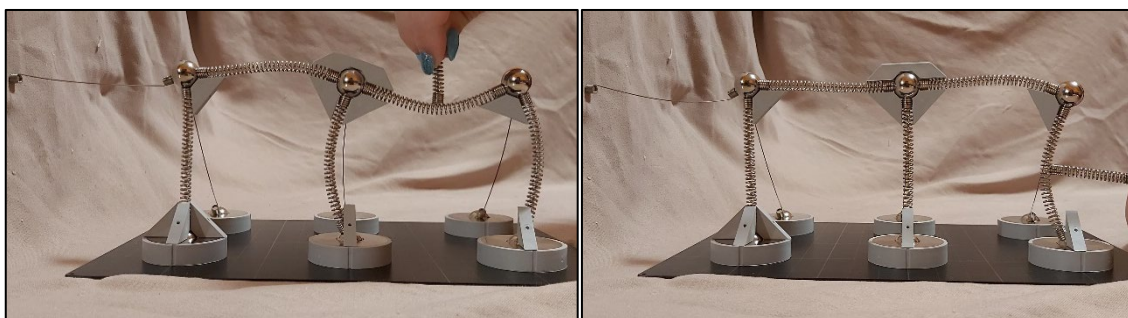
3 támaszú kettő befogással és egy fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret



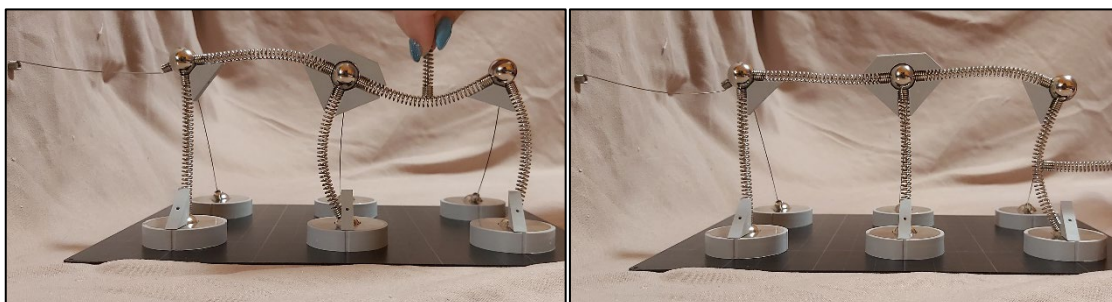
3 támaszú három befogással megtámasztott nem kilendülő keret



3 támaszú egy fix csuklóval és kettő befogással megtámasztott nem kilendülő keret



3 támaszú kettő fix csuklóval és egy befogással megtámasztott nem kilendülő keret



3 támaszú három fix csuklóval megtámasztott nem kilendülő keret

8. IRODALOMJEGYZÉK

- [1] <https://cserviktamas.wordpress.com/2020/10/21/igenybevetel-feszultseg-es-alakvaltozas/>
- [2] <https://hu.wikipedia.org/wiki/Alakv%C3%A1ltoz%C3%A1s#Forr%C3%A1sok>
- [3] Szerényi Attila – Szilárdságtan (Pécs, 2014)
- [4] <https://molamodel.com/pages/mola-structural-model>
- [5] Mola_Master_Thesis_English_Version.pdf (shopify.com)
- [6] Zalka Károly – Mechanika II. Szilárdságtan (e-kiadás)
- [7] https://www.mm.bme.hu/~gyebro/files/vem/kovacs-szekrenyes_vegeselem_modszer.pdf
- [8] <https://www.youtube.com/watch?v=fHiXdvtf47Q>
- [9] <https://axisvm.hu/axisvm/>
- [10] Zalka Károly – Mechanika I. Statika (e-kiadás)