

Nyugat-magyarországi Egyetem
Geoinformatikai Kar

Matematikai geodéziai feladatok megoldása Excel program segítségével

SZAKDOLGOZAT

Konzulens:

dr. Bácsatyai László
egyetemi tanár

Készítette:

Szabó Ádám
Nappali tagozat
Földmérő és Földrendező
Mérnök BSc Szak
Földmérő szakirány

Székesfehérvár
2012



Földmérő és Földrendező Mérnök BSc Szak

Földmérő szakirány

Nappali tagozat

Szakd. száma: /2012

Szabó Ádám

szakdolgozati feladata

A szakdolgozat címe: Matematikai geodéziai feladatok megoldása Excel program segítségével

A feladat leírása: A Matematikai geodézia feladatai közé soroljuk a Vetülettan, a Kiegyenlítő számítás és részben a Felsőgeodézia tárgykörében megoldandó feladatokat. A dolgozat célja a feladatok egységes Excel keretrendszerben való megoldásának kidolgozása. A keretrendszer elemeit részben a Nyugat-Magyarországi Egyetem Geoinformatikai Karán folyó oktatás keretében jelenleg is létező, részben a saját maga alapján kidolgozott feladatok felhasználásával válassza ki.

Részletes feladatok:

1. a matematikai geodéziai feladatok átfogó leírása
2. az Excel program ismertetése (kialakulás, használat, tulajdonságok, lehetőségek)
3. matematikai szimulációval előállított feladatok konkrét megoldása, későbbi feladatok generálására, ellenőrzésére felhasználható táblák létrehozása
4. a megoldások más módszerekkel történő összehasonlítása
5. következtetések a felhasználhatóság, előnyök és hátrányok szempontjából
6. a különböző feladatok összekapcsolása, a keretrendszer lehetséges továbbfejlesztése

Beadandó munkarészek:

- szakdolgozat,
- Excel táblák, egyéb mellékletek

Beadási határidő: 2012. november .

Tanszéki konzulens: dr. Bácsatyai László

Székesfehérvár, 2012. február 24.

Dr. Busics György
tanszékvezető, egyetemi docens

Dr. Mélykúti Gábor
dékán, egyetemi docens

NYILATKOZAT

Alulírott **Szabó Ádám** (neptun kód: XXXXXXXXXX) jelen nyilatkozat aláírásával kijelentem, hogy a Matematikai geodéziai feladatok megoldása Excel program segítségével című

szakdolgozat

(a továbbiakban: dolgozat) **önálló munkám**, a dolgozat készítése során betartottam a szerzői jogról szóló 1999. évi LXXVI. tv. szabályait, valamint az egyetem által előírt, a dolgozat készítésére vonatkozó szabályokat, különösen a hivatkozások és idézések tekintetében¹.

Kijelentem továbbá, hogy a dolgozat készítése során az önálló munka kitétel tekintetében a konzulenszt illetve a feladatot kiadó oktatót **nem tévesztettem meg**.

Jelen nyilatkozat aláírásával tudomásul veszem, hogy amennyiben bizonyítható, hogy a dolgozatot **nem magam készítettem**, vagy a dolgozattal kapcsolatban szerzői jogsértés ténye merül fel, a Nyugat-Magyarországi Egyetem **megtagadja a dolgozat befogadását és ellenem fegyelmi eljárást indíthat**.

A dolgozat befogadásának megtagadása és a fegyelmi eljárás indítása nem érinti a szerzői jogsértés miatti egyéb (polgári jogi, szabálysértési jogi, büntetőjogi) jogkövetkezményeket.

Székesfehérvár, 2012. november 5.

.....

Hallgató

¹ 1999. évi LXXVI. tv. 34. § (1) A mű részletét - az átvevő mű jellege és célja által indokolt terjedelemben és az eredetihez híven - a forrás, valamint az ott megjelölt szerző megnevezésével bárki idézheti.

36. § (1) Nyilvánosan tartott előadások és más hasonló művek részletei, valamint politikai beszédek tájékoztatás céljára - a cél által indokolt terjedelemben - szabadon felhasználhatók. Ilyen felhasználás esetén a forrást - a szerző nevével együtt - fel kell tüntetni, hacsak ez lehetetlennek nem bizonyul.

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	1
2.	Az Excel program ismertetése (kialakulás, használat, tulajdonságok, lehetőségek)	2
2.1.	A Microsoft Excel (Microsoft Office Excel) program története.....	2
2.1.1.	Excel 1.0, 1.5, 2.x	2
2.1.2.	Excel 5.0.....	3
2.1.3.	Excel 2000.....	3
2.1.4.	Excel 2007.....	3
2.1.5.	Excel 2010.....	3
3.	Az Excel tulajdonságai, lehetőségei	4
3.1.	Funkciók	4
3.1.1.	Táblázatos jelleggel a főbb funkciók	5
4.	Felhasználhatósága a Geodéziában	7
4.1.	Mátrixokról és mátrixműveletekről	11
4.2.	Diagramok a geodéziában	13
4.3.	Hibakeresés	17
4.4.	A feladatok megoldása során gyakran alkalmazott függvények.....	19
5.	A matematikai geodéziai feladatok átfogó leírása.....	22
5.1.1.	Ellipszoidi számítások, ellipszoid, geoid és terep metszete	22
5.1.2.	Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben	22
5.1.3.	Kettős vetítés és EOVSzelvényszám keresése koordinátákból.....	22
5.1.4.	Vetületi átszámítások.....	22
5.1.5.	Hibaterjedési feladatok.....	23
5.1.6.	Lineáris regresszió számítás elektronikus távmérőkre.....	23
5.1.7.	Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása	23
5.1.8.	Szintezési hálózat kiegyenlítése	23
5.1.9.	Szabad álláspont kiegyenlítése.....	24
5.1.10.	Hibaellipszis, talpponti görbe és közepes ponthiba	24
5.1.11.	Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel.....	24
5.1.12.	A föld nehézségi erőtere és ennek modellezése.....	24

6.	A feladatok bemutatása	25
6.1.	1. modul: Ellipszoidi számítások, ellipszoid, geoid és terep metszete	26
6.2.	2. modul Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben	30
6.3.	3. modul Kettős vetítés és EOVSzelvényszám keresése koordinátákból	33
6.4.	4. modul Vetületi átszámítások	36
6.5.	5. modul Hibaterjedési feladatok	38
6.5.1.	Első feladat	38
6.5.2.	Második feladat	39
6.5.3.	Harmadik feladat	40
6.6.	6. modul Lineáris regresszió számítás elektronikus távmérőkre	41
6.7.	7. modul Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása	43
6.7.1.	Első feladat	43
6.7.2.	Második feladat	45
6.8.	8. modul Szintezési hálózat kiegyenlítése	46
6.9.	9. modul Szabad álláspont kiegyenlítése, valamint	48
6.10.	10. modul a Hibaellipszis, talpponti görbe és közepes ponthiba	48
6.11.	11. modul Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel	53
6.12.	12. feladat Nehézségi vektor komponensei	56
7.	Feladatok eredményei	58
7.1.	1. modul	58
7.2.	2. modul	59
7.3.	3. modul	60
7.4.	4. modul	61
7.5.	5. modul	61
7.6.	6. modul	61
7.7.	7. modul	62
7.8.	8. modul	62
7.9.	9. modul	62
7.10.	10. modul	63
7.11.	11. modul	63
7.12.	12. feladat	63
8.	Fejlesztés	64
8.1.	A 11-es és 1-es modul összefűzése	64
8.2.	Ábrázolás	64
8.3.	Hibaterjedés	65
8.4.	Nehézségi erő	65
9.	Matematikai szimulációval előállított feladatok	66
10.	Összefoglalás	69
	Irodalomjegyzék	70
	Feladatkiírások	70
	Felhasznált irodalom	70
	Felhasznált online irodalom	70

1. Bevezetés

A feladatom matematikai geodéziai feladatok megoldása Excel program segítségével. A feladatokat a Vetülettan, Kiegyenlítő számítások, Felsőgeodézia, Geodézia I. tantárgy során megoldott feladatokból válogattam. A megoldás során bizonyos mértékben eltértem az eredeti kiírástól.

Itt szeretném megjegyezni, hogy a szakdolgozat teljes megértéséhez az olvasás mellett célszerű megnyitni a táblázatokat, ha ez nem lehetséges, akkor a mellékletek segítségével követni kell a leírtakat. Csak ebben az esetben lesznek érthetőek a képletekben használt hivatkozások.

Ahol lehet, ott törekedtem több példára megoldani az egyes feladatokat, de terjedelmi okokból a dolgozatban csak a 0-s sorszámú feladatokkal foglalkoztam. Ezek a feladatkiírásokban (TÁMOP modulok) található példafeladatok, amiknek megoldását is tartalmazzák a modulok.

A szakdolgozatban kitértem az Excel program fejlődésére, alapvető tulajdonságaira, geodéziai felhasználhatóságára, a megoldandó feladatok rövid leírására, a feladatok megoldására, az eredmények összevetésére referencia adatokkal, a lehetséges továbbfejlesztésre, kiinduló adatok generálására.

A témából eredően a hangsúly az Excel program és a geodézia kapcsolatán van. Ez azt jelenti, hogy a feladatokon keresztül szerettem volna bemutatni, mennyire sokrétűen alkalmazható a program a szakmában.

Mivel a karon a régebbi szakdolgozatok között nem találtam a témában semmit és sem az informatikai, sem a geodéziai tárgyak során nem mélyedtek bele a témába ennyire, ezért döntöttem úgy, hogy néhány triviálisnak tűnő részletre is kitérek. Úgy vélem, hogy emiatt lesz a dolgozat érthető és hasznos annak, aki az informatikához ért jobban, és annak is, aki a geodéziához.

Emiatt a szakirodalmi hivatkozások száma minimális, inkább az eddigi tanulmányaim során szerzett tudást és a gyakorlati megvalósítás közben szerzett információkat, tapasztalatokat igyekeztem összefoglalni.

2. Az Excel program ismertetése (kialakulás, használat, tulajdonságok, lehetőségek)

2.1. A Microsoft Excel (Microsoft Office Excel) program története²

2.1.1. Excel 1.0, 1.5, 2.x

A táblázatkezelő programok ötlete Dan Brickin nevéhez fűződik, aki 1979-ben kezdte meg a VisiCalc nevű programot fejleszteni. Hosszabb jogi viták eredményeképp (a forgalmazó és a készítőik közt) végül felvásárolta a céget a Lotus Development Corp., akik a későbbi Lotus 1-2-3-at adták ki.

A Microsoft eredetileg egy Multiplan nevű táblázatkezelőt akart forgalomba hozni 1982-ben. CP/M rendszereken rendkívül népszerűvé vált, de az MS-DOS megjelenésével a Lotus 1-2-3 lett a leghasználtabb. Az Excel első verzióját Macintoshra adta ki a Microsoft 1985. szeptember 30-án. Az első Windows alapú verzió (2.05, ami egyenlő a Macintoshra kiadott 2.2-vel) 1987 novemberében látott napvilágot. A Lotus cég az 1-2-3-t nem tudta időben a Windows-al kompatibilissé tenni, ezzel az Excel elkezdte kiszorítani a konkurenciát a piacról.

A '93-as évek elején komoly védjeggyel kapcsolatos pereskedés kezdődött, mivel létezett egy Excel nevű pénzügyi program. Ennek hatására lett a Microsoft terméke Microsoft Excel. Persze később a kérdés egyszerű megoldásaként a cég felvásárolta mind a programot, mind a nevet, elejét véve a további problémáknak.

² http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel

2.1.2. Excel 5.0

1993-ban az 5.0-s verzió megjelenésével, új tartalommal bővült a rendszer. Bevezették a VBA (visual basic for applications) programozási nyelvet. Ez egy Visual Basic-re épülő nyelv, ami megkönnyítette az automatizálást, és a felhasználó önálló függvényeinek alkalmazását. Teljes értékű integrált fejlesztői környezet született így. Ezt a mai napig Makró készítési lehetőségként megtartották. A VBA segítségével lehet űrlapokat, vezérlőket beépíteni a munkalapokra. A nyelv az egyszerű objektum orientált programozást is támogatja.

2.1.3. Excel 2000

A legnyilvánvalóbb változás a 97-es Excelhez képest, hogy a vágólap képes lett egyszerre több elemet is kezelni, továbbá a felhasználóknak sok bosszúságot okozó Office Assistant szolgáltatás kikapcsolhatóvá vált.

2.1.4. Excel 2007

A leglátványosabb változás a felhasználói felületben mutatkozik meg. Úgynevezett szalagos menürendszert vezettek be, aminek gyakorlati előnye a kevesebb kattintás szám. Még inkább bővült a grafikus formázási lehetőségek széles tárháza. A grafikonok készítése egyszerűbbé és látványosabbá vált. Nőtt a kezelhető sorok és oszlopok száma.

2.1.5. Excel 2010³

Új lehetőség, hogy továbbfejlesztették a menüszalagot, ahol lehetőség van rendezésre, bővítésre, csoportok létrehozására. Védett nézet az internetről származó adatoknak, így kevésbé vagyunk kitéve kártékony vírusoknak. Teljes online használhatóság (Web App). Mobiltelefonos alkalmazási lehetőségek (Windows Phone-ra). Cellákba illeszthető kis diagramok, úgynevezett értékgörbék lehetősége. Néhány függvény nevét is megváltoztatták, a jobb konzisztencia érdekében. A diagramok kompatibilissé váltak makrókkal, és az egyenletek beszúrását is támogatja a rendszer. Fontos újítás az előnézet a beillesztéshez, és képszerkesztő funkciók új lehetőségei.

³ <http://office.microsoft.com/hu-hu/excel-help/az-excel-2010-ujdontsagai-HA010369709.aspx?CTT=1>

3. Az Excel tulajdonságai, lehetőségei⁴

A Microsoft Excel rendelkezik mindazon alapvető funkciókkal, amelyekkel egy táblázatkezelőnek rendelkeznie kell. Egy cellarács minden alapja, számozott sorokkal és oszlopokkal. Az oszlopokat az angol ABC betűivel jelöli, A-tól egészen XFD-ig (16384db oszlop), a sorokat számokkal 1-től 1048576-ig. Leginkább statisztikai, tervezési, pénzügyi adatok kezelésére használják. Adatsorokat, hisztogramokat, diagramokat, sőt korlátozott 3D-s grafikus megjelenítéseket képes készíteni. Létezik programozási része is (VBA), ami lehetővé teszi a felhasználóknak, hogy különböző numerikus módszereket alkalmazzanak (differenciálegyenletek megoldása), sőt ezen számítások eredményéről jelentéseket is készíthetünk. A felület testreszabható, így komplett döntéstámogató rendszereket hozhatunk létre, saját interfésszel. Még ennél is bonyolultabb feladatokhoz is használható: készíthető olyan adatbázis, ami külső helyekről tölti fel magát (vagy frissíti), akár mérőműszerhez kapcsolva, így adva van, hogy akár a szakmánkban is kiválóan alkalmazható rendszereket hozunk létre ennek segítségével (mozgásvizsgálatok, mérnökgeodézia).

3.1. Funkciók



Az Excel fejléce 3 nagyobb részre tagolódik (a legtöbb funkció módosítható, eltüntethető, így ezeknek az elhelyezkedése is változhat, én most az alapesetet mutatom be). Bal felső sarokban a gyorselérési eszköztár található, mely bővíthető az általunk gyakran használt funkciókkal. Középen a dokumentum neve látható, a jobb felső sarokban a szokásos Windows ikonok: tálcára helyezés, teljes képernyő (kis méret), kilépés.

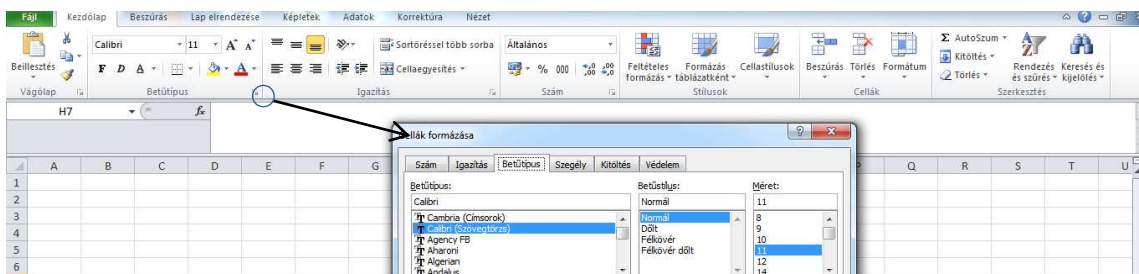
⁴ http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel



A következő sávban találhatjuk a 2007-es verzió nagy újítását, a szalagos megoldást. Nem lenyíló menük és eszköztárak vannak, hanem a fontosabb funkciókat tematikusan elkülönítve fülekbe rendezik. Ráadásul ezek rugalmasak, például, ha egy képre kattintunk, akkor megjelenik a képszerkesztéssel kapcsolatos fül is.



Ahogy ezekre a fülekre kattintunk, előjönnek az adott csoportba sorolt lehetőségeink. Természetesen hely hiányában nem az összes opció jelenik meg, hanem az alul lévő fülek „kibontják” az adott részt és innentől elérhető minden funkció.



1. ábra Fejlés felépítés

3.1.1. Táblázatos jelleggel a főbb funkciók

A táblázati felsorolásból látszik, hogy az Excel rendkívül sokrétű és felhasználóbarát funkcióval rendelkező program. Az is kitűnhet, hogy nem feltétlenül a mérnöki szakmáknak fejlesztették, de a tulajdonságait hamar felismerve, és a lehetőségeket számba véve ezen a területen is gyorsan elterjedt az alkalmazása.

Kezdőlap	Vágólap	Műveletek, kezelés, formátummásoló
	Betűtípus	Méret, típus, formázás
	Igazítás	Cellákon belüli helyzet
	Szám	Cellákon belüli adatok formátuma
	Stílus	Formázási stílusok, feltételes formázás
	Cella	Beszúrás, törlés, méretek (formátum)
	Szerkesztés	Rendezés, szűrés, keresés
Beszúrás	Táblázatok	Kimutatás, táblázat
	Ábrák	Ábrák, képek
	Diagramok	Különböző típusú diagramok
	Értékgörbék	Cellákba illeszthető értékgörbék
	Szűrő	Adatok interaktív szűrése
	Hivatkozás	Hivatkozások kezelése
	Szöveg	Szövegdoz, élőfej, élőláb
Lap elrendezés	Szimbólum	Egyenletek, szimbólumok
	Témák	Témák, színek, effektusok
	Oldalbeállítás	Margó, tájolás, méret, töréspontok, háttér
	Papírméretnyi	Papírméret, cellaszélesség, magasság
	Munkalap-beállítások	Munkalapon megjelenő kiegészítő információk
Képletek	Elrendezés	Objektumok előre, hátra hozása, csoportosítás, igazítás
	Függvénytár	Függvénytípusok
	Definiált nevek	Nevek definiálása
	Képletvizsgálat	Elődök, utódok, képletek, hibaelLENŐRZÉS
Adatok	Számítás	Számítás beállításai
	Külső adatok átvétele	Egyéb helyről származó adatok átvétele
	Kapcsolatok	Adatkapcsolatok megjelenítése, kezelése
	Rendezés és szűrés	Adatok rendezése, szűrése
	Adateszközök	Szövegek oszlopokká konverziója, érvényesség megadása, összesítés
Korrektúra	Tagolás	Csoportosítás és ennek beállításai
	Nyelvi ellenőrzés	Helyesírás ellenőrzés, szinonimaszótár
	Nyelv	Fordítási lehetőségek
	Megjegyzések	Megjegyzések beszúrása, kezelése, széljegyzetek
Nézet	Változások	Védelmek, változások követése
	Munkafüzetek	Különböző nézet beállítások
	Megjelenítés	Kiegészítő, segítő lehetőségek beállítása
	Nagyítás	Méret növelés, csökkentés
	Ablak	Ablakok kezelése, felosztása, elrendezése
	Makrók	Makró készítés, kezelés

4. Felhasználhatósága a Geodéziában

Saját tapasztalataim szerint rendkívül összetett munkára alkalmas ez a program. Mivel az alapkonceptiója rendkívül egyszerű, így aki a matematikai, geometriai alapokkal tisztában van, az úgy is használhatja, mint egy számológépet. Persze ennél jóval többre képes, de még ebben az esetben is van egy hatalmas előnye. Az a lehetősége, hogy hivatkozásokkal dolgozik a program, nagyon megkönnyíti egy egyszerű számítás véghezvitelét. Nem feltétlenül maga a számítás folyamata egyszerűsödik le (sőt legtöbb esetben talán a számológép még egyszerűbb is például a számunkra oly fontos szögekkel való műveletek itt kissé nehezebbek), hanem a hibakeresés, vagy javítás.

Nézzünk egy egyszerű tájékozást. Ha számológéppel, vagy akár kézzel számolunk és elgépeztünk egy alapadatot (távolságot, irányértéket), ennek hibája csak tájékozási szög számításánál derül ki, vagy még ott sem. Külön kihívás megtalálni, melyik a hibás érték. A program lehetőséget ad a hivatkozások vizuális formában való követésére (elődök mutatása), ami a hibakeresést megkönnyíti. Átírva a megfelelő kiinduló adatot, a végeredmény valós időben módosul a helyes értékre.

Persze mondhatjuk, hogy egy jobb programozható számológéppel talán ez is megoldható, vagy kellő gyakorlattal a számítás sebessége ebben az esetben nem tér el kirívóan, de ott van az az eset, amikor komplex, összetett feladatokat kell megoldani, akár több munkafüzeten dolgozva, több száz kiinduló adattal, részeredményekkel. Ekkor már igazán kitűnik a program igazi felhasználóbarát volta.

Ki kell térni arra is, hogy az adatokat, amiket kiszámítottunk (koordináták), meg is jeleníthetjük a programban, persze eléggé egyszerűsített formában, de a hibakeresés szempontjából a beépített diagramkészítő elégségesen alkalmazható.

Jómagam az összes számítási feladatot ilyen módszerrel oldottam meg és nincs kétségem afelől, hogy talán egy kicsit egyszerűbb dolgom volt, mint társaimnak. Egyetlen negatívumot tudok felhozni a felhasználás ellen. Ez akkor fordul elő, ha úgy szeretnénk egy példát megoldani, hogy a kiinduló adatok helyére bármit beírva (persze bizonyos korlátok között) is kiadjon helyes eredményt. Ekkor, sajnos, már nem csak számológépként kell használni, hanem be kell építeni különféle vizsgálatokat, kivételek kezelésére alkalmazható szabályokat.

Vegyük például a távolság és irányszög számítását két adott koordinátájú pont esetén. Ez egy alapfeladat, amivel rengeteg helyen találkozunk, ennek az egyszerű kiszámítását ezért is építették be a számológépekbe is. Ennek a számolása Excellel egy olyan kihívás volt elsőre, ami megszerettette velem a programot.

Kiinduló adatként vegyük az adott pontok koordinátáit: kezdőpontként $A(y_1; x_1)$, végpontként $B(y_2; x_2)$. Képezzük a különbségüket úgy, hogy a végpont koordinátáiból vonjuk ki a kezdőpont koordinátáit:

$$\Delta y = y_2 - y_1 \quad \Delta x = x_2 - x_1$$

Megtanultuk, hogy a két pont távolsága: $t_{AB} = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$

Az A-ról B-re mutató irányszög kiszámítása kissé bonyolultabb, mert a geodéziában a szögek 0° - 360° közé esnek, ezért csak a főértéket kapjuk meg az alapképlettel. „Főérték alatt a szöget értjük, aminek függvényértéke abszolút értelemben megegyezik az irányszög szögfüggvényének abszolút értékével”⁵. Jelöljük ezt a szöget α -val.

Az irányszögszámítás alapképlete: $\delta_{AB} = \tan^{-1} \frac{\Delta y}{\Delta x}$

Főérték számítása: $\alpha_{AB} = \tan^{-1} \left| \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|$

Miután megkaptuk a főértéket, a Δy , Δx értékek előjele alapján kellett következtetni az irányértékekre. Ha mindkettő előjele pozitív, $\delta_{AB} = \alpha_{AB}$ ha csak Δy pozitív, akkor $\delta_{AB} = 180^\circ - \alpha_{AB}$, ha csak Δx pozitív $\delta_{AB} = 360^\circ - \alpha_{AB}$, ha mindkettő negatív $\delta_{AB} = 180^\circ + \alpha_{AB}$. Ezt fejben könnyedén el lehet végezni és meghatározható a végleges irányszög.

Ha Excellel számítunk, mehetünk az egyszerűbb úton és mondhatjuk, hogy ismerjük az előjeleket és egy konstans értékkel változtatjuk az α -t. De ha nem akarjuk ezt a megoldást, akkor minden vizsgálatot be kell építeni a számítandó cellába. Itt kerülünk szembe azzal a problémával, hogy programozói szemlélet kell a feladatok ilyen úton való megoldásához, és nem utolsó sorban értenünk kell, mit csinálunk, mik a matematikai, geometriai, geodéziai feltételei egy-egy feladat megoldásának.

⁵ [GEODÉZIA I jegyzet](#)

A két pont távolsága Excel függvénnyel:

=GYÖK((D9-D8)^2+(E9-E8)^2)**

Végpont irányszöge Excel függvénnyel:

=HA((D8=D9=IGAZ)*ÉS(D8=E9=IGAZ)*ÉS(D8=E8=IGAZ);"K=V";HA(D8=D9;HA(E8>E9;180;0);HA(E8=E9;HA(D8>D9;270;90);HA((D9-D8)>0;HA((E9-E8)>0;FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));180-FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));HA((E9-E8)<0;180+FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8)))));360-FOK(ARCTAN(ABS((D9-D8))/ABS((E9-E8))))))**

** (D8=y₁ D9=y₂ E8=x₁ E9=x₂ az előző jelölésekkel)

Látjuk, hogy első esetben csak formailag különbözik a kézi megoldástól, de lényegében ugyanaz. Az irányszögnél jönnek elő azok a problémák, amiket számítások fejben egyszerű eldönteni, de itt vizsgálatok beiktatásával lehet csak megoldani. Ha elemezzük ezt a függvényt, akkor látható, hogy többszörösen egymásba ágyazott, és a HA függvény hozza meg helyettünk a döntést.

Sorrendisége: megnézzük, hogy a két pont koordinátája nem egyezik-e meg, ha igen, akkor K=V (kezdőpont=végponttal), ha nem, akkor eldöntjük, hogy az y koordináták egyeznek-e, és ha igen, akkor 180° vagy 0° értéket kell-e kapnunk (0°=360° csak 0-val egyszerűbb számolni). Ezután vizsgáljuk az utolsó „speciális” esetet, hogy az x koordinátákkal mi a helyzet. Egyezés esetén itt is két megoldás lehetséges. 90° vagy 270° lehet a megoldás. Ha egyik sem lehetséges az előbb felsorolt végkimenetek közül, akkor következik a főértékek átszámítása a megfelelő szög negyedbe, így végeredménynek helyes irányszöget kapunk.

Itt szeretném még megjegyezni a szögekkel kapcsolatos kisebb problémát. A geodézia 3 módon használja fel a szögeket:

- 360-as fokrendszerben kapjuk meg általában a kiinduló adatokat, és ezeket várják el eredményként pl.: $60^{\circ}45'30''$
- egyszerű számításokhoz viszont a legkézenfekvőbb az egész fok kiírása további tizedes jegyekkel (Excelben én ezt használom, és csak a könnyebb átláthatóság kedvéért iratom ki 360-as rendszerben) pl.: $60,7583^{\circ}$
- viszont az Excel analitikus szögegységben (radiánban) számolja a szögfüggvényeket pl.: 1,06043

Tehát minden esetben, mikor kapunk alapadatnak valami szöget 360-as rendszerben, a saját munkánk megkönnyítése érdekében célszerű átváltani tizedfokos rendszerbe, és ahol kell egy RADIÁN, majd a továbbiakban egy FOK függvényt beiktatni.

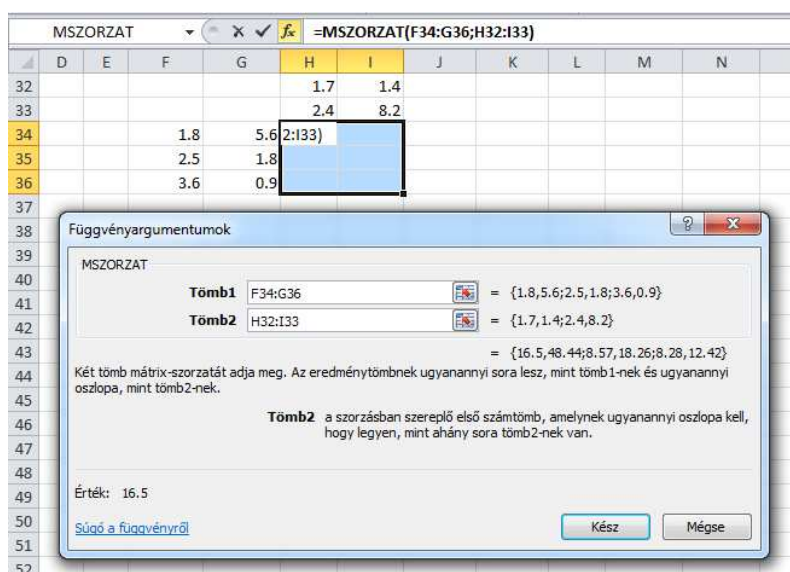
4.1. Mátrixokról és mátrixműveletekről

Az Excel nem csak cellánként képes az adatokat kezelni, hanem tömbként is (pl: A1:B2 jelenti az A1,A2,B1,B2 cellákat). Legegyszerűbb példa a SZUM függvény használata. Mindkét esetben ugyanazokat a számokat adjuk meg, csak az első esetben egyesével számolunk, másodikkál tömbként. Az eredmény ugyanaz, csak a képlet más:

1	1
2	2
3	3
=SZUM(F32;F33;F34)	=SZUM(G32;G34)

Ezt bonyolíthatjuk is, hiszen adhatunk meg több tömböt, vagy keverve tömböket, cellákat is.

Ennek a lehetőségnek segítségével az Excel a mátrixokat is kiválóan képes kezelni. Kicsit körülményes a mátrix függvények használata. Első lépésként ki kell jelölni a végeredmény mátrix méretének megfelelő cellatartományt. Ezt kénytelenek vagyunk fejben elvégezni a mátrixszámítás során tanultak alapján. Majd az  (fx) ikonra kattintva előhozhatjuk a függvényvarázslót. Itt megadva a kívánt mátrix függvényt, kijelölhetjük a megfelelő argumentumokat. Itt nagyon kell figyelni azokra a kötelező szabályokra, melyek a mátrixműveleteknél előjöhetnek. (pl: mátrixok szorzata csak úgy lehetséges, ha az első mátrix oszlopainak száma megegyezik a második mátrix sorainak számával).



2. ábra Mátrixok használata

Miután ezzel megvolnánk, F2-t nyomunk majd CTR+SHIFT+ENTER-t. Innentől kezdve a végeredmény cellatartomány egy egységként kezelhető. Nem lehet a cellákat egyesével módosítani, áthelyezni, mert tömbreszként vannak jelen. Természetesen a mátrixfüggvényeket is lehetőségünk van egymásba ágyazni.

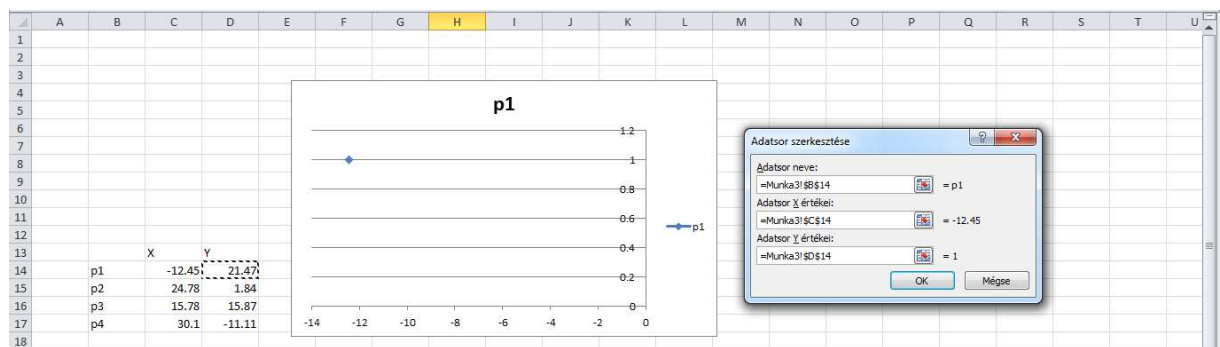
Ilyen esetekben fokozottan kell figyelni a végeredmény tartomány alakjára:

MSZORZAT ✕ ✓ <i>f_x</i> =transzponálás(mszorzat(F34:G36;H32:I33))									
	D	E	F	G	H	I	J	K	L
29									
30									
31									
32					1.7	1.4			
33					2.4	8.2			
34			1.8	5.6	16.5	48.44			
35			2.5	1.8	8.57	18.26			
36			3.6	0.9	8.28	12.42			
37									

3. ábra Egymásba ágyazott mátrixok

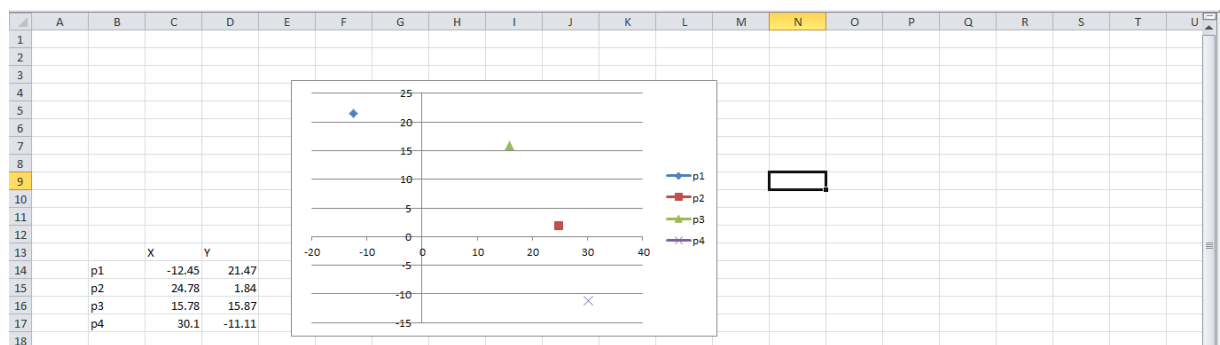
4.2. Diagrammok a geodéziában

Minden esetben, ahol lehetett, készítettem ábrákat, a beépített diagramvarázsló segítségével. A geodéziában koordinátákkal dolgozunk legtöbbször 2 dimenzióban. Erre a célra kiválóan megfelel bármely pontdiagram, de ha össze is kívánjuk kötni, célszerűbb elsőre a „pont vonalakkal és jelölőkkel” nevűt választani. A rétegszemléletű gondolkodás itt is célravezető lehet, mert így gondolkodva, megkíméljük magunkat több későbbi problémától. Persze ez elég sok plusz munkával jár, de jóval látványosabb és szebben formázott állományokat hozhatunk létre. Első lépésként mindig célszerű behívni a pontokat. Ha a későbbiekben szükségünk lesz a pontszámok megjelenítésére is, akkor kénytelenek vagyunk a következő lépések szerint cselekedni. Beszúrás-> Diagramok-> Pont-> vonalakkal és jelölőkkel-> (Diagrameszközök-> Tervezés->) Adatok kijelölése-> Hozzáadás, majd egyesével minden pontszámot, koordinátát.



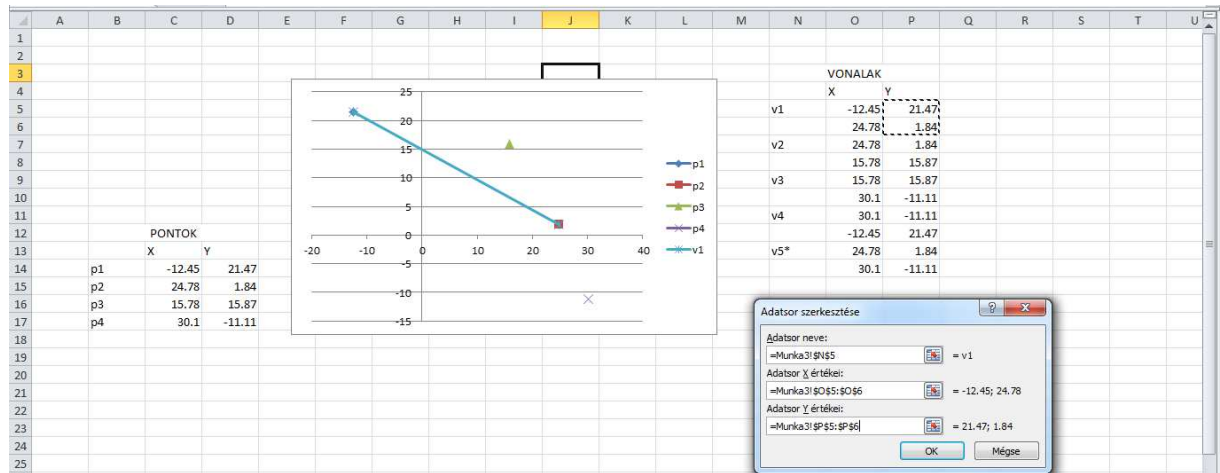
4. ábra Diagramszerkesztés I.

Végeredményként meg lesznek a pontjaink jelenítve. Fontos, hogy figyeljünk a koordinátatengelyekre, mert itt a geodéziai helyett a matematikában megszokott jelölések vannak. Most nem a geodéziai jelölést használom.

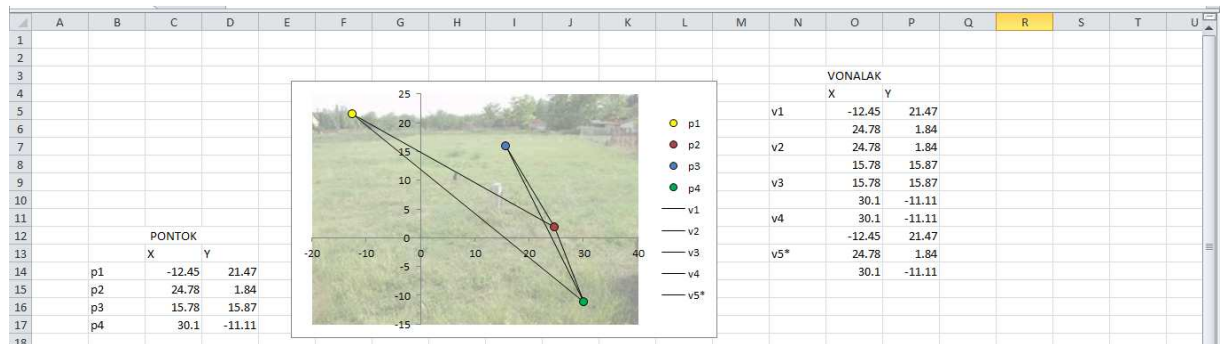


5. ábra Diagramszerkesztés II.

Ha össze kívánjuk kötni a pontokat, akkor kénytelenek vagyunk tömbként behívni őket. Amennyiben sorban egy sokszög mentén haladunk, megtehetjük, hogy az első pontot utolsóként is behívva az egészet egyben kezeljük, de ugyancsak formázási, hibakeresési okokból pontpáronként javaslom a vonalak kezelését. Ehhez nincs más dolgunk, mint hivatkozásokkal létrehozni a vonalakat, lebontva kezdő és végpontra.

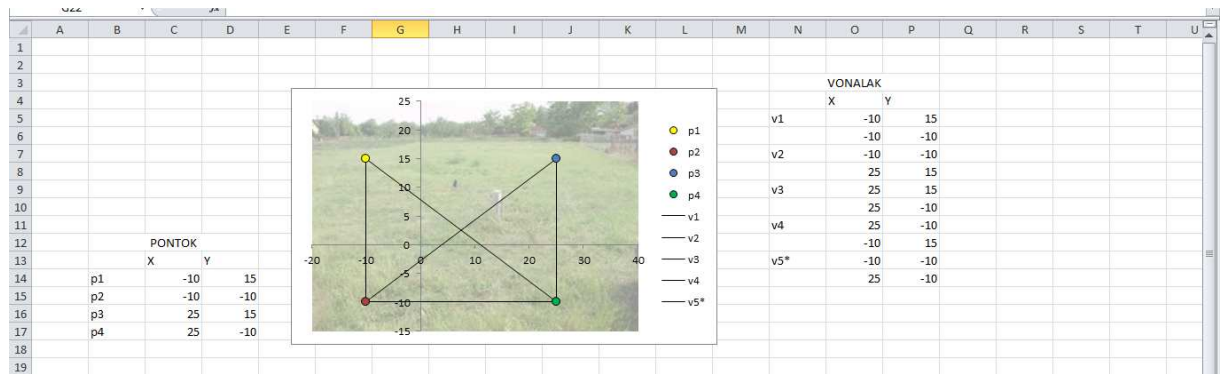


6. ábra Diagramszerkesztés III.



7. ábra Diagramszerkesztés IV.

A háttérbe behívhatunk képeket, mint egy raszteres állományt, így téve még látványosabbá az alkalmazást. Megadhatunk átfedési értékeket, a tengelyek metszéspontjait testre szabhatjuk, így „lekötve” a diagramot.



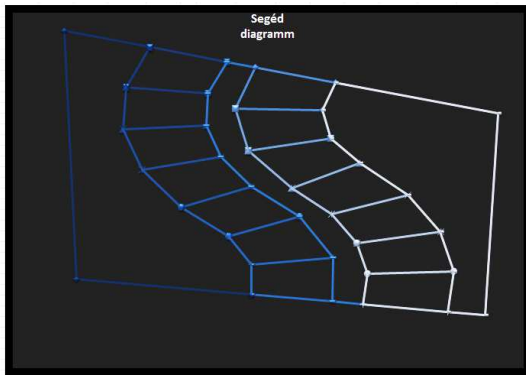
8. ábra Diagramszerkesztés V.

Ha készen vagyunk, már csak a formázást kell elvégezni. Színekkel, vonaltípusokkal, jelölőkkel, nyilakkal, lehet az ábrát megfelelő és esztétikus módon elkészíteni. Rendkívül hasznos és kényelmes megoldás a hivatkozások használata, mert így bármilyen adatváltozásról valós időben grafikusán is meggyőződhetünk.

Két saját készítésű példán talán jobban lehet szemléltetni a bemutatottak hasznosságát. Ezeket a diagramokat Nagyméretarányú térképezés II. tantárgy keretein belül készítettem. Fő céljuk az esetleges hibák kiszűrése, rosszul számított pontok kimutatása, és a teljes alakzat egyben, grafikusán, valós időben változtathatóan való szemlélése.

A feladat kiszámításához egy n változó érték volt megadva, ezt változtattam.

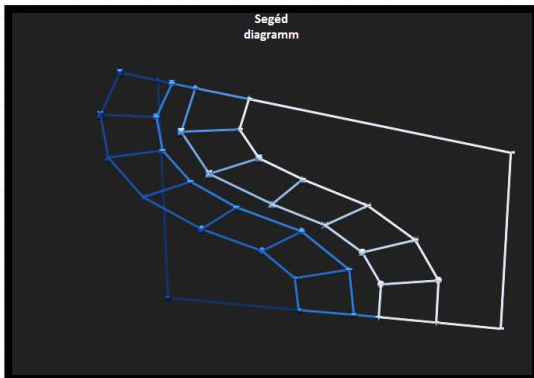
1. esetben



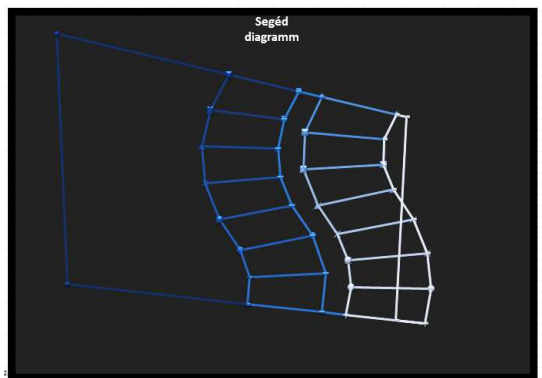
24 (saját érték)



15

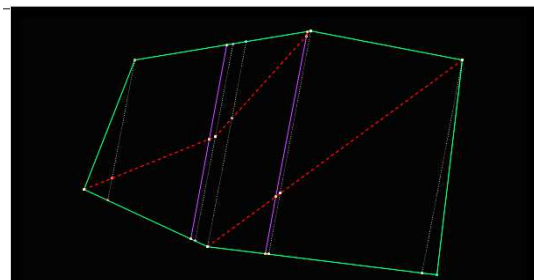


-20

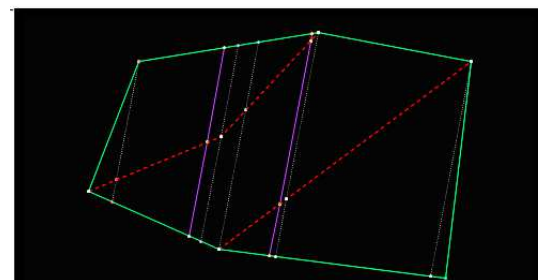


120

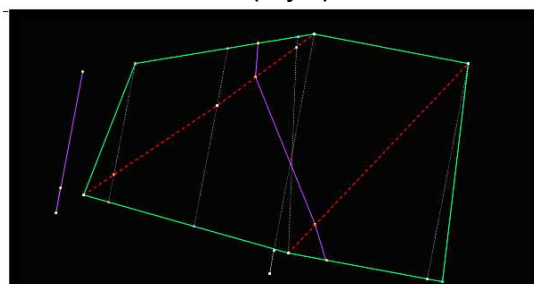
2. esetben



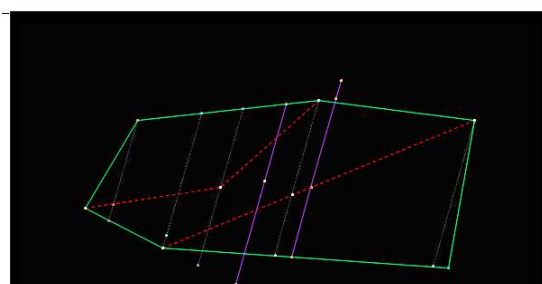
24 (saját)



15



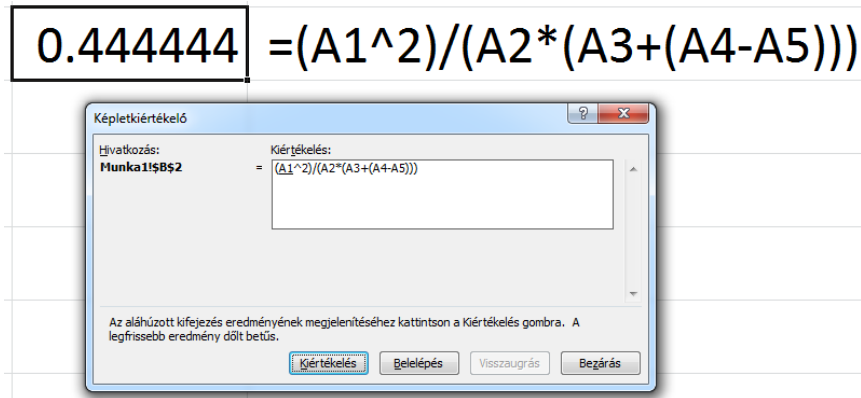
-100



100

4.3. Hibakeresés

Több funkció is segítségünkre lehet a hibakeresésben. Egy bonyolultabb képlet esetén hasznos lehet az a beépített funkció, amit képletkiértékelésnek nevezünk.



9. ábra Képletkiértékelő

A kiértékelés gombra kattintva végig lehet követni az egész számítást lépésről-lépésre. Különösen hasznos, ha nem vagyunk biztosak a műveletek sorrendiségében, vagy a zárójelek mennyisége összezavar minket.

Amennyiben kapunk egy véleményünk szerint hibás adatot, a részeredmények birtokában végigkövethetjük a számítás lépéseit visszafelé haladva, hogy megkereshessük, hol az eltérés. Ezt a funkciót az elődök mutatása segítségével érhetjük el. Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy érték változása melyik utána következő számra hat, az utódok mutatása adhat segítséget.

Egy példán keresztül bemutatom mindkét funkciót:

Mérési eredmények és középhibáik			
H_A	158.23	m	
$\mu_{HA}(\pm)$	2	cm	
h	1.42	m	
$\mu_h(\pm)$	1	cm	
l	3.82	m	
$\mu_l(\pm)$	1.5	cm	
d_f	898.65	m	
$\mu_{df}(\pm)$	0.8	cm	
tizedfok			
α	3	43	56
$\mu_\alpha(\pm)$	6	"	
Eredmények			
H_B	214.3263	m	
$\mu_{HB}(\pm)$	3.75	cm	
p_{HB}	0.071	cm ⁻²	
Végeredmény			
HB = 214.3263 m $\pm$ 0.0375 m			

Mérési eredmények és középhibáik			
H_A	158.23	m	
$\mu_{HA}(\pm)$	2	cm	
h	1.42	m	
$\mu_h(\pm)$	1	cm	
l	3.82	m	
$\mu_l(\pm)$	1.5	cm	
d_f	898.65	m	
$\mu_{df}(\pm)$	0.8	cm	
tizedfok			
α	3	43	56
$\mu_\alpha(\pm)$	6	"	
Eredmények			
H_B	214.3263	m	
$\mu_{HB}(\pm)$	3.75	cm	
p_{HB}	0.071	cm ⁻²	
Végeredmény			
HB = 214.3263 m $\pm$ 0.0375 m			

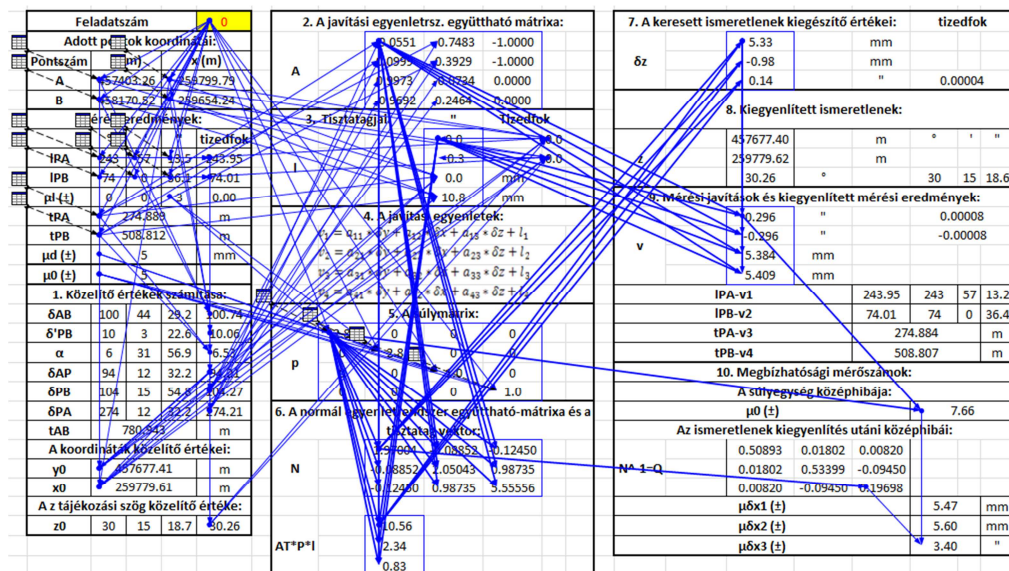
Mérési eredmények és középhibáik			
H_A	158.23	m	
$\mu_{HA}(\pm)$	2	cm	
h	1.42	m	
$\mu_h(\pm)$	1	cm	
l	3.82	m	
$\mu_l(\pm)$	1.5	cm	
d_f	898.65	m	
$\mu_{df}(\pm)$	0.8	cm	
tizedfok			
α	3	43	56
$\mu_\alpha(\pm)$	6	"	
Eredmények			
H_B	214.3263	m	
$\mu_{HB}(\pm)$	3.75	cm	
p_{HB}	0.071	cm ⁻²	
Végeredmény			
HB = 214.3263 m $\pm$ 0.0375 m			

Mérési eredmények és középhibáik			
H_A	158.23	m	
$\mu_{HA}(\pm)$	2	cm	
h	1.42	m	
$\mu_h(\pm)$	1	cm	
l	3.82	m	
$\mu_l(\pm)$	1.5	cm	
d_f	898.65	m	
$\mu_{df}(\pm)$	0.8	cm	
tizedfok			
α	3	43	56
$\mu_\alpha(\pm)$	6	"	
Eredmények			
H_B	214.3263	m	
$\mu_{HB}(\pm)$	3.75	cm	
p_{HB}	0.071	cm ⁻²	
Végeredmény			
HB = 214.3263 m $\pm$ 0.0375 m			

Elődök

Utódok

Természetesen vannak esetek, amikor a hivatkozások láncolata grafikusán már nem értelmezhető eredményt ad.



10. ábra Képletvizsgálat

4.4. A feladatok megoldása során gyakran alkalmazott függvények

KEREKÍTÉS (szám; mennyi számjegyre kerekítsen)	Számítja a szám kerekített értékét adott számjegyre, 0-nál egésze, negatív számnál a tizedespontról balra.
KEREK.LE (szám; mennyi számjegyre kerekítsen)	Számot lefelé (0 felé) kerekíti a számjegyekre ugyanaz a szabály, mint a KEREKÍTÉS függvényénél.
FKERES (keresési érték; tábla; oszlop szám; tartományban keres)	Egy tábla első sorában keres megfelelő értéket, eredményül a megtalált sorban lévő adott oszlopban szereplő értéket adja. Függvényargumentumok: • keresési érték: ezt az értéket keressük • tábla: ebben a táblázatban folyik le a keresés az első oszlopban • oszlop szám: ezt a számú oszlopot adja eredményül (természetes csak azt a sort, ami megfelel a keresési értéknek) • tartományban keres: hamis esetén csak egyező értékek szerepelhetnek, igaz esetén az első megfelelőt adja eredményül. Pl.: 1-re keresünk rá és igaz akkor az első olyan számot adja eredményül, amiben 1 van, lehet ez 12, 21, 111, 1 is, ha hamist írunk, csak azt keresi, ami = 1-el.
SIN ()	Egy radiánban megadott szög szinuszt számítja ki.
RADIÁN ()	Egy fokban (tizedfokban) megadott szög értékét számítja át radiánba.
COS ()	Egy radiánban megadott szög koszinust számítja ki.
GYÖK ()	Egy szám négyzetgyökét számítja ki
FOK ()	Egy szám radiánban adott értékét fokba (tizedfokba) számítja át
ARCCOS ()	Egy szám arkusz koszinusz értékét számítja ki radiánban (0-PI tartományban)
ARCSIN ()	Egy szám arkusz szinuszt értékét számítja ki radiánban (-PI/2 – PI/2 tartományban)
HA (logikai vizsgálat; érték igaz esetén; érték hamis esetén)	Egy feltétel alapján dönt, hogy igaz, vagy hamis az érték, majd ennek megfelelően cselekszik. Függvényargumentumok: • logikai vizsgálat: olyan érték mely lehet igaz vagy hamis • érték igaz esetén: amennyiben az előző igaz ezt az értéket írja ki • érték hamis esetén: amennyiben az előző hamis ezt az értéket írja ki

PI ()	A Pi értékét adja meg 15 jegy élességgel. (nincs argumentuma)
HATVÁNY (szám; kitevő)	Egy szám adott kitevőjű hatványát számítja ki.
LN ()	Egy szám természetes logaritmusát számolja ki.
ARCTAN ()	Egy szám arkusz tangens értékét számítja ki radiánban ($-\pi/2 - \pi/2$ tartományban)
SZUM ()	Az argumentumban lévő számokat összeadja (lehetnek cellatartományok, de cellák is). Maximum 255 argumentum lehet egyesével kijelölve.
MSZORZAT ()	Két tömb mátrix szorzatát adja eredményül. A kapott cellatartománynak ugyanannyi sora lesz, mint az első mátrixnak és ugyanannyi sora, mint a másodiknak. Az argumentumoknál úgy kell megadni a két tömböt, hogy az elsőnek ugyanannyi oszlopa legyen, mint a másodiknak ahány sora.
TRANSZPONÁLÁS ()	A megadott tartományt transzponálja. Felcseréli az oszlopokat a sorokkal.
ABS ()	Egy szám abszolút értékét adja eredményül.
INVERZ.MÁTRIX ()	Egy tömbben lévő mátrix inverz mátrixát adja eredményül. Csak négyzetes lehet a mátrix.
KICSI (tömb;k)	Egy adathalmaz (tömb) k-dik legkisebb értékét adja eredményül.
VÉLETLEN.KÖZÖTT (alsó;felső)	Két megadott szám közé generál egy változó számot

Fontos megjegyezni, hogy a függvények mellett képleteket is alkalmazhatunk. Ezekben a következő alapműveleteket végezhetjük el (elvégzés sorrendje egyezik a matematikában tanultakkal): hatványozás (^), szorzás (*), osztás (/), összeadás (+), kivonás (-). A sorrendiség zárójelekkel tetszőlegesen változtatható. Minden képlet, függvény, hivatkozás egyenlőség jellel (=) kezdődik. A hivatkozásoknak 3 fajtája lehetséges:

- relatív esetén a hivatkozó cellával együtt „mozog” a hivatkozott cella (A1)
- abszolút esetén a hivatkozott cella le lesz „kötve” a továbbiakban (\$A\$1)
- vegyes esetben csak adott irányban „mozog” a hivatkozás (\$A1 csak vízszintesen; A\$1 csak függőlegesen)

A hivatkozó cellákat másolva () a következőket kaphatjuk:

	A	B	C	D	E	F	G		A	B	C	D	E	F	G	H
1	11	21	31					1	11	21	31					
2	12	22	32					2	12	22	32					
3	13	23	33					3	13	23	33					
4								4								
5								5								
6	relatív				abszolút			6	relatív				abszolút			
7	11	21	31		11	11	11	7	=A1	=B1	=C1		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1	
8	12	22	32		11	11	11	8	=A2	=B2	=C2		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1	
9	13	23	33		11	11	11	9	=A3	=B3	=C3		=\$A\$1	=\$A\$1	=\$A\$1	
10								10								
11	vegyes				vegyes			11	vegyes				vegyes			
12	11	11	11		11	21	31	12	=\$A1	=\$A1	=\$A1		=A\$1	=B\$1	=C\$1	
13	12	12	12		11	21	31	13	=\$A2	=\$A2	=\$A2		=A\$1	=B\$1	=C\$1	
14	13	13	13		11	21	31	14	=\$A3	=\$A3	=\$A3		=A\$1	=B\$1	=C\$1	

Az alapműveletekre egy egyszerű példa:

	A	B	C
1	2	4.333333	=A1^2/A2*A3+A4-A5
2	3	0.444444	=(A1^2)/(A2*(A3+(A4-A5)))
3	4		
4	5		
5	6		

11. ábra Alapműveletek

Első esetben: hatványozás, osztás, szorzás, összeadás, kivonás. Második esetben hatványozás, kivonás, összeadás, szorzás, osztás.

5. A matematikai geodéziai feladatok átfogó leírása

A feladatok általam használt pontos leírása megtalálható az alábbi weboldalon a Matematikai geodéziai számítások moduljaiban. Ezek a feladatok a NYME-GEO Vetülettan, Kiegyenlítő számítások, Felsőgeodézia tantárgyaiban szerepelnek és kiinduló adatoknak többnyire az itt fellelhető adatokat használom fel.⁶ Valamint egy felsőgeodéziához kapcsolódó Geodézia I. feladat is bemutatásra kerül.

5.1.1. Ellipszoidi számítások, ellipszoid, geoid és terep metszete

Kiinduló adatok segítségével (melyeket részben a HungaPro v5.12 és a Google Earth programokkal számíthatunk, szerezhethetünk meg) harántgörbületi sugarakat, normálisokat, metszésvonalpontok, térbeli koordináták értékeit számítjuk. Végül a kapott adatokat ábrázoljuk.

5.1.2. Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben

A feladat számítási része, hogy egy adott pontból kiinduló adott azimuttal rendelkező gömbi geodéziai vonalat meghatározzunk. Ezt legjegyszerűbben úgy oldhatjuk meg, hogy a vonal kitüntetett pontjainak földrajzi koordinátáit számítjuk ki. A számított pontokat ábrázolni is kell egy axonometrikus gömbi ábrán és a síkon is (megfelelő vetületben). Az ehhez szükséges számítások elvégzése is a feladat része („térbeli” és síkkoordináták).

5.1.3. Kettős vetítés és EOVSzelvény szám keresése koordinátákból

IUGG/1967 ellipszoidi koordinátákból kell Gauss-gömbi földrajzi koordinátákat, majd ebből EOVSíkkoordinátákat számítani. A lineármódulus és meridián konvergencia értékére is szükség van. Végül a megfelelő EOVSzelvény számot is meg kell adni.

5.1.4. Vetületi átszámítások

EOVSzelvény sarokpontjának koordinátáinak átszámítása más vetületi rendszerben (a megfelelő paraméterek ismeretében). Továbbá sarokpontokban meridiánkonvergencia, lineármódulus számítása. 7 paraméteres transzformáció paramétereinek meghatározása, majd EOVS-ben adott koordinátájú pont transzformációja WGS84 rendszerbe.

⁶ <http://egeo.geo.info.hu/mod/folder/view.php?id=25>

5.1.5. Hibaterjedési feladatok

Adott egy távolság, amit 3 módszerrel megmértünk. A mérések eredményei és a súlyuk, súlyegység középhibájuk. Számítandó a távolság, a középhibája, és a súlya.

Adott a ferde távolság, a magassági szög, műszermagasság, jelmagasság, A pont abszolút magassága egy trigonometriai feladatban. Határozzuk meg B pont magasságát, középhibáját, súlyát.

Adott két pont távolsága, és ennek középhibája, továbbá a két pont közti irányszög, és középhibája. Keressük a koordinátakülönbségeket, és középhibáikat mátrixos formában.

5.1.6. Lineáris regresszió számítás elektronikus távmérőkre

Egy elektromos távmérővel különböző nagyságú távolságokat mértünk, amiknek a valós távolsága ismert. Ezek a távolságok az adottak a feladat során, továbbá a mért és valós távolságok különbségeinek abszolút értéke. Meg kell határoznunk a korrelációs együtthatót és fel kell írunk a regressziós egyenes egyenletét. Végül vonjuk le a megfelelő következtetéseket.

5.1.7. Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása

Adott állásponton tájékozó irányokra és egy külső irányra való mérés. Számítani kell a tájékozási szögeket, a szögek súlyát, a középtájékozási szöget, ennek súlyát, középhibáját, a javításokat, súlyegység utólagos középhibáját, a külső irány tájékozott irányértékét, végül a tájékozási szögek utólagos középhibái.

A feladat második részében egy szintezési poligont kell kiegyenlíteni. Adottak a poligonban a vonalak hossza, valamint az oda-vissza mért magasságkülönbségek, és egy poligonban lévő magassági alappont tengerszint feletti magassága. Ebben a feladatban számítani kell a mérési javításokat a mérési javításokat, a súlyegység középhibáját

5.1.8. Szintezési hálózat kiegyenlítése

Adott szintezési hálózatban néhány pont magassága, és a hálózatban a magasságkülönbségek. Számítandóak a súlyok, a súlyegység középhibája, az ismeretlen magasságok, és középhibáik, javítások. A feladatot mátrixok segítségével kell megoldani.

5.1.9. Szabad álláspont kiegyenlítése

Adottak egy mikrohálózatban két pont vetületi koordinátái. Egy harmadik ponton felállva mértünk az adott pontokra menő irányokat és távolságokat, és ismerjük ezen értékek középhibáit. Meg kell határozni a harmadik pont koordinátáit, a tájékozási szöget, a javításokat, középhibákat.

5.1.10. Hibaellipszis, talpponti görbe és közepes ponthiba

Az előző feladatban meghatározott megbízhatósági mérőszámokat felhasználva számítani kell a hibaellipszis paramétereit, a talpponti görbe egyenletét és a közepes ponthibát.

5.1.11. Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel

Adottak egy rácsháló elhelyezkedésben meridián- és harántirányú, függővonal elhajlások. Keressük a sarokpontokban a geoidunduláció értékeket, majd meg kell szerkeszteni a geoidképet.

5.1.12. A föld nehézségi erőtere és ennek modellezése⁷

Ki kell számolni a nehézségi vektor komponenseit, ha adott egy földközeli P pont, a Nap és a Hold geocentrikus koordinátái méterben egy adott időpontban (9 tizedes élességgel).

$$\begin{array}{lll} X_P = \begin{array}{l} 4112803 \\ 1516150 \\ 4664570 \end{array} & X_{Nap} = \begin{array}{l} 1,329173485 * 10^{11} \\ 4,576711338 * 10^{10} \\ 5,116552940 * 10^{10} \end{array} & X_{Hold} = \begin{array}{l} 66496354 \\ -377119564 \\ 33502667 \end{array} \end{array}$$

További adott mennyiségek:

- $G = 6,6720 * 10^{-11} \frac{N*m^2}{kg^2}$
- $M_{Föld} = 5,9742 * 10^{24} kg$
- $M_{Nap} = 1,98892 * 10^{30} kg$
- $M_{Hold} = 7,36 * 10^{22} kg$
- $\omega = 7,272205217 * 10^{-5} \frac{rad}{s}$

⁷ [Geodézia 1 jegyzet 32. oldal 10. feladat](#)

6. A feladatok bemutatása

A feladatok bemutatása a példafeladatok alapján történik. Ezek megoldásai megtalálhatóak a matematikai geodéziai számítások modulokban a Támop weboldalon, valamint a leadandó CD mellékleten is megtalálhatóak.

A táblázatokat, amikkel több feladatot is megoldottam, úgy készítettem el, hogy csak a feladatszámot kelljen megváltoztatni, minden mást hivatkozások, képletek, függvények segítségével oldottam meg. Egységesen a következő formázását alkalmaztam az átírandó cellán: **FELADATSZÁM (x)**

A H nevű mellékletek segítségével lehet nyomon követni a hivatkozásokat, mert ezeken láthatóak a cellanevek baloldalon, és felül. Minden modul a neki megfelelő H+szám névvel van ellátva. Ahol egy modulban több feladat szerepel, ott balról jobbra, majd fentről lefelé vannak a feladatok.

Mivel a konkrét értékek nem minden esetben olvashatóak, ezért készítettem M jelű mellékletet is, hogy a részeredmények és eredmények is láthatóak legyenek.

Az A jelű mellékletek az alapadatokat tartalmazzák, melyek alapján a feladatszám átírásával megtörténik a számítás. Ez néhány esetben akkora adatmennyiség, aminek a formázása nem mindig tökéletes. Ezért is vannak meg minden esetben az alapadatokat Excelben is.

Ahol többször használok egy fajta függvényt, ott mindig a legelső használat esetét illeszttem be. Mindenhol törekedtem arra, hogy bármilyen reális adattal helyesen lefusson a számítás. A jelöléseknél a képletekben próbáltam arra törekedni, hogy egyezzenek az Excel jelölésekkel, de formai eltérések lehetségesek.

A táblázatba foglalt képletek a sorrendiséget is tükrözik, tehát a feladat megoldása közben a lépések egymás utánisága is következik ebből. Sajnos nem mindenhol sikerült a képleteket olyan esztétikus formában közölni, ahogy szerettem volna, de mindenhol követhetőek.

A táblázatok munkafüzetek is egységesek, a modulszám van elől, majd f a feladatot jelöli, a az alapadatokat. Ha egy modulban több feladat van akkor az f utáni számmal jelzem, és egy esetben az ábrák külön munkafüzeten találhatóak.

6.1. 1. modul: Ellipszoidi számítások, ellipszoid, geoid és terep metszete

Kiinduló adataim voltak a WGS84 és az IUGG/1967 ellipszoid a – fél nagytengelye, b – fél kistengelye, továbbá egy terepi pont WGS84 koordinátái (ϕ, λ) . Dr. Bácsatyai László saját készítésű programja segítségével (HungaPro v5.12) transzformáltam a koordinátákat EOVS és IUGG/1967 rendszerbe, számítottam geoidundulációs értékeket (U), végül a Google Earth program adatai alapján a pontoknak a magasságát (H) m élességgel kigyűjtöttem. Ezen pontok földrajzi hosszúságait felhasználva, szélességnek pedig megadva 46-48° közötti intervallumot (20 szögpercenként) kaptam még 7 pontot. Ezeknek is számítottam az EOVS koordinátáit, geoidundulációit, és leolvastam a magasságokat.

0-tól 20-ig számoztam a feladatokat, ugyanígy a főpontokat is a feladaton belül, a részpontokat pedig a feladatszám * 100 + 1-től 7-ig képlettel generáltam. Kivétel a 0-s feladat ahol 50 + 1-től 7-ig képletet alkalmaztam.

$$=(HA(A\$174=0;50+W175;A\$174*100+W175))$$

Alapadatok: A01/1-2 melléklet.

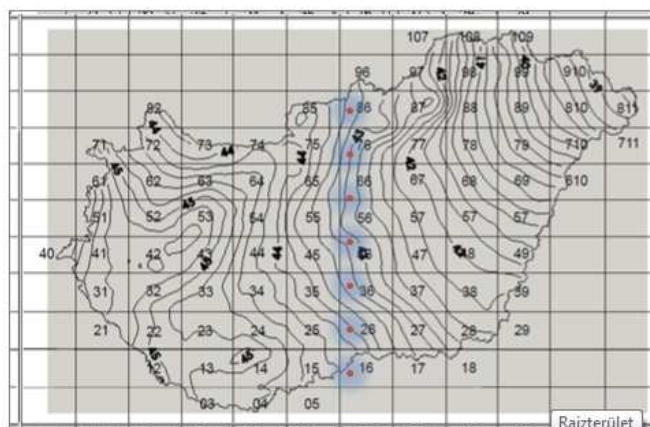
Első lépésként meg kell adni a kívánt feladat számát. Majd az FKERES függvényt használom az alapadatok és feladatszámok párosítására. Ez az alapadatok munkafüzeten történik az A01/2-es melléklet alján látható módon.

Majd hivatkozások segítségével behívom a szükséges alapadatokat a fő számítási munkafüzetre (M01melléklet).

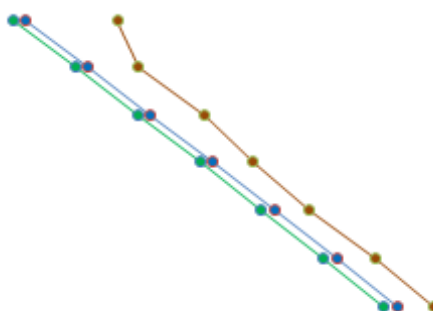
Itt látható a fő pontszám, a részpontszámok, a koordináták, magasságok, geoidundulációk, ellipszoid féltengelyeinek adatai, a térkép, ahonnan ellenőrzésképpen le lehet olvasni a geoidundulációkat a részpontokra vonatkozóan, és itt vannak az ellipszoidi magasságok (h) is számítva. Az $U_{térkép}$ mezőket értelemszerűen kitöltve a jobbra lévő oszlopban kiírja a különbségeket.

Szükségem volt egy segéd táblázatra is, melyben a WGS84 rendszerben adtam meg az országot lefedő háló 4 sarokpontját. A térkép nem pontos, mert a csavarodást nem tudtam korrigálni, de segít a vizuális elhelyezésben.

Az ábrázoláshoz a normálisok számításában szereplő U , H értékeket 200-al megszoroztam a jobb átláthatóság érdekében. Majd ezekkel az értékkel számítottam metszet koordinátákat geoidra, és terepre.



12. ábra Áttekintés



13. ábra Metszet ábra

Az adatok ábrázolását beépített diagrammal oldottam meg. A barna a terep metszete, a kék a geoid, a zöld az ellipszoid.

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Első numerikus excentricitás	$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$	= (I22^2 - J22^2) / I22^2
Ellipszoidi magasság	$h = U + H$	= L10 + K10
Harántgörbületi sugár	$N = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}}$	= \$I\$22 / ((1 - \$J\$27 * (SIN(RADIÁN(I10)))^2)^0.5)
Normálisok hossza	$N_{geoid} = N + U$	= R10 + L10
	$N_{terep} = N + h$	= R10 + O10
Valós ellipszoid metszet koordináták	$x_{ell.} = N * \cos \varphi$	= \$R10 * COS(RADIÁN(\$I10))
	$Z_{ell.} = \frac{b^2}{a^2} * N * \sin \varphi$	= (((\$J\$22^2) / (\$I\$22^2)) * \$R10 * SIN(RADIÁN(\$I10)))
Valós geoid metszet koordináták	$x_{geoid} = (N + U) * \cos \varphi$	= \$S10 * COS(RADIÁN(\$I10))
	$Z_{geoid} = \left(\frac{b^2}{a^2} * N + U \right) * \sin \varphi$	= ((((\$J\$22^2) / (\$I\$22^2)) * \$R10 + \$L10) * SIN(RADIÁN(\$I10)))
Valós terep metszet koordináták	$x_{terep} = (N + h) * \cos \varphi$	= \$T10 * COS(RADIÁN(\$I10))
	$Z_{terep} = \left(\frac{b^2}{a^2} * N + h \right) * \sin \varphi$	= ((((\$J\$22^2) / (\$I\$22^2)) * \$R10 + \$O10) * SIN(RADIÁN(\$I10)))
Térbeli ellipszoidi koordináták	$X_{ell.} = N * \cos \varphi * \cos \lambda$	= R10 * COS(RADIÁN(I10)) * COS(RADIÁN(\$J\$9))
	$Y_{ell.} = N * \cos \varphi * \sin \lambda$	= R10 * COS(RADIÁN(I10)) * SIN(RADIÁN(\$J\$9))
	$Z_{ell.} = \frac{b^2}{a^2} * N * \sin \varphi$	= ((((\$J\$22^2) / (\$I\$22^2)) * R10) * SIN(RADIÁN(I10)))

Térbeli geoid koordináták	$X_{geoid} = (N + U) * \cos \varphi * \cos \lambda$	=S10*COS(RADIÁN(I10))*COS(RADIÁN(\$J\$9))
	$Y_{geoid} = (N + U) * \cos \varphi * \sin \lambda$	=S10*COS(RADIÁN(I10))*SIN(RADIÁN(\$J\$9))
	$Z_{geoid} = \left(\frac{b^2}{a^2} * N + U \right) * \sin \varphi$	=(((J\$22^2)/(I\$22^2))*R10+L10)*SIN(RADIÁN(I10))
Térbeli terepi koordináták	$X_{terep} = (N + h) * \cos \varphi * \cos \lambda$	=T10*COS(RADIÁN(I10))*COS(RADIÁN(\$J\$9))
	$Y_{terep} = (N + h) * \cos \varphi * \sin \lambda$	=T10*COS(RADIÁN(I10))*SIN(RADIÁN(\$J\$9))
	$Z_{terep} = \left(\frac{b^2}{a^2} * N + h \right) * \sin \varphi$	=(((J\$22^2)/(I\$22^2))*R10+O10)*SIN(RADIÁN(I10))
Gauss-gömb sugara	$R = \sqrt{M * N}$	=GYÖK(I32*I33)
Meridián irányú görbületi sugár	$M = \frac{a * (1 - e^2)}{(1 - e^2 * \sin^2 \varphi)^{3/2}}$	=(I23*(1-I34))/((1-I34*(SIN(RADIÁN(I5)))^2)^(3/2))
Normális irányú görbületi sugár	$N = \frac{a}{(1 - e^2 * \sin^2 \varphi)^{1/2}}$	=I23/((1-I34*(SIN(RADIÁN(I5)))^2)^(1/2))
IUGG/1967 ellipszoid Gauss-gömbjének sugara	$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}$	=((I23^2)-(J23^2))/I23^2

6.2. 2. modul Geodéziai vonal és ábrázolása gömbön és vetületben

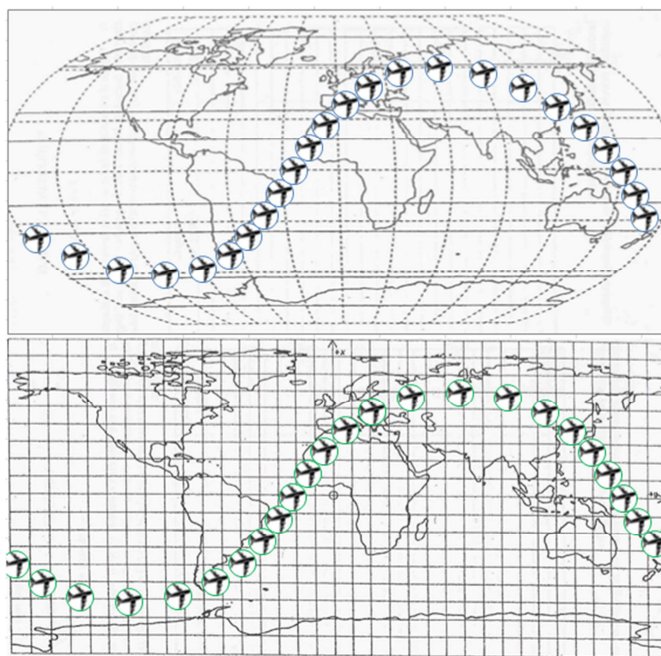
Elkészítettem az alapadatok munkafüzetet, ahol 20+1 példa található (A02 melléklet). Első lépésként meg kell adni a feladat sorszámát, ami alapján FKERES függvénnyel, és hivatkozással megkapjuk a kiinduló azimut (α) értékét. Adottak továbbá a Liszt Ferenc reptér (Ferihegy), gömbi koordinátái.

Adott a gömbi íveknek megfelelő középponti szög, ami 15° ($\Delta\theta$), konkrét értékei: 1-nél 15° , 2-nél 30° , ... 24-nél 360° . Végül adottak az ábrák méretei, melyekhez a saját adataimat használtam fel, átírhatóak saját méretekre is melyeket nyomtatás után mérünk le az ábrákról (R_x, R_y, R_z, E, M). Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Gömbi pólustáv. az első pontban	$\phi_1 = 90^\circ - \varphi_1$	=90-G4
Gömbi pólustáv.	$\cos \phi_n = \cos \phi_{n-1} * \cos \Theta_{n-1} + \sin \phi_{n-1} * \sin \Theta_{n-1} * \cos \alpha$	=FOK(ARCCOS(COS(RADIÁN(F\$9))*COS(RADIÁN(E10))+SIN(RADIÁN(F\$9))*SIN(RADIÁN(E10))*COS(RADIÁN(G\$6))))
Földrajzi szélesség	$\varphi_n = 90^\circ - \phi_n$	=90-F9
Azimut szinusza az első pontban	$\sin \alpha$	=SIN(RADIÁN(G6))
Azimutok szinuszainak számítása	$\sin \alpha_{n,n+1} = \sin \alpha_{n-1,n} * \frac{\sin \phi_{n-1}}{\sin \phi_n}$	=N10*(SIN(RADIÁN(M9))/SIN(RADIÁN(M10)))
Földrajzi hosszúság különbségek	$\Delta\lambda_{n,n+1} = \sin^{-1} \left(\sin \alpha_{n,n+1} * \frac{\sin \Delta\theta}{\sin \phi_{n+1}} \right)$	=FOK(ARCSIN(((SIN(RADIÁN(O\$8)))/(SIN(RADIÁN(M10))))*N10))
Földrajzi hosszúság	$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \Delta\lambda_{n,n+1}$	=HA((((HA((P9+O10)>180;(P9+O10)-360;(P9+O10))))<-180;((HA((P9+O10)>180;(P9+O10)-360;(P9+O10))))+360;((HA((P9+O10)>180;(P9+O10)-360;(P9+O10))))))

Gömb axonomet- rikus rajzi koordinátái	$X = R_x * \cos \varphi * \cos \lambda$	=U\$6*COS(RADIÁN(G9))*C OS(RADIÁN(P9))
	$Y = R_y * \cos \varphi * \sin \lambda$	=V\$6*COS(RADIÁN(G9))*SI N(RADIÁN(P9))
	$Z = R_z * \sin \varphi$	=W\$6*SIN(RADIÁN(G9))
Képzetes vetületi koordináták számítása síkbán	$y = \frac{\sqrt{3} * \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3} * \varphi_{rad}}{\pi} \right) \right) * R_y * \lambda}{2}$	=(GYÖK(3)*COS(ARCSIN((G YÖK(3)*RADIÁN(G9))/PI())) *Z\$6*RADIÁN(P9))/2
	$x = R_x * \varphi$	=Z\$7*RADIÁN(G9)
Valódi vetületi koordináták számítása síkbán	$y = R_y * \lambda$	=AB\$6*RADIÁN(P9)
	$x = R_x * \varphi$	=AB\$7*RADIÁN(G9)
Képzetes	$R_y = \frac{E}{\sqrt{3} * \pi}$	=Z4/(GYÖK(3)*PI())
	$R_x = \frac{M}{\pi}$	=Z5/PI()
Valódi	$R_y = \frac{E}{2 * \pi}$	=AB4/(2*PI())
	$R_x = \frac{M}{\pi}$	=AB5/PI()

A számított értékek megtalálhatóak a M02 mellékletekben.



14. ábra Repülőgép útvonal

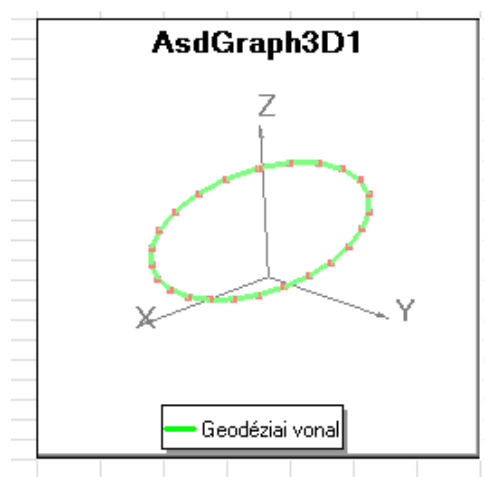
Két dologra szeretnék kitérni még. Az egyik, hogy úgy építettem fel a megoldást, hogy bármilyen azimuttal számoljon a táblázat, de sajnos matematikai korlátai vannak a 352-360, 0-8, és a 172-188 fok közötti intervallumban. Más értékekkel az ábra, és a 25-ös pont koordinátáinak egyezése szerint kijön a helyes eredmény. A másik dolog, hogy a földrajzi hosszúságnál egy többszörös HA függvény beépítésére került sor. Ennek oka, hogy ha a végösszeg nagyobb, mint 180°, le kell vonni 360°-ot, ha kisebb, akkor marad. Ha ez az érték viszont kisebb, mint -180°, hozzá kell adni 360°-at, ellenkező esetben marad. Csak ennek segítségével, lehet elérni egy képletben, hogy bármely szögnegyed felé is indul el a repülő azonos azimuttal, visszaérjen a kiindulási pontra (kivétel az előbb említett esetek).

Mindezek ellenére a számítás helyesen lefut 0-180-360 fok megadása esetén is

$$=HA(((HA(x>180;x-360;x))<-180;((HA(x>180;x-360;x))+360;((HA(x>180;x-360;x))))$$

Jelen esetben is a beépített diagramokat használtam a 2D-s megjelenítéshez.

A 3D-s megjelenítéshez egy külön Bővítmény ajánlok, aminek a próbaverziója ingyenesen letölthető a gyártó oldaláról. Ennek segítségével sikerült az ábrázolást is valós időben megoldani. A modul neve Excel Grapher⁸. Sajnos időkorlátja miatt csak ezt az egy esetet, a példafeladat adataival elkészült ábrát tudom bemutatni. (a CD mellékleten sem található meg)



15. ábra 3D ábrázolás

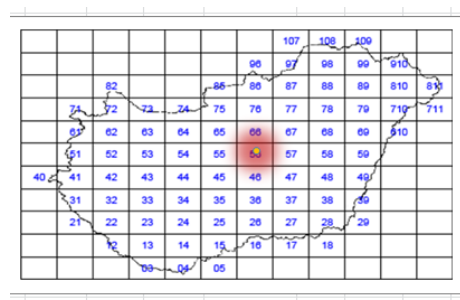
⁸ Gyártó honlapja: <http://www.threedify.com/en/home>

6.3. 3. modul Kettős vetítés és EOVSzelvényszám keresése koordinátákból

Először elkészítettem az alapadatok munkafüzetet, 20+1 feladat változó kiindulási adatait használva fel. Adottak az IUGG/1967 ellipszoidi szélesség (ϕ), valamint ellipszoidi hosszúság (λ). Ezekre FKERES függvény segítségével hivatkozhatunk a feladat sorszámának megadásával (alapadatok: A03, feladat: M03).

Mivel a feladat megoldásához sok adott és nem változó mennyiséggel kell számolni, így első lépésként ezeket táblázatba foglaltam. Használt jelölések:

- a – ellipszoidi fél nagytengely
- b – ellipszoidi fél kistengely
- e – első numerikus excentricitás (fél nagytengelyre vonatkoztatva)
- k – Gauss féle gömbi vetületi állandó
- n – Gauss féle gömbi vetületi állandó
- R – Gauss féle gömbi vetületi állandó
- m_0 – vetületi méretarány tényező
- ϕ_K – EOVSzelvénypontjának ellipszoidi földrajzi szélessége
- λ_K – EOVSzelvénypontjának ellipszoidi földrajzi hosszúsága
- λ_K^g – EOVSzelvénypontjának gömbi földrajzi hosszúsága
- ϕ_K^g – EOVSzelvénypontjának gömbi földrajzi szélessége



16. ábra Áttekintés

Készítettem egy áttekintő ábrát is a közelítő ponthely megjelenítése érdekében a beépített diagramvarázslóval. A számításhoz felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Gauss gömbi földrajzi hosszú- ság	$\lambda^g = n * (\lambda - \lambda_K)$	=C8*(J18-F13)
Gauss gömbi földrajzi szélesség	$\varphi^g = 2 * \left[\tan^{-1} \left\{ k * \tan^n \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) * \left(\frac{1 - e * \sin \varphi}{1 + e * \sin \varphi} \right)^{n * \frac{e}{2}} \right\} - \frac{\pi}{4} \right]$	=FOK((2*(ARCTAN(C7*(HATVÁNY((TAN(RADIÁN(J19)/2+PI()/4));C8))*HATVÁNY((1-C6*SIN(RADIÁN(J19)))/(1+C6*SIN(RADIÁN(J19)))));C8*C6/2))-PI()/4)))
Segéd Gauss gömbi földrajzi szélesség	$\varphi^{g'} = \sin^{-1}(\sin \varphi^g * \cos \varphi_K^g - \cos \varphi^g * \cos \lambda^g * \sin \varphi_K^g)$	=FOK(ARCSIN(SIN(RADIÁN(J21))*COS(RADIÁN(F15))-COS(RADIÁN(J21))*COS(RADIÁN(J20))*SIN(RADIÁN(F15))))
Segéd Gauss gömbi földrajzi hosszú- ság	$\lambda^{g'} = \sin^{-1} \left(\frac{\cos \varphi^g * \sin \lambda^g}{\cos \varphi^{g'}} \right)$	=FOK(ARCSIN((COS(RADIÁN(J21))*SIN(RADIÁN(J20)))/(COS(RADIÁN(J22))))))
Eredeti EOV koordináták	$y = m_0 * R * \lambda^{g'}$	=C10*C9*RADIÁN(J23)
	$x = m_0 * R * \ln \left(\tan \left(\frac{\varphi^{g'}}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right)$	=C10*C9*LN(TAN(RADIÁN(J22/2)+PI()/4))
	$x = m_0 * \frac{R}{2} * \ln \left(\frac{1 + \sin \varphi^{g'}}{1 - \sin \varphi^{g'}} \right)$	=C10*C9/2*LN((1+SIN(RADIÁN(J22)))/(1-SIN(RADIÁN(J22))))
Eredeti EOV koordináták	$Y = y + 650000$	=G24+650000
	$X = x + 200000$	=G25+200000
Lineár- modulus	$l = \frac{m_0}{\cos \varphi^{g'}}$	=C10/COS(RADIÁN(J22))
Meridián konver- gencia	$\mu = \tan^{-1} \left[\frac{\sin \varphi_K^g * \sin \lambda^g}{\cos \varphi_K^g * \cos \varphi^g + \sin \varphi_K^g * \sin \varphi^g * \cos \lambda^g} \right]$	=FOK(ARCTAN((SIN(RADIÁN(F15))*SIN(RADIÁN(J20)))/(COS(RADIÁN(F15))*COS(RADIÁN(J21))+SIN(RADIÁN(F15))*SIN(RADIÁN(J21))*COS(RADIÁN(J20))))))

A feladat kitér arra is, hogy keressük meg az 1:1000 méretarányú szelvényszámot, ahol a pont található. Ezt nem grafikus úton, hanem számítással oldottam meg. Megadtam az EOVS rendszer maximális, minimális Y, X értékét és számítottam ezek különbségét. Hivatkoztam a pont EOVS koordinátáira. Tudván, hogy 12 sor és 11 oszlop van az EOVS 1:100000-as méretarányában, megvizsgáltam hányadikba esik a pont helye. Így könnyedén megkaptam az első két szelvényszámot. Ezután már csak a maradékkal foglalkoztam (kivontam a koordinátából az 1:100000-es szelvények oldalhosszainak és sorainak vagy oszlopainak szorzatát). Ezeket a maradékokat kellett vizsgálni, hogy y,x irányban a felezőértéknél kisebbek, vagy nagyobbak. Ez megmutatta, hogy adott méretarányú téglalapon belül bal-jobb, fel-le helyzetben hol van. Ezekhez 1-2 számot rendeltem, majd a HA függvény segítségével 1-4-ig terjedő számkóddal láttam el a szelvénykiosztás szabályainak megfelelően. Természetesen minden méretarányban el kellett végezni mindezt, ahogy csökkentek a téglalapok, és ezt is HA függvénnyel oldottam meg.

Felhasznált képletek

=KEREK.LE(R20/O23;0)	ezzel kapom meg hányadik sorban van a pont	1:100000 x koordinátára vonatkozóan
=KEREK.LE(Q20/M23;0)	ezzel kapom meg hányadik oszlopban van a pont	1:100000 y koordinátára vonatkozóan
=Q20-(U21*M23)	ezzel a maradékot kapom meg	1:100000 m.a.-ban a befoglaló négyszögben helyi y koordináta
=R20-(U20*O23)		helyi x koordináta
=HA(Q24>M23/2;2;1)	vizsgálom, hogy a felezőegyenestől balra vagy jobbra van a pont	1, ha balra 2, ha jobbra található
=HA(R24>O23/2;2;1)	vizsgálom, hogy a felezőegyenestől lefelé vagy felfelé van a pont	1, ha lefelé 2, ha felfelé található
=HA(S24=1;HA(T24=1;3;1);HA(T24=1;4;2))	vizsgálom melyik negyedbe esik	bal lenn 3, bal fenn 1, jobb lenn 4, jobb fenn 2
=HA(S24=2;Q24-M24;Q24)	kisebb méretarányban meg kell nézni, hogy a felezőponttól számoljuk a helyi koordinátát, vagy az előző sarokponttól	y irányban
=HA(T24=2;R24-O24;R24)		x irányban
=U20*1000000+U21*1000000+U24*100000+U25*10000+U26*1000+U27*100+U28*10+U29	egyszerű megoldás arra, hogy kiírássam a szelvényszámot egy cellában	

6.4. 4. modul Vetületi átszámítások

Sajnos ebben a modulban lévő feladat nem a kézi számítást helyezi előtérbe, hanem a HungaPro programmal történő számítás a lényeg. Ennél a feladatnál a többi feladathoz képest a hatalmas adatmennyiség okozta a problémát. 20+1 feladatot kívántam megoldani, de a feladatkiírás szerint nem sikerült megtennem. Megtehettem volna, hogy a transzformációkat megoldom Excelben, lévén a képletek és elméleti háttér a Bácsatyai László: Magyarországi vetületek című könyvéből elérhetőek, de talán ez önmagában elegendő kihívás lett volna a szakdolgozat elkészítéséhez. Mivel jómagam egy átfogóbb képet kívánok adni ezen írásom segítségével, kénytelen voltam bizonyos egyszerűsítéseket eszközölni a feladatban. Gyakorlatilag annyit oldottam meg Excelben, hogy a feladatszám kiírása után az alapadatok munkafüzetből behívja a megfelelő programmal előzőleg számított adatokat. Valamint egy apróbb ábrázolást is beiktattam. Persze a feladat megoldása így is gyümölcsöző volt, mert közben ismertem meg az FKERES függvényben rejlő lehetőségeket, amit utána majdnem mindenhol használtam is. Az alapadatok a A04/1-3 mellékleten láthatóak a konkrét feladat a M04 mellékleten.

A feladat során, alkalmazott függvények:

A szelvények alapján a következő képletekkel számoltam a sarokpontok koordinátáit:

- Felbontottam a szelvényszámot x, y tagra: $= (D4 - F4) / 10$; $= D4 - \text{KEREK.LE}(D4; -1)$
- $x_{min} = 32000 + 32000 * E4$
- $x_{max} = 32000 + 32000 * (E4 + 1)$
- $y_{min} = 384000 + 48000 * F4$
- $y_{max} = 384000 + 48000 * (F4 + 1)$

Amikor a sarokpontokhoz legközelebbi közös pontokat kerestem, úgy oldottam meg, hogy minden sarokpont és a közös pont között távolságot számoltam, majd ennek a 4 távolságnak átlagai közül kikerestem az 5 legkisebbet.

- *távolság1*: =GYÖK((Munka1!\$C\$9-M4)^2+(Munka1!\$D\$9-N4)^2)
- *távolság2*: =GYÖK((Munka1!\$C\$10-M4)^2+(Munka1!\$D\$10-N4)^2)
- *távolság3*: =GYÖK((Munka1!\$C\$11-M4)^2+(Munka1!\$D\$11-N4)^2)
- *távolság4*: =GYÖK((Munka1!\$C\$12-M4)^2+(Munka1!\$D\$12-N4)^2)
- *átlagos táv*: =ÁTLAG(O4:R4)
- *5 legkisebb* (F8=1;2;3;4;5): =KICSI(alapadatok!\$S\$4:\$S\$27;F8)

A tetszőleges pontok képzése:

- $Y1: =(C10-C9)/4+C9$
- $Y2: =(C10-C9)/4+C16$
- $Y3: =(C10-C9)/4+C17$
- $X1: =(D11-D10)/4+D10$
- $X2: =(D11-D10)/4+D16$
- $X3: =(D11-D10)/4+D17$
- $H1: =\text{ÁTLAG}(C9:D12)/10000*0.7+100$
- $H2: =\text{ÁTLAG}(C9:D12)/10000*0.9+100$
- $H3: =\text{ÁTLAG}(C9:D12)/10000*1.1+100$

Végül ábrázoltam az országos szelvényhálózat alapján, melyik a keresett 4 sarokpont, valamint a 24 közös pontot. Ehhez alapadatnak a 4 sarokpont koordinátáját, valamint a közös pontok koordinátáit használtam fel.



17. ábra Szelvényhálózat

6.5. 5. modul Hibaterjedési feladatok

A modul részét három hibaterjedéssel kapcsolatos feladat megoldása képezi. Ezen feladatokhoz nincsenek előre meghatározott számadatok, így a felhasználóra bízom, hogy megfelelő értékeket megadva felhasználja a táblázatokat.

6.5.1. Első feladat

Az első táblázatban megadhatjuk a kiinduló adatokat. A különböző távolságmérési módszerekkel mért távolságokat ($d_{1,2,3}$), a távolságok súlyát ($p_{1,2,3}$), valamint a súlyegység középhibáját (μ_0). (M05 melléklet)

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Távolság	$d = d_1 + d_2 + d_3$	=F4+F6+F8
Mérési eredmények középhibái	$\mu_n = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_n}}$	=F\$10/GYÖK(F5)
Távolság középhibája	$\mu_d = \sqrt{\mu_1^2 + \mu_2^2 + \mu_3^2}$	=GYÖK(M4^2+M5^2+M6^2)
Távolság súlya	$p_d = \frac{\mu_0^2}{\mu_d^2}$	=F10^2/M7^2

A feladat megoldása közben először alkalmaztam azt a megoldást, hogy a végeredményt szöveges formátumban írtam ki, de a képletek, és hivatkozások segítségével.

="d = "&M3&" m ± "&KEREKÍTÉS(M7;2)&" cm"

A képlet felépítése ugyanolyan, mint a többi képleté. Ez is = jellel kezdődik, majd utána azt az egyszerű szabályt kell követni, hogy a szöveges részek "xy" között foglalnak helyet, a képletek, hivatkozások viszont &xy& közt. A két elválasztó karakter közt nincsen szóköz.

6.5.2. Második feladat

A táblázat felső részében az alapadatok találhatóak. Ezek egy trigonometriai magasságmérési feladat alapvető adatai. Álláspont (A) magassága (H_A), műszermagasság (h), prizma magasság (l), ferde távolság (d_f), magassági szög (α), mindezen értékek középhibái ($\mu_{H_A, h, l, d_f, \alpha}$). (M05 melléklet)

Felhasznált képletek:

Számítás elem	Képlet	Excel képlet, függvény
B tengerszint feletti magassága	$H_B = H_A + d_f * \sin \alpha + h - l$	=C3+C9*SIN(RADIÁN(F12))+C5-C7
B tengerszint feletti magasság középhibája	$\mu_{H_B} = \sqrt{\mu_{H_A}^2 + (\sin \alpha)^2 * \mu_{d_f}^2 + (d_f * \cos \alpha)^2 * \frac{\mu_{\alpha}^2}{\rho''^2} + \mu_h^2 + \mu_l^2}$	=GYÖK(1*C4^2+SIN(RADIÁN(F12))^2*C10^2+(C9*100*COS(RADIÁN(F12)))^2*(C13^2/206264^2)+1*C6^2+1*C8^2)
B tengerszint feletti magasság súlya	$p_{H_B} = \frac{1}{\mu_{H_B}^2}$	=1/C16^2

A végeredményt az előzőekben tárgyalt módon írtam ki: ="HB = "&KEREKÍTÉS(C15;4)&"
m ± "&KEREKÍTÉS(C16/100;4)&" m"

6.5.3. Harmadik feladat

Alapadatok az első táblázatban helyezkednek el. Egy távolság (d_{AC}), egy irányszög (δ_{AC}) és mindkét érték középhibája ($\mu_{d_{AC}, \delta_{AC}}$). (M05melléklet)

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény	
Koordinátakülönbségek	$\Delta y = d_{AC} * \sin \delta_{AC}$	=C3*SIN(RADIÁN(F6))	
	$\Delta x = d_{AC} * \cos \delta_{AC}$	=C3*COS(RADIÁN(F6))	
Koordinátakülönbségek középhibáinak négyzete	$\mu_{\Delta y}^2 = (\sin \delta_{AC})^2 * \mu_d^2 + (d_{AC} * \cos \delta_{AC})^2 * \frac{\mu_{\delta}^2}{p''^2}$	$=(\text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{F6})))^2 * \text{C4}^2 + ((\text{C3} * \text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{F6}))) * 1000)^2 * (\text{C7}^2 / 206264^2)$	
	$\mu_{\Delta x}^2 = (\cos \delta_{AC})^2 * \mu_d^2 + (-d_{AC} * \sin \delta_{AC})^2 * \frac{\mu_{\delta}^2}{p''^2}$	$=(\text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{F6})))^2 * \text{C4}^2 + ((-\text{C3} * \text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{F6}))) * 1000)^2 * (\text{C7}^2 / 206264^2)$	
Koordinátakülönbségek középhibái	$\mu_{\Delta y} = \sqrt{\mu_{\Delta y}^2}$	=GYÖK(C11)	
	$\mu_{\Delta x} = \sqrt{\mu_{\Delta x}^2}$	=GYÖK(C12)	
A mátrix	$A = \begin{matrix} \sin \delta_{AC} & d_{AC} * \cos \delta_{AC} \\ \cos \delta_{AC} & -d_{AC} * \sin \delta_{AC} \end{matrix}$	=COS(RADIÁN(F6))	=C3*1000*COS(RADIÁN(F6))
		=SIN(RADIÁN(F6))	=-C3*1000*SIN(RADIÁN(F6))
A transzponált mátrix	$A^T = \begin{matrix} \sin \delta_{AC} & \cos \delta_{AC} \\ d_{AC} * \cos \delta_{AC} & -d_{AC} * \sin \delta_{AC} \end{matrix}$	=TRANSZPONÁLÁS(J4:K5)	
K _x mátrix	$K_x = \begin{matrix} \mu_d^2 & 0 \\ 0 & \frac{\mu_{\delta}^2}{p''^2} \end{matrix}$	=C4^2 =0	=0 =C7^2/206264^2
Koordinátakülönbségek kovariancia mátrixa	$K_{u_{2,2}} = A_{2,2} * K_{x_{2,2}} * A_{2,2}^T$	=MSZORZAT(MSZORZAT(J4:K5;J10:K11);J7:K8)	
Koordinátakülönbségek középhibái	A kovariancia mátrix főátlóinak négyzetgyöke ($\sqrt{1,1} = \mu_{\Delta y}$, $\sqrt{2,2} = \mu_{\Delta x}$)		

6.6. 6. modul Lineáris regresszió számítás elektronikus távmérőkre

Első lépésként megadtam a kiinduló adatokat. Ehhez a feladathoz csak 12 darab állt rendelkezésemre, így a megadandó feladatszám is 0-12 között mozog. Két féle alapadatunk van. Egyik a mérési eredmény (z_i) amit FKERES segítségével párosítok a sorszámmal. A másik a távolság (d_i), ami 12 esetben ugyanaz, de a példafeladatnál más, ezért egy egyszerű HA függvénnyel választom ki.

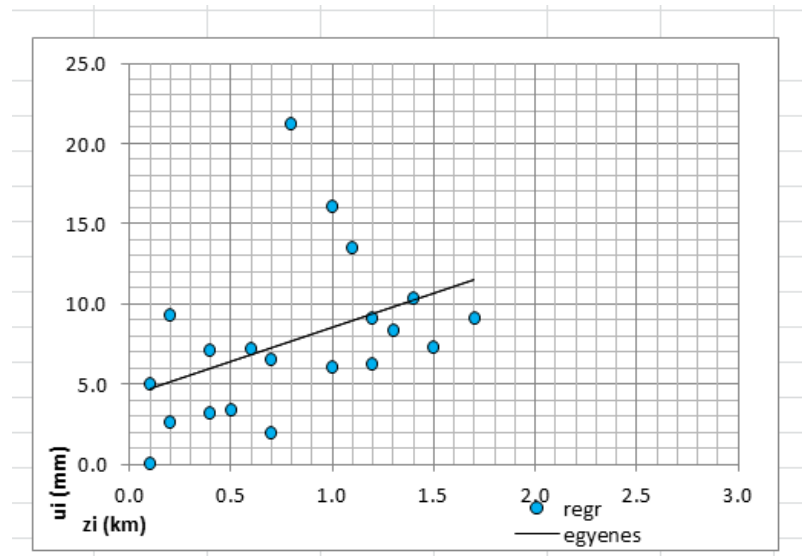
=HA(I\$2=0;alapadatok!D6;alapadatok!C6)- 0-s feladatszám esetén más oszlopot veszünk.

A feladatmegoldás során felhasznált képletek.

u átlag	$\bar{u} = \frac{\sum u_i}{n}$	=SZUM(C5:C24)/B24
mérési eredmény és átlag különbsége	$v_u = u_i - \bar{u}$	=C5-C\$25
z átlag	$\bar{z} = \frac{\sum z_i}{n}$	=SZUM(D5:D24)/B24
mérési eredmény és átlag különbsége	$v_z = z_i - \bar{z}$	=D5-D\$25
Szorzás, négyzetre emelés, összegzés	$v_u^2; v_z^2; v_u * v_z$	=E5^2 ; =F5^2 ; =E5*F5
	$\sum_{i=1}^{20} v_{ui}; v_{zi}; v_u^2; v_z^2; v_u * v_z$	=SZUM(G5:G24) =SZUM(H5:H24) =SZUM(I5:I24)
Előzetes középhiba	$\mu_z = \mu_{ \Delta } = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2}{n - 1}}$	=GYÖK(H25/(B24-1))
	$\mu_u = \mu_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}{n - 1}}$	=GYÖK(G25/(B24-1))
Korrelációs együttható becsült értéke	$r_{uz} = \frac{\sum_{i=1}^n v_{ui} * v_{zi}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n v_{ui}^2 * \sum_{i=1}^n v_{zi}^2}}$	=I25/GYÖK(G25*H25)
A regressziós egyenes egyenlete	$ \Delta = \bar{\Delta} + r_{uz} * \frac{\mu_{ \Delta }}{\mu_d} * (d - \bar{d})$	=D25+L20*M18/M19*(L24-C25)

A kiinduló adatok A06 mellékletben, a számított értékek M06 mellékletben

Az ábrázolás diagram varázslóval történt, a regressziós egyenest 2 módszerrel is megadom, a beépített vonal is látszik, valamint számítom a kezdő és végpontját, majd ez alapján ábrázolom. Ezt azért tettem, mert ha valami hibát vétettem a számításban, akkor a kettő közt különbség lehet, de ha jól dolgoztam, akkor fedésben vannak, és csak egy vonal látszik.



18. ábra Regressziós egyenes

6.7. 7. modul Súlyozott számtani közép számítása és záróhibák elosztása

Az 5. modulhoz hasonlóan itt sincsenek megadva szám adatok, de bármilyen geodéziailag, geometriailag helyes értékekkel lefut a számítás.

6.7.1. Első feladat

Kiinduló adataink: pontok koordinátái (y, x), és iránymérések az ismert és ismeretlen pontokra (l). Számított értékek megtekinthetők a M07-es mellékletben.

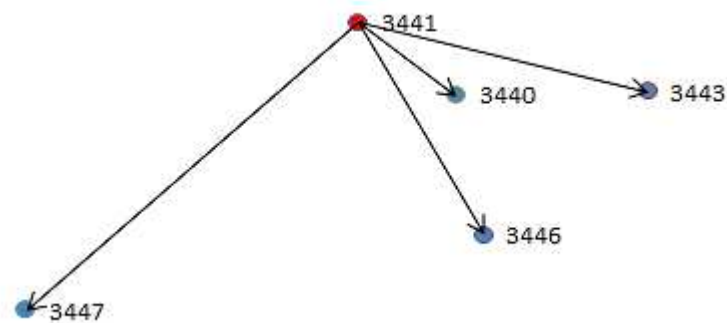
Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Távolság (súly)	$d = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2}$	=GYÖK((C\$5-C6)^2+(D\$5-D6)^2)
Írányszög	$\delta = \tan^{-1} \left \frac{\Delta y}{\Delta x} \right $	
	=HA((C6-C\$5)>0;HA((D6-D\$5)>0;FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((D6-D\$5)))));180-FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((D6-D\$5)))));HA((D6-D\$5)<0;180+FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((D6-D\$5)))));360-FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((D6-D\$5))))))	
Tájékozási szög	$z_i = \delta - l_i$	=HA((S7-J7)<0;(S7-J7)+360;(S7-J7))
Súlyozott középtájékozási szög	$z_k = \frac{\sum(d_i * z_i)}{\sum d_i}$	=(O6*K6+O7*K7+O8*K8+O9*K9)/(K6+K7+K8+K9)
Tájékozott irányérték	$l_i + z_k$	=HA((O11+J5)>360;(O11+J5)-360;(O11+J5))
Javítások	$v_i = z_i * z_k$	=T6-T\$11
	$d_i * v_i$	=U6*W6
	$d_i * v_i^2$	=X6*W6
A súlyegység középhibája	$\mu_0 = \sqrt{\frac{\sum(d_i * v_i^2)}{n-1}}$	=GYÖK(Y11/(4-1))
Tájékozási szögek utólagos középhibái	$\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{d_i}}$	=Z\$3/GYÖK(U6)
A középtájékozási szög középhibája	$\mu_{zk} = \sqrt{\frac{\sum(d_i * v_i^2)}{\sum d_i * (n-1)}}$ $= \frac{\mu_0}{\sqrt{p_{zk}}}$	=Z3/GYÖK(U11)
A középtájékozási szög súlya	$p_{zk} = \sum d_i$	=SZUM(U6:U9)

Az irányszög számítás bonyolultságáról már esett szó, de oda kell figyelni a tájékozási szögnél is, mert nem lehet negatív érték, tovább a tájékozott irányérték sem lehet 360°-nál nagyobb.

A végeredmény kiírása: `=>zk = "&L11&"-&M11&"-&N11&" ± "&KEREKÍTÉS(Z3/GYÖK(U11);2)&" ""` valamint a súlya: `"&KEREKÍTÉS(U11;2)`

Diagramvarázslóval készítettem ezt az ábrát áttekintés céljából.



19. ábra Adott pontok elhelyezkedése

6.7.2. Második feladat

Kiinduló adatok: egy szintezési poligonban előre-hátramérések (u), távolságok (d), egy pont tengerszint feletti magassága (M). A számítás megtekinthető a M07-es mellékletben.

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Távolság (km)	$q_i = d$	
Súly	$p_i = \frac{1}{q_i}$	=1/G7
Oda-vissza mérések közepelt értéke	$u_{ik} = \Delta_{ui}^{ov} / 2$	=HA(D7>0;(ABS(D7)+ABS(E7))/2;(-1)*(ABS(D7)+ABS(E7))/2)
	$\Delta = \sum -u_{ik}$	=1000*H17*-1
Korreláta	$k = \frac{\Delta}{\sum q_i}$	=H18/C17
Javítás	$v_i = q_i * k$	=G7*H\$20
Kiegyenlített magasság különbség	$\Delta_m = u_{ik} + v_i$	=H8+H7/1000
Tengerszint feletti magasság	$M_{n+1} = M_n + \Delta_m$	=F5+I7
Súlyegység középhibája	$\mu_0 = \sqrt{\frac{\Delta^2}{\sum q_i}}$	=GYÖK(H19^2/C17)
Kiegyenlített magasságkülönbségek középhibái	$\mu_i = \frac{\mu_0}{\sqrt{p_i}}$	=I\$21/GYÖK(G16)

Az 1000-el való szorzás, osztás a mértékegységek miatt kell bizonyos képletekben, a közepelésnél pedig vizsgálni kell milyen előjelű az oda mérés, és ez alapján a javítást levonni, vagy hozzáadni kell.

6.8. 8. modul Szintezési hálózat kiegyenlítése

Első lépésként a 20+1 feladat alapadatait foglaltam táblázatba az alapadatok munkafüzet alatt, hogy a későbbiekben az FKRES függvény segítségével hivatkozhaszam rájuk.

A következőkben megszerkesztettem a számításhoz szükséges adatok kezelésére és megjelenítésére szolgáló táblázatot.

A feladat megoldásakor törekedtem arra, hogy a lépéseket a lehető legegyszerűbben mátrix függvények segítségével oldjam meg. A táblázatban az egyértelműség kedvéért szerepelnek bizonyos adatok, melyek a számításban nem vesznek részt, csak a teljesség kedvéért és a feladat megértése, a számítás menetének követhetősége miatt kerültek bele. Továbbá ebben a felállásban ez a feladat javítási egyenletéből származtatható A mátrix mind a 21 esetben ugyanaz, tehát ide manuálisan gépeltem be az értékeket.

Alapadatok (alappontok magassága H , mérési eredmények u , szintezési vonal hossza d) megtalálhatók az A08-as mellékletben, a számított adatok az M08 mellékletben. Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Súlyok	$p_i = \text{súlykonstans}/d_i$	=I7/F11
Közelítő értékek	$H_{D0} = H_A + u_1$ $H_{E0} = H_B + u_3$ $H_{F0} = H_C + u_6$	=E4+D11 =E5+D13 =E6+D16
Javítási egyenletéből származtatható l mátrix	$u_1 - H_{D0} + H_A$ $u_2 + H_{D0} - H_{E0}$ $u_3 - H_{E0} + H_B$ $l_i = u_4 + H_{D0} - H_{F0}$ $u_5 + H_{E0} - H_{F0}$ $u_6 - H_{F0} + H_C$ $u_7 - H_{E0} + H_C$	=(D11-N12+E4)*100 =(D12+N12-N13)*100 =(D13-N13+E5)*100 =(D14+N12-N14)*100 =(D15+N13-N14)*100 =(D16-N14+E6)*100 =(D17-N13+E6)*100
A normál egyenletrendszer együttható-mátrixa	$N = A_{3,3}^T * P_{7,7} * A_{7,3}$	=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(R11:T17);C20:I26);R11:T17)
A tisztatag vektor	$A_{3,7}^T * P_{7,7} * 1_{7,1}$	=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(R11:T17);C20:I26);R19:R25)
A normál egyenletrendszer együttható-mátrixának inverze	$N_{3,3}^{-1}$	=INVERZ.MÁTRIX(X5:Z7)
A keresett ismeretlenek kiegészítő értékei	$\delta H_{3,1} = -N_{3,3}^{-1} * \left(A_{3,7}^T * P_{7,7} * 1_{7,1} \right)$	=MSZORZAT(-1*(X15:Z17);X9:X11)
Kiegyenlített magasságok	$\bar{H}_{3,1} = H_{0,3,1} - \delta H_{3,1}$	=N12-X22/100 =N13-X23/100 =N14-X24/100
Javítások	$v_1 = \delta H_D + 0 + 0 + l_1$ $v_2 = -\delta H_D + \delta H_E + 0 + l_2$ $v_3 = 0 + \delta H_E + 0 + l_3$ $v_4 = -\delta H_D + 0 + \delta H_F + l_4$ $v_5 = 0 - \delta H_E + \delta H_F + l_5$ $v_6 = 0 + 0 + \delta H_F + l_6$ $v_7 = 0 + \delta H_E + 0 + l_7$	=(MSZORZAT(R11:T17;X22:X24))+ (R19:R25)
Súlyegység középhibája	$\mu_0^2 = v_{1,7}^T * P_{7,7} * v_{7,1}$	=GYÖK((MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(AD12:AD18);C20:I26);AD12:AD18))/(7-3))
Az ismeretlenek kiegyenlítés utáni középhibái	$\mu_{\delta H_i} = \mu_0 * \sqrt{Q_{ii}}$	=AD\$24*GYÖK(X15)
Kiegyenlített mérési eredmények	$\bar{u}_i = u_i - v_i$	=D11-AD12/100

Mint az előzőekben, a képletekben szereplő konstansok, nagyrészt a mértékegységek átváltásából adódnak.

6.9. 9. modul Szabad álláspont kiegyenlítése, valamint

6.10. 10. modul a Hibaellipszis, talpponti görbe és közepes ponthiba

A két modult azért tárgyalom együtt, mert szorosan összefüggnek, és az előbbinek a végeredményét használjuk, az utóbbi alapadataként.

Első lépésként megadtam az alapadatokat: adott pontok koordinátái (y, x), irányértékek (l), távolságok (d), középhibák (μ). A 15+1 feladathoz, megfelelő munkalapon (A09 melléklet) találjuk ezeket. FKERES függvénnyel megoldottam, hogy a számítás munkafüzetén megjelenjenek hivatkozásként.

A súlyok esetében beiktattam egy HA függvényt, a példafeladat, és a többi adat különbözősége miatt. A példafeladatban az irány és távolságmérés középhibája, valamint a súlyegység középhibája volt megadva alapadatként, amiből képlettel számoltam súlyokat, míg a maradék 15 esetben a súlymátrix elemei közvetlenül adóttak.

=HA(F2=0;C15^2/E11^2;FKERES(\$F\$2;alapadatok!\$B\$4:\$R\$19;14;HAMIS))

Felhasznált képletek:

Közelítő értékek meghatározása:

$\delta_{AB} = \tan^{-1} \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$	=HA((C6-C\$5)>0;HA((E6-E\$5)>0;FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((E6-E\$5)))));180-FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((E6-E\$5)))));HA((E6-E\$5)<0;180+FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((E6-E\$5)))));360-FOK(ARCTAN(ABS((C6-C\$5))/ABS((E6-E\$5))))))
$\delta'_{PB} = \delta'_{PA} + \varphi = 180^\circ \pm l_{PB} - l_{PA}$	=HA((HA((F10-F9)>0;(F10-F9);(F10-F9)+360))>180;(HA((F10-F9)>0;(F10-F9);(F10-F9)+360))-180;(HA((F10-F9)>0;(F10-F9);(F10-F9)+360))+180)
$\alpha = \tan^{-1} \frac{t_{PB} * \sin \delta'_{PB}}{t_{PA} + t_{PB} * \cos \delta'_{PB}}$	=FOK(ARCTAN((C13*SIN(RADIÁN(F18)))/(C12+C13*COS(RADIÁN(F18)))))
$\delta_{AP} = \delta_{AB} - \alpha$	=F17-F19
$\delta_{PB} = \delta_{AP} + \delta'_{PB}$	=F20+F18
$\delta_{PA} = 180^\circ \pm \delta_{AP}$	=HA(F20>180;F20-180;F20+180)
$y_0 = y_A + t_{PA} * \sin \delta_{AP}$	=(C5+C12*SIN(RADIÁN(F20)))
$x_0 = x_A + t_{PA} * \cos \delta_{AP}$	=(E5+C12*COS(RADIÁN(F20)))
$z_0 = \delta_{PA} - l_{PA}$	=F22-F9

A második képlet azért lett ilyen összetett, mert vizsgálni kellett, hogy a kivonáskor milyen előjelű eredmény keletkezett, valamint, hogy a részeredményből ki kell-e vonni a 180°-ot, vagy hozzáadni. Az ötödik esetében is a 180°-al való összeadás, vagy kivonás a képlet lényege.

További számítások

Javítási egyenlet- rendszer együtt- ható mátrixa	$A = \begin{pmatrix} -\frac{\cos \delta_{PA}}{t_{PA}} * \rho'' & \frac{\sin \delta_{PA}}{t_{PA}} * \rho'' & -1 \\ -\frac{\cos \delta_{PB}}{t_{PB}} * \rho'' & \frac{\sin \delta_{PB}}{t_{PB}} * \rho'' & -1 \\ -\sin \delta_{PA} & -\cos \delta_{PA} & 0 \\ -\sin \delta_{PB} & -\cos \delta_{PB} & 0 \end{pmatrix}$		
	$\begin{aligned} &=-(\text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{\$F\$22}))/\text{\$C\$12}/1000)*206264 \\ &=-(\text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{\$F\$21}))/\text{\$C\$13}/1000)*206264 \\ &=-\text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{F22})) \\ &=-\text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{F21})) \end{aligned}$	$\begin{aligned} &=((\text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{\$F\$22}))/\text{\$C\$12}/1000)*206264 \\ &=((\text{SIN}(\text{RADIÁN}(\text{\$F\$21}))/\text{\$C\$13}/1000)*206264 \\ &=-\text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{F22})) \\ &=-\text{COS}(\text{RADIÁN}(\text{F21})) \end{aligned}$	-1 -1 0 0
Javítási egyenlet- rendszer tisztá- tagjai	$l = \begin{pmatrix} l_{PA} - \tan^{-1} \frac{y_A - y_0}{x_A - x_0} + z_0 \\ l_{PB} - \tan^{-1} \frac{y_B - y_0}{x_B - x_0} + z_0 \\ t_{PA} - \sqrt{(y_A - y_0)^2 + (x_A - x_0)^2} \\ t_{PB} - \sqrt{(y_B - y_0)^2 + (x_B - x_0)^2} \end{pmatrix}$		
	$\begin{aligned} &= \text{F9} - (\text{HA}((\text{C5} - \text{C\$25}) > 0; \text{HA}((\text{E5} - \text{C\$26}) > 0; \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C5} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E5} - \text{C\$26}))))); 180 - \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C5} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E5} - \text{C\$26}))))); \text{HA}((\text{E5} - \text{C\$26}) < 0; 180 + \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C5} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E5} - \text{C\$26}))))); 360 - \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C5} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E5} - \text{C\$26})))))) + \text{F28} \\ &= \text{F10} - (\text{HA}((\text{C6} - \text{C\$25}) > 0; \text{HA}((\text{E6} - \text{C\$26}) > 0; \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C6} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E6} - \text{C\$26}))))); 180 - \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C6} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E6} - \text{C\$26}))))); \text{HA}((\text{E6} - \text{C\$26}) < 0; 180 + \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C6} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E6} - \text{C\$26}))))); 360 - \text{FOK}(\text{ARCTAN}(\text{ABS}((\text{C6} - \text{C\$25}))/\text{ABS}((\text{E6} - \text{C\$26})))))) + \text{F28} \\ &= \text{C12} * 1000 - (\text{GYÖK}((\text{C\$5} - \text{C25})^2 + (\text{E\$5} - \text{C26})^2)) * 1000 \\ &= \text{C13} * 1000 - (\text{GYÖK}((\text{C\$6} - \text{C25})^2 + (\text{E\$6} - \text{C26})^2)) * 1000 \end{aligned}$		

Javítási egyenletek	$v_1 = a_{11} * \delta y + a_{12} * \delta x + a_{13} * \delta z + l_1$ $v_2 = a_{21} * \delta y + a_{22} * \delta x + a_{23} * \delta z + l_2$ $v_3 = a_{31} * \delta y + a_{32} * \delta x + a_{33} * \delta z + l_3$ $v_4 = a_{41} * \delta y + a_{42} * \delta x + a_{43} * \delta z + l_4$	csak a feladat teljeségeért vannak grafikusan benn a táblázatban
Súlymátrix elemeihez használt képletek	$\frac{\mu_0^2}{\mu_l^2}$ $\frac{\mu_0^2}{\mu_d^2}$	$=HA(F2=0;C15^2/E11^2;FKERES(\$F\$2;alapadatok!\$B\$4:\$R\$19;14;HAMIS))$ $=HA(F2=0;C15^2/C14^2;FKERES(\$F\$2;alapadatok!\$B\$4:\$R\$19;16;HAMIS))$
A normál egyenletrendszer együttható mátrixa	$N_{3,3} = A_{3,4}^T * P_{4,4} * A_{4,3}$	$=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(J3:L6);I18:L21);J3:L6)$
A tisztatag vektor	$A_{3,4}^T * P_{4,4} * l_{4,1}$	$=MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(J3:L6);I18:L21);J8:J11)$
Keresett ismeretlenek kiegészítő értékei	$\delta z_{3,1} = - \left(A_{3,4}^T * P_{4,4} * A_{4,3} \right)^{-1} * \left(A_{3,4}^T * P_{4,4} * l_{4,1} \right)$	$=MSZORZAT(-INVERZ.MÁTRIX(J24:L26);J28:J30)$
Kiegyenlített ismeretlenek	$\bar{z}_{3,1} = z_{0,3,1} - \delta z_{3,1}$	$=C25-R3/1000$ $=C26-R4/1000$ $=F28-U5$
Mérési javítások	$v_{4,1} = A_{4,3} * \delta z_{3,1} + l_{4,1}$	$=MSZORZAT(J3:L6;R3:R5)+J8:J11$
Kiegyenlített mérési eredmények	$l_{PA} - v_1$ $l_{PB} - v_2$ $l_{PA} - v_3$ $l_{PB} - v_4$	$=F9-U12$ $=F10-U13$ $=C12-R14/1000$ $=C13-R15/1000$
Súlyegység középhibája	$\mu_0 = \sqrt{\frac{v_{1,4}^T * P_{4,4} * v_{4,1}}{n - m}}$	$=GYÖK(MSZORZAT(MSZORZAT(TRANSPONÁLÁS(R12:R15);I18:L21);R12:R15))/(4-3))$
Az ismeretlenek kiegyenlítés utáni középhibái	$K_{\delta x_{3,3}} = \mu_0^2 * N_{3,3}^{-1}$ $\mu_{\delta xi} = \mu_0 * \sqrt{Q_{ii}}$	$=INVERZ.MÁTRIX(J24:L26)$ ennek az átlós elemeit felhasználva: $=U22*GYÖK(R24)$ $=U22*GYÖK(S25)$ $=U22*GYÖK(T26)$

A számított értékek az M09/10-es mellékletben vannak.

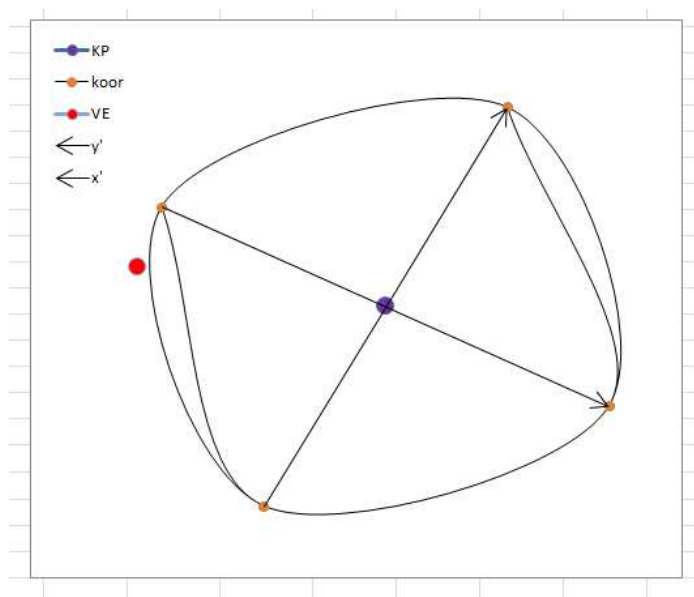
Miután ezt végigszámoltam, létrehoztam egy másik munkalapot és hivatkozásokkal megoldottam, hogy a megfelelő adatokkal számolhassak tovább. (M09/10-es melléklet)

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
Konfidencia- ellipszis tengely- iránya	$\omega = \frac{\tan \frac{2 * Q_{yx}}{Q_{xx} - Q_{yy}}}{2}$	=FOK(ARCTAN((2*F17)/(F18-E17)))/2
Mátrix sajátértékei	$\lambda_1 = \frac{Q_{yy} + Q_{xx} - \sqrt{(Q_{yy} - Q_{xx})^2 + 4 * Q_{yx}^2}}{2}$	=(F18+E17-GYÖK((F18-E17)^2+4*E18^2))/2
	$\lambda_1 = \frac{Q_{yy} + Q_{xx} + \sqrt{(Q_{yy} - Q_{xx})^2 + 4 * Q_{yx}^2}}{2}$	=(F18+E17+GYÖK((F18-E17)^2+4*E18^2))/2
A standard hiba- ellipszis féltengelyei- nek hossza	$a = \mu_0 * \sqrt{\lambda_2}$	=D12*GYÖK(J7)
	$b = \mu_0 * \sqrt{\lambda_1}$	=D12*GYÖK(J6)
Közepes ponthiba	$M = \mu_0 * \sqrt{\lambda_1 + \lambda_2}$	=D12*GYÖK(E17+F18)
A talpponti görbe egyenlete	γ- t a koordináták előzetes értékeinek, és a kiegyenlített koordinátáknak az irányszöge $\gamma' = \gamma - \omega$ $\mu_s = \sqrt{\mu_0^2 * (\lambda_1 * \sin^2 \gamma' + \lambda_2 * \cos^2 \gamma')}$	=HA((P6-P\$5)>0;HA((Q6-Q\$5)>0;FOK(ARCTAN(ABS((P6-P\$5))/ABS((Q6-Q\$5)))));180-FOK(ARCTAN(ABS((P6-P\$5))/ABS((Q6-Q\$5)))));HA((Q6-Q\$5)<0;180+FOK(ARCTAN(ABS((P6-P\$5))/ABS((Q6-Q\$5)))));360-FOK(ARCTAN(ABS((P6-P\$5))/ABS((Q6-Q\$5)))))) =K15-M4 =GYÖK(\$D\$12^2*(\$J\$6*SIN(RADIÁN(M15))^2+\$J\$7*COS(RADIÁN(M15))^2))

A féltengelyek hossza $\sqrt{2 * F} = 1$ esettel lett számítva.

A talpponti görbe egyenletét egy olyan függvénnyel oldottam meg, ahol kimaradt az egyenlőség jel.



Ábrázolásnál kicsit egyszerűsítésem kellett, mivel Excelben a diagramoknál csak görbített vonalakkal lehet összekötni a pontokat, és ez az eset nem ellipszist ad végeredményül. Persze vizuálisan ennek kevés a haszna, de a 4 maximális pont és a tengely helyesen van ábrázolva, valamint a végső koordinátája is a pontnak. Sajnos nem lett szép esztétikus, mert a görbítésnél csak ezzel a két plusz görbével kaptam szimmetrikus eredményt.

6.11. 11. modul Geoidkép meghatározása csillagászati szintezéssel

Először az alapadatokat (20+1 feladathoz) foglaltam táblázatba melyek: sarokpontok földrajzi koordinátái (ϕ , λ) az IUGG67 ellipszoidon, valamint a függővonal elhajlási értékek a rácpontokon (ξ , η). (A11-es melléklet)

Miután megadjuk a kiinduló feladat sorszámát, FKERES függvénnyel kapjuk meg a számítási munkafüzetre az adatokat. A számítást az M11-es melléklet tartalmazza.

Felhasznált képletek:

Számítás eleme	Képlet	Excel képlet, függvény
lineáris interpoláció η esetén lineáris interpoláció ξ esetén		=(((\$E15-\$E14)/5)+H11 =HA(\$H9<\$M9;H9+(\$M9-\$H9)/5;H9-(\$H9-\$M9)/5)
	$c = 10^5 * \frac{R}{2 * \rho' * \rho''}$	=10^5*C19/(2*C17*C18)
Geoidunduláció $N_0=0$	$N = N_0 + c * \sum_{i=0}^k (\eta_i + \eta_{i+1}) * \Delta\lambda * \cos \varphi$	=(\$C\$20*(H11+I11)*COS(RADIÁN(\$F\$5))*\$D\$9+H18
Geoidunduláció $N_0=0$	$N = N_0 + c * \sum_{i=0}^k (\xi_i + \xi_{i+1}) * \Delta\varphi$	=(\$C\$20*(H9+H8)*\$D\$8+H18

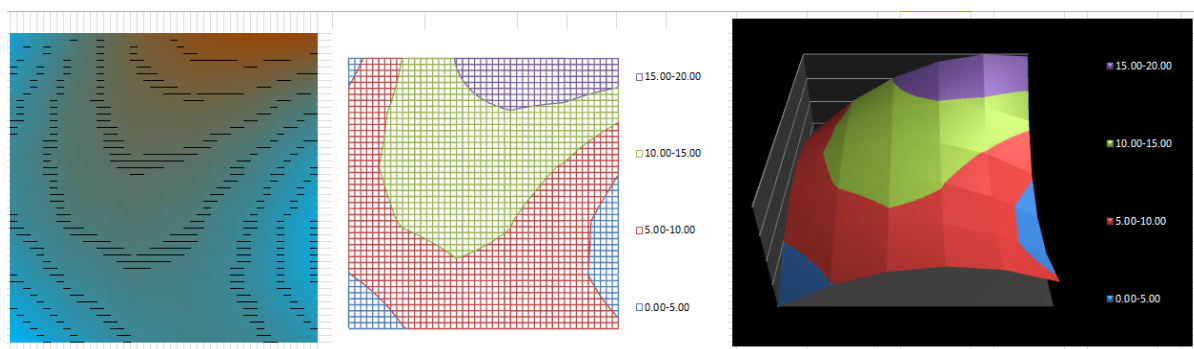
A második típusú lineáris interpolációnál azért használtam ezt a bonyolult képletet, mert vizsgálni kellett, hogy az előző adott értékhez hozzáadjuk, vagy kivonjuk a különbség ötödét.

Az ábrához a felhasznált értékeket egy külön segéd táblázatban táblázatba (Ábrázoláshoz néven) gyűjtöttem ki.

31; $\xi=-2.6$ 17.33 46.50	32; $\xi=-1$ 17.40 46.50	33; $\xi=0.6$ 17.47 46.50	34; $\xi=2.3$ 17.53 46.50	35; $\xi=3.9$ 17.60 46.50	36; $\xi=5.5$ 17.67 46.50
25; $\xi=-1.4$ 17.33 46.47	26; $\xi=-0.4$ 17.40 46.47	27; $\xi=0.7$ 17.47 46.47	28; $\xi=1.8$ 17.53 46.47	29; $\xi=2.9$ 17.60 46.47	30; $\xi=3.9$ 17.67 46.47
19; $\xi=-0.2$ 17.33 46.43	20; $\xi=0.3$ 17.40 46.43	21; $\xi=0.8$ 17.47 46.43	22; $\xi=1.3$ 17.53 46.43	23; $\xi=1.8$ 17.60 46.43	24; $\xi=2.3$ 17.67 46.43
13; $\xi=0.9$ 17.33 46.40	14; $\xi=0.9$ 17.40 46.40	15; $\xi=0.9$ 17.47 46.40	16; $\xi=0.8$ 17.53 46.40	17; $\xi=0.8$ 17.60 46.40	18; $\xi=0.8$ 17.67 46.40
7; $\xi=2.1$ 17.33 46.37	8; $\xi=1.5$ 17.40 46.37	9; $\xi=0.9$ 17.47 46.37	10; $\xi=0.4$ 17.53 46.37	11; $\xi=-0.2$ 17.60 46.37	12; $\xi=-0.8$ 17.67 46.37
1; $\xi=3.3$; $\eta=2.3$ 17.33 46.33	2; $\xi=2.2$; $\eta=1.6$ 17.40 46.33	3; $\xi=1$; $\eta=0.8$ 17.47 46.33	4; $\xi=-0.1$; $\eta=0.1$ 17.53 46.33	5; $\xi=-1.3$; $\eta=0.7$ 17.60 46.33	6; $\xi=-2.4$; $\eta=-1.4$ 17.67 46.33

54

A végeredmény ábrázolásánál a plasztikusság kedvéért a számított geoidundulációk közé lineáris interpolációval még 9 rácspontot létrehoztam. Három módszerrel végeztem el az ábrázolást. Első módszerrel raszter jellegűen oldottam meg az adatkezelést. Feltételes formázás segítségével formáztam a végeredmény cellákat, a legkisebb értékhez kéket, a legnagyobbhoz barnát rendelve, majd ugyanezt a funkciót használva hét „szintvonalat” is adtam hozzá. Ezek úgy készültek, hogy a minimum-maximum értéket 8 részre osztva a 7 elválasztó értékhez képeztem egy tartományt a minimum - maximum különbség mértékét figyelembe véve, majd ezt a tartományt jelöltem ki, mint feltételt a formázáshoz. A második, harmadik módszer csak kinézetében tér el. Mindkettő a diagramvarázslóval készült, csak egyik felülnézetben másik axonometrikusan ábrázolja ugyanazt. A diagram típusa térhatású drótváz és felület. A színezés alapján lehet az értékeket elkülöníteni, valamint a jelkulcsból számszerűsíteni. A szintek 5-ösével vannak elkülönítve, ezért állhat elő az az eset, hogy egyik feladatnál csak pár szín van, máshol pedig 10 is lehet. (M11/4 melléklet)



22. ábra Geoidképek megjelenítési lehetőségei

6.12. 12. feladat Nehézségi vektor komponensei.

Ez a feladat azért került még bele a felsorolásba, mert csak a 11. modul foglalkozik felsőgeodéziával, és ebbe a témakörbe kiválóan beleillik még ez a példa is. Az $Xp=Xf$ -et változtatva bármely felszínen lévő pontra számítja a nehézségi erőt.

Kiinduló adatok:

$$\begin{array}{lll} 4112803 & 1,329173485 * 10^{11} & 66496354 \\ X_P = 1516150 & X_{Nap} = 4,576711338 * 10^{10} & X_{Hold} = -377119564 \\ 4664570 & 5,116552940 * 10^{10} & 33502667 \end{array}$$

$$G = 6,6720 * 10^{-11} \frac{N*m^2}{kg^2} \quad \omega = 7,272205217 * 10^{-5} \frac{rad}{s}$$

$$M_{Föld} = 5,9742 * 10^{24} kg \quad M_{Nap} = 1,98892 * 10^{30} kg \quad M_{Hold} = 7,36 * 10^{22} kg$$

Alapadatok: Koordináták (X_i), egyetemes gravitációs állandó (G), az égitestek tömege (M_i), szögsebesség (ω).

A számítás az M12-es mellékletben szerepel.

Feladat során felhasznált képletek, függvények.

Föld tömeg-vonzása	$F_f = -G * \frac{M_{Föld}}{\sqrt{X_{P_X}^2 + X_{P_Y}^2 + X_{P_Z}^2}^3} * \begin{matrix} X_{P_X} \\ X_{P_Y} \\ X_{P_Z} \end{matrix}$	
	$\begin{aligned} &= (-1 * D17 * D20 / (GYÖK(D13^2 + D14^2 + D15^2)^3)) * D13 \\ &= (-1 * D17 * D20 / (GYÖK(D13^2 + D14^2 + D15^2)^3)) * D14 \\ &= (-1 * D17 * D20 / (GYÖK(D13^2 + D14^2 + D15^2)^3)) * D15 \end{aligned}$	
Hold tömeg-vonzása		
	$F_H = -G * \frac{M_{Hold}}{\sqrt{(X_{Hold_X} - X_{P_X})^2 + (X_{Hold_Y} - X_{P_Y})^2 + (X_{Hold_Z} - X_{P_Z})^2}^3} * \begin{matrix} X_{Hold_X} - X_{P_X} \\ X_{Hold_Y} - X_{P_Y} \\ X_{Hold_Z} - X_{P_Z} \end{matrix}$	
	$\begin{aligned} &= (-1 * D17 * D19 / ((GYÖK((D9 - D13)^2 + (D10 - D14)^2 + (D11 - D15)^2))^3)) * (D9 - D13) \\ &= (-1 * D17 * D19 / ((GYÖK((D9 - D13)^2 + (D10 - D14)^2 + (D11 - D15)^2))^3)) * (D10 - D14) \\ &= (-1 * D17 * D19 / ((GYÖK((D9 - D13)^2 + (D10 - D14)^2 + (D11 - D15)^2))^3)) * (D11 - D15) \end{aligned}$	
Nap tömeg-vonzása		
	$F_N = -G * \frac{M_{Nap}}{\sqrt{(X_{Nap_X} - X_{P_X})^2 + (X_{Nap_Y} - X_{P_Y})^2 + (X_{Nap_Z} - X_{P_Z})^2}^3} * \begin{matrix} X_{Nap_X} - X_{P_X} \\ X_{Nap_Y} - X_{P_Y} \\ X_{Nap_Z} - X_{P_Z} \end{matrix}$	
	$\begin{aligned} &= (-1 * D17 * D18 / ((GYÖK((D5 - D13)^2 + (D6 - D14)^2 + (D7 - D15)^2))^3)) * (D5 - D13) \\ &= (-1 * D17 * D18 / ((GYÖK((D5 - D13)^2 + (D6 - D14)^2 + (D7 - D15)^2))^3)) * (D6 - D14) \\ &= (-1 * D17 * D18 / ((GYÖK((D5 - D13)^2 + (D6 - D14)^2 + (D7 - D15)^2))^3)) * (D7 - D15) \end{aligned}$	
Centrifugális erő vektora	$F_c = \omega^2 * \begin{matrix} X_{P_X} \\ X_{P_Y} \\ X_{P_Z} \end{matrix}$	$\begin{aligned} &= (D21^2) * D13 \\ &= (D21^2) * D14 \\ &= (D21^2) * D15 \end{aligned}$
Nehézségi vektor (X, Y, Z – re)	$F_g = F_f + F_H + F_N + F_c$	$\begin{aligned} &= J3 + J7 + J11 + J15 \\ &= J4 + J8 + J12 + J16 \\ &= J5 + J9 + J13 + J17 \end{aligned}$
Nehézségi erő	$g = \sqrt{F_{g_X}^2 + F_{g_Y}^2 + F_{g_Z}^2}$	$= GYÖK(J19^2 + J20^2 + J21^2)$

7. Feladatok eredményei

Miután elkészítettem minden táblázatot, szeretném összefoglalni a tapasztalatokat, a feladatkiírásban megfogalmazott célokhoz képest történő változásokat, végül a konkrét példafeladatok végeredménybeli eltéréseit. A következő felsorolásnál a 0-s feladatokkal foglalkozom csak, mert ezekhez állnak rendelkezésemre referencia adatok. A műszaki leírások elkészítésére nem térek ki, mivel a szakdolgozat célja nem a feladatokban szereplő elméleti háttér bemutatása. Amennyiben nincs „konkrét” végeredménye a feladatnak, ott egy olyan értéket hasonlítok össze, amihez a lehető legtöbb adatot fel kellett használni (a leghosszabb úton jutottunk el a konkrét számhoz).

7.1. 1. modul

Kiinduló adatok, H-U táblázat, harántgörbületi sugarak, magassági adatok listája, metszet adatai, Grafikus ábrázolás, térbeli koordináták elkészültek. A különbség a metszet ábrázolásánál a 200*nagyítás 50 helyett. Szerettem volna a gömbi ábrázolást is elvégezni, de sajnos a 3D-s bővítmény próbaverzióból adódó megkötései nem engedték.

Az én számításaim szerint a geoidundulációk nem egyeznek meg a példafeladatban megadott értékekkel, mert más HungaPro verziót használtam, így az összes részeredmény más lesz. Továbbá a magasságok leolvasásakor is adódtak különbségek a Google Earth pontatlansága miatt.

	Példafeladatból	Saját érték
Geoidunduláció	44,243	44,223
	43,895	43,857
	43,356	43,258
	43,055	43,063
	42,904	42,852
	43,003	42,943
	43,272	43,206
Tengerszint feletti magasság	112	112
	125	126
	107	108
	127	128
	171	171
	159	160
	297	298

Mivel mindkét adat kiinduló adat ezért, az összes többi végeredményként kapott érték sem egyezik meg a referencia adatokkal. Ha manuálisan átirom ezekre az adatokra a megfelelő cellákat, a megfelelő élességen belül pontosan azokat az értékeket kapom, melyek a Támop jegyzetben megtalálhatóak. Például:

Térbeli koordináták (geoid)	4183219,166	1483116,847	4565279,367	4183219.166	1483116.847	4565279.367
	4158027,789	1474185,507	4590939,770	4158027.789	1474185.507	4590939.770
	4132694,529	1465203,863	4616445,597	4132694.529	1465203.863	4616445.597
	4107220,506	1456172,313	4641796,277	4107220.506	1456172.313	4641796.277
	4081606,507	1447091,136	4666990,871	4081606.507	1447091.136	4666990.871
	4055853,446	1437960,656	4692028,583	4055853.446	1437960.656	4692028.583
	4029962,127	1428781,158	4716908,487	4029962.127	1428781.158	4716908.487

7.2. 2. modul

Kiinduló adatok, számítások eredményei, geodéziai vonal szerkesztése gömbön, és vetületben mind elkészültek. Változás annyi volt, hogy a gömbi ábrázolást csak ennél az egy (0-s) példafeladatnál tudtam megcsinálni, továbbá minden esetben ábrázoltam valódi, és képzetes vetületben is.

Az összefoglaló táblázatot nem tartottam szükségesnek, mert az Excel amúgy táblázatos formában dolgozik, továbbá az országokat sem kerestem ki, lévén az ábrázolás után egy térkép segítségével megtörténhet.

A kiinduló adatoknál szükséges volt bizonyos méreteket megadni az ábrázoláshoz, ezek a saját számításomban nem egyeznek a Támop jegyzetben megadott értékekkel. Sajnos az ábrázoláskor nem lehet hivatkozásokkal megadni a diagram bizonyos adatait (maximális, minimális méretek a koordinátatengelyek irányába), ezért nem tudom bemutatni, hogy ezek a méretek megegyeznek. A saját adataimból történő ábrázolás helyessége viszont bizonyíthatja, hogy a számítás jó (a repülőgép visszatér a kiinduló pontra, mely ránézésre Magyarországon található).

Hogy mégis kapjunk valami referenciát, részeredményeket hasonlítok össze, melyekből következnek az ábrázoláshoz szükséges adatok.

A részeredmények egyezősége:

φ tizedfokban		λ tizedfokban	
47,42	47,42	19,25	19,25
54,99	54,99	40,07	40,07
57,77	57,77	66,88	66,88
54,61	54,61	93,43	93,43
46,80	46,80	113,79	113,79
36,37	36,37	128,29	128,29
24,62	24,62	139,16	139,16
12,23	12,23	148,10	148,10
-0,42	-0,42	156,21	156,21
-13,07	-13,07	164,36	164,36
-25,43	-25,43	173,38	173,38
-37,11	-37,11	-175,57	-175,57
-47,42	-47,42	-160,75	-160,75
-54,99	-54,99	-139,93	-139,93
-57,77	-57,77	-113,12	-113,12
-54,61	-54,61	-86,57	-86,57
-46,80	-46,80	-66,21	-66,21
-36,37	-36,37	-51,71	-51,71
-24,62	-24,62	-40,84	-40,84
-12,23	-12,23	-31,90	-31,90
0,42	0,42	-23,79	-23,79
13,07	13,07	-15,64	-15,64
25,43	25,43	-6,62	-6,62
37,11	37,11	4,43	4,43
47,42	47,42	19,25	19,25

7.3. 3. modul

Kiinduló adatok, számítás során kapott adatok, grafikus ábrázolás megtörtént. Annyi különbséggel, hogy az EOVSzelvény szám keresést, nem szerkesztéssel, hanem számítással oldottam meg, a grafikus ábrázolás mérete miatt csak a közelítő ponthelyet adja meg. Eredmények:

Eltolt EOVSkoordináták	700089,2100 213487,0126	700089,2100 213487,0126
I	0,999932235	0,999932235
μ	0-29-06,77043	0-29-06,77043

Látható, hogy az X koordinátában van eltérés, de ez annak köszönhető, hogy sehol nem használtam kerekítést, csak a formázás során állítottam be milyen élességgel kívánom látni az adatokat.

7.4. 4. modul

Ebben a modulban tettem a legtöbb változtatást, mivel ezt a kiírás szerint néhány adott program segítségével kell megoldani, így az Excelt nem igazán lehet használni. A megadott programmal kisebb változtatásokkal elvégeztem a transzformációkra vonatkozó feladatokat (nem számoltam transzformációs paramétereket 5 pontonként 21-szer, csak az adott 24 pontra egyszer), de a lineármódulus, és meridiánkonvergencia kiszámítását nem. Program kompatibilitási problémák miatt nem tudtam megoldani, de ha sikerül, akkor is csak annyiban befolyásolta volna a feladatomat, hogy FKERES függvénnel még néhány adatot behívok a főoldalra.

Itt az összehasonlítás is értelmét veszti, mert a kiinduló adatok, és a részeredmények sem ugyanúgy lettek számolva. Ennek ellenére az 5 legközelebbi pont megkeresésére szolgáló táblázat feltehetőleg jó, mert az a példában és nálam is ugyanaz.

Változásként meg kell említenem a térképi ábrázolást, amivel szemléltethetjük a számítás elemeit.

7.5. 5. modul

Kiinduló adatok, eredmények, részeredmények megvannak. A példafeladat eredményei egyeznek a saját eredményeimmel.

7.6. 6. modul

Kiinduló adatok, számítások, részeredmények, regressziós egyenest elkészítettem. Változás annyi, hogy az Excel képes saját maga regressziós egyenest szerkeszteni, de jómagam is elkészítettem. A fekete vonal a saját számítás alapján, a fehér szaggatott az automatikusan hozzárendelt. Mivel nem használok kerekítést, ezért az eredmények kissé eltérnek. Középhibák összehasonlítása:

Példafeladat lévő érték	Számított
$\pm 5 \text{ mm}$	$\pm 4,97 \text{ mm}$
$\pm 0,5 \text{ km}$	$\pm 0,49 \text{ km}$

7.7. 7. modul

Kiinduló adatokat, valamint eredményeket, részeredményeket elkészítettem. Valamint az első feladatnál egy kis ábrát, hogyan helyezkednek el egymáshoz képest a pontok.

Mivel a szögeknél sem végeztem sehol kerekítést, így előfordulhat, hogy a fok-perc-másodperc alakban kiírt szögekben eltérés van a számításban résztvevő értékhez képest (mivel ezeket kerekítettem egész másodpercekre, de a további számításhoz nem használtam fel). Eredmények összehasonlítása (a második feladatban a végső magasságok egyeznek):

	Példafeladatban	Számított
Első feladat	242-29-30 $\pm 5,7$ súly: 3,04	242-29-29,4 ± 5.69 súly: 3,04
Második feladat	$\mu_0 = \pm 10,9$	$\mu_0 = \pm 10,7$

7.8. 8. modul

Kiinduló adatok, számítások, részeredmények elkészültek, az összefoglaló táblázat nem, mert az Excel táblázatokkal dolgozik, így nem láttam szükségesnek. Néhány helyen eltérnek a részeredmények, ennek ellenére az eredmények:

	Jegyzetből	Számításból
Kiegyenlített mérési eredmények	6.109	6.109
	8.344	8.344
	5.605	5.605
	1.367	1.367
	-6.977	-6.977
	-0.898	-0.898
	6.078	6.078
Középheibák	$\mu_0 = 2,85$ $\mu_{\delta H1} = \pm 1,75 \text{ cm}$ $\mu_{\delta H2} = \pm 1,48 \text{ cm}$ $\mu_{\delta H3} = \pm 1,70 \text{ cm}$	$\mu_0 = 2,85$ $\mu_{\delta H1} = \pm 1,74 \text{ cm}$ $\mu_{\delta H2} = \pm 1,48 \text{ cm}$ $\mu_{\delta H3} = \pm 1,70 \text{ cm}$

7.9. 9. modul

Kiinduló adatok, rész- és végeredmények elkészültek. Kerekítési különbségek miatt van eltérés az eredményekben.

	Jegyzetben	Számított
Kiegyenlített eredmények	IPA = 243-57-13,2 IPB = 74-00-36,4 tPA = 274,884 tPB = 508-807	IPA = 243-57-13,2 IPB = 74-00-36,4 tPA = 274,884 tPB = 508-807
Közéhibák	$\mu_0 = \pm 7,6$ $\mu\delta x_1 = \pm 5,4 \text{ mm}$ $\mu\delta x_2 = \pm 5,5 \text{ mm}$ $\mu\delta x_3 = \pm 3,4''$	$\mu_0 = \pm 7,66$ $\mu\delta x_1 = \pm 5,47 \text{ mm}$ $\mu\delta x_2 = \pm 5,60 \text{ mm}$ $\mu\delta x_3 = \pm 3,40''$

7.10. 10. modul

A meghatározandó adatok elkészültek, de a hibaellipszis nem sikerült, csak egy közelítő ábrázolás. Mivel az előző modul eredményei ennek a modulnak a kiinduló adatai a kerekítési különbség itt is jelen van. Eredmények összehasonlítása:

	Jegyzetből	Számított
Fél tengelyhosszak	5,6 mm 5,4 mm	5,6 mm 5,4 mm
Közepes ponthiba	$\pm 7,75 \text{ mm}$	$\pm 7,83 \text{ mm}$

7.11. 11. modul

Kiindulási adatok, számítások, rácsháló interpolált értékei, geoidundulációk, ábrázolás. Az ábrázolást többféle módszerrel oldottam meg, és a rácspontok sűrűségét lineáris interpolációval növeltem, a plasztikusabb hatás kedvéért. A többi feladatrészt elkészítettem, de EOVS rendszerbe nem transzformáltam, mert külső program kellett volna hozzá.

Geoidundulációk összehasonlításai:

3.15	10.10	15.23	18.51	19.96	19.55	3.15	10.10	15.22	18.49	19.93	19.53
6.77	11.30	14.01	14.87	13.90	11.07	6.76	11.30	14.00	14.86	13.88	11.06
8.26	11.37	12.65	12.09	9.69	5.44	8.26	11.37	12.64	12.07	9.67	5.43
7.63	10.31	11.16	10.16	7.33	2.65	7.63	10.31	11.15	10.15	7.31	2.64
4.88	8.12	9.53	9.09	6.82	2.70	4.88	8.12	9.52	9.08	6.81	2.69
0.00	4.80	7.76	8.88	8.16	5.60	0.00	4.79	7.75	8.87	8.15	5.59

7.12. 12. feladat

Ebben az esetben csak a saját magam által 4 éve számított eredményt használok referenciának, ami megegyezik a mostani értékkel.

8. Fejlesztés

A feladatok továbbgondolását, összefűzését csak egy pontig végzem, el, mert az adat konzisztencia megteremtése után az előzőekben bemutatott összefüggésekkel lehet dolgozni. Csak a legegyszerűbb megoldásokra térek ki, mert ezen a vonalon elindulva már kész képletekkel, ismerve a feladatokat, a lehetőségek kimeríthetetlenek.

8.1. A 11-es és 1-es modul összefűzése

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1													
2			°	'	"	tizedfok		φ	ξ interpoláció	η	Geoidundulációs értékek (U)	Magassági értékek (H)	Ell. magassági értékek (h)
3		φF	46	30	0	46.50		46.50	-2.6		3.15	468	470.753
4		φL	46	20	0	46.33		46.47	-1.4		6.76	438	444.369
5		λB	17	20	0	17.33		46.43	-0.2		8.26	287	294.862
6		Δφ		2		0.03		46.40	0.9	2.3	7.63	410	417.233
7		ξBL			3.3			46.37	2.1		4.88	582	586.480
8		ξBF			-2.6			46.33	3.3		0.00	296	295.605
9		η			2.3								
10													
11		ρ'		3437.8		'					Normálisok hossza		
12		ρ''		206265		"					N	N+U	N+h
13		R		6378		km					6389399.837	6389402.98	6389870.590
14		c		0.45		cm					6389387.367	6389394.13	6389831.737
15											6389374.897	6389383.15	6389669.760
16		Ellipszoid neve				WGS84					6389362.427	6389370.05	6389779.659
17		Közlés éve				1984					6389349.955	6389354.83	6389936.436
18		a (m)				6378137					6389337.483	6389337.48	6389633.089
19		b (m)				6356752.3142							
20		e ²				0.00669438							

23. ábra Áttekintő ábra

Kiinduló adatként megadtam a ϕ ; λ ; ξ ; η értékeket a 11. modul alapján, továbbá a c, e kiszámításához elengedhetetlen állandókat az 1. modulból. A 11. modulban ismerttetett képletekkel meghatároztam a normálisok hosszát. Az 1. modulban kért koordináták már számíthatóak ennyi alapadatból. A magassági értékek (H) esetében egy változó számot generáltam a VÉLETLEN.KÖZÖTT függvény segítségével:

=ÁTLAG(\$K\$4:\$K\$9)/ÁTLAG(\$I\$4:\$I\$9)+VÉLETLEN.KÖZÖTT(100;600)

8.2. Ábrázolás

Példákon keresztül már bemutattam az Excelben rejlő ábrázolási lehetőségeket, véleményem szerint a legtöbb helyzetben kiválóan alkalmazható. Talán a 11. modulban a raszteres ötleten keresztül látszik a legjobban, hogy a funkciók ismerete, és helyes használata, egészen újszerű lehetőségeket tartogat.

8.3. Hibaterjedés

A legegyszerűbb megoldás az, hogy a három feladatot egymástól ne különítsük el, hanem az első feladatban kapott távolság legyen a másik két feladat kiinduló adata. Természetesen ahol magasságokról, vagy távolságokról van, szó minden modulba be lehet építeni az 1-es, 2-es feladatot pl.: a 9-es modulba.

Kiinduló adatok:				Mérési eredmények és középhibák:				Mérési eredmények és középhibák:							
Elektrooptikai távmérővel:	d_1	253.653	m ²	d_{AC}	549.593	m		H_A	158.23	m					
	p_1	49	cm ⁻²	$\mu_{\theta}(\pm)$	35.49843729	mm		$\mu_{HA}(\pm)$	2	cm					
Optikai távmérővel:	d_2	200.820	m ²	δ_{AC}	78	°	52	°	40	°	8.7778				
	p_2	1	cm ⁻²	$\mu_{\delta AC}(\pm)$	3	"		h	1.42	m					
Mérőszalaggal:	d_3	75.12	m ²	A koordinátakülönbségek:				$\mu_h(\pm)$	1	cm					
	p_3	2	cm ⁻²	Δy	539.271	m		$\mu_l(\pm)$	3.82	m					
A súlyegység középhibája:	μ_0	3.5		Δx	106.018	m		$\mu_t(\pm)$	1.5	cm					
A távolság:	d	549.593	m	$\mu_{\Delta y}^2$	1215.6	mm ²		α	3	°	43	°	56	°	3.73
A mérési eredmények középhibái:	$\mu_1(\pm)$	0.5	cm	$\mu_{\Delta x}^2$	108.4	mm ²		$\mu_{\alpha}(\pm)$	6	"		Eredmények			
	$\mu_2(\pm)$	0.3	cm	$\mu_{\Delta y}$	10.4	mm		H_B	191.6049	m		$\mu_{HB}(\pm)$	3.14	cm	
	$\mu_3(\pm)$	3.5	cm					p_{HB}	0.102	cm ⁻²		Végeredmény			
A távolság középhibája:	$\mu_4(\pm)$	3.5	cm	$\mu_{\Delta x}$	10.4	mm		HB = 191.6049 m ± 0.0314 m							
A távolság súlya:	p_d	0.97	cm ⁻²												
Végeredmény:															
d = 549.593 m ± 3.55 cm															

24. ábra Adatkapcsolat

8.4. Nehézségi erő

Az első modulban lévő feladat végeredménye többek közt terepi 3D-s derékszögű koordináták, melyek a kiinduló adatai a nehézségi erő számítási feladatnak.

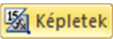
Térbeli koordináták számítása:															
φ	Ellipszoid			X_n	X_h	X_f	G	M_n	M_h	M_f	F_n	F_h	F_f	G	G
	Xellipsoid (m)	Yellipsoid (m)	Zellipsoid (m)												
46°	4183190.199	1483106.577	4565247.541	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°20'	4157999.224	1474175.379	4590908.017	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°40'	4132666.487	1465193.921	4616414.061	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°	4107192.830	1456162.501	4641764.789	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°20'	4081579.101	1447081.419	4666959.324	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°40'	4055826.151	1437950.979	4691996.793	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
48°	4029934.837	1428771.483	4716876.330	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
φ	Geoid			X_n	X_h	X_f	G	M_n	M_h	M_f	F_n	F_h	F_f	G	G
	Xgeoid (m)	Ygeoid (m)	Zgeoid (m)												
46°	4183219.153	1483116.843	4565279.352	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°20'	4158027.764	1474185.498	4590939.742	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°40'	4132694.466	1465203.840	4616445.526	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°	4107220.511	1456172.315	4641796.283	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°20'	4081606.474	1447091.124	4666990.833	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°40'	4055853.408	1437960.642	4692028.538	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
48°	4029962.085	1428781.143	4716908.438	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
φ	Terep			X_n	X_h	X_f	G	M_n	M_h	M_f	F_n	F_h	F_f	G	G
	Xterep (m)	Yterep (m)	Zterep (m)												
46°	4183292.482	1483142.841	4565359.918	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°20'	4158109.762	1474214.569	4591030.887	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
46°40'	4132764.319	1465228.606	4616524.082	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°	4107302.788	1456201.485	4641889.896	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°20'	4081715.704	1447129.850	4667116.571	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
47°40'	4055954.965	1437996.648	4692146.817	4.576711338E+10	-377119564	1483143	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049
48°	4030150.024	1428847.775	4717129.896	1.329173485E+11	66496354	4183292	6.672000000E-11	1.988920000E+30	7.360000000E+22	5.974200000E+24	-0.000005371	-0.005268827	0.022123329	-6.442573527	9.820691049

25. ábra Adatkapcsolat II.

Összességében ahol metrikus végeredményt kapunk, ha ez megfelel egy másik feladat kezdőeredményének, bátran felhasználhatjuk.

9. Matematikai szimulációval előállított feladatok

A feladatokhoz saját értékeket több módszerrel is készíthetünk. Ebben az Excel beépített lehetőségei is segítséget nyújtanak, de matematikai úton is megközelíthetjük. A szerintem két legegyszerűbb módszert mutatom be. Az 5. modul 1. feladatán szemléltetem a megoldásaimat, melyeket a könnyebb kezelhetőség miatt kicsit máshogy formázok.

Amolyan 0-ik lépésként el kell készíteni a referencia feladatot, ami alatt lehetőleg nagyon figyeljünk az adatösszefüggésekre. Ha esetleg nem emlékszünk, miből mi következik, használhatjuk az elődök mutatása, vagy utódok mutatása funkciót, esetleg a képletek megjelenítését () a képletek fülön a képletvizsgálat alatt.

Kiinduló adatok	Részeredmények	Kiinduló adatok	Részeredmények	Kiinduló adatok	Részeredmények
d ₁ 253.653 m ²	d 549.593 m	d ₁ 253.653 m ²	d 549.593 m	d ₁ 253.653 m ²	d =C4+C6+C8 m
p ₁ 49 cm ⁻²	μ ₁ (±) 0.5 cm	p ₁ 49 cm ⁻²	μ ₁ (±) 0.5 cm	p ₁ 49 cm ⁻²	μ ₁ (±) =C\$10/GYÖK(C5) cm
d ₂ 120.820 m ²	μ ₂ (±) 3.5 cm	d ₂ 120.820 m ²	μ ₂ (±) 3.5 cm	d ₂ 120.82 m ²	μ ₂ (±) =C\$10/GYÖK(C7) cm
p ₂ 1 cm ⁻²	μ ₃ (±) 2.5 cm	p ₂ 1 cm ⁻²	μ ₃ (±) 2.5 cm	p ₂ 1 cm ⁻²	μ ₃ (±) =C\$10/GYÖK(C9) cm
d ₃ 175.12 m ²	μ ₄ (±) 4.3 cm	d ₃ 175.12 m ²	μ ₄ (±) 4.3 cm	d ₃ 175.12 m ²	μ ₄ (±) =GYÖK(G5^2+G6^2+G7^2) cm
p ₃ 2 cm ⁻²	p _d 0.66 cm ⁻²	p ₃ 2 cm ⁻²	p _d 0.66 cm ⁻²	p ₃ 2 cm ⁻²	p _d =C10^2/G8^2 cm ⁻²
μ ₀ 3.5		μ ₀ 3.5		μ ₀ 3.5	
Végeredmény		Végeredmény		Végeredmény	
d = 549.593 m ± 4.32 cm		d = 549.593 m ± 4.32 cm		="d = "&G4&" m ± "&KEREKÍTÉS(G8;2)&" cm"	

Az első megoldáshoz kiválasztjuk valamelyik végeredményt, amelyiket meg szeretnénk változtatni. Esetünkben legyen a μ_d érték, amit 3.3-ra kívánunk csökkenteni. Kijelöljük a cellát, majd az Adatok fülön az adateszközök közt a lehetőségelemzésen belül a célérték keresésre kattintunk.

Kiinduló adatok	Részeredmények
d ₁ 253.653 m ²	d 549.593 m
p ₁ 49 cm ⁻²	μ ₁ (±) 0.5 cm
d ₂ 120.820 m ²	μ ₂ (±) 3.5 cm
p ₂ 1 cm ⁻²	μ ₃ (±) 2.5 cm
d ₃ 175.12 m ²	μ ₄ (±) 4.3 cm
p ₃ 2 cm ⁻²	p _d 0.66 cm ⁻²
μ ₀ 3.5	

Végeredmény
d = 549.593 m ± 4.32 cm

Célérték keresése

Célcella: G8

Célérték: 3.3

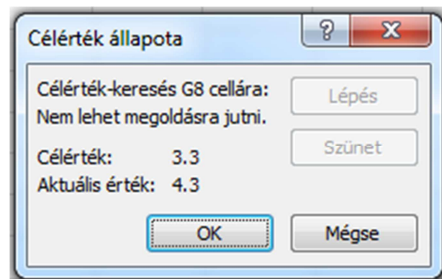
Módosuló cella: \$C\$5

OK

Mégse

26. ábra Célérték keresés

Megadjuk a célértéket, és azt a cellát, amit szeretnénk, hogy úgy módosuljon, hogy megkapjuk a kívánt célt. Az OK gomb megnyomása után az Excel elkezd visszafelé számolni, majd ad egy olyan eredményt, ami a célértéket adja végeredménynek. 100 interpoláció alatt próbál eredményre jutni (beállításfüggő), de nem mindig sikerül.



27. ábra Nincs megoldás

Ekkor kiválasztunk egy másik célértéket, vagy egy másik cellát.

Kiinduló adatok	Részeredmények	Célérték állapota																																							
<table border="1"> <tr><td>d_1</td><td>253.653</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_1</td><td>6.5616</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>d_2</td><td>120.820</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_2</td><td>1</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>d_3</td><td>175.12</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_3</td><td>2</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>μ_0</td><td>3.5</td><td></td></tr> </table>	d_1	253.653	m^2	p_1	6.5616	cm^{-2}	d_2	120.820	m^2	p_2	1	cm^{-2}	d_3	175.12	m^2	p_3	2	cm^{-2}	μ_0	3.5		<table border="1"> <tr><td>d</td><td>549.593</td><td>m</td></tr> <tr><td>$\mu_1 (\pm)$</td><td>1.4</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_2 (\pm)$</td><td>3.5</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_3 (\pm)$</td><td>2.5</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_d (\pm)$</td><td>4.5</td><td>cm</td></tr> <tr><td>p_d</td><td>0.61</td><td>cm^{-2}</td></tr> </table>	d	549.593	m	$\mu_1 (\pm)$	1.4	cm	$\mu_2 (\pm)$	3.5	cm	$\mu_3 (\pm)$	2.5	cm	$\mu_d (\pm)$	4.5	cm	p_d	0.61	cm^{-2}	Célérték-keresés G8 cellára: Megoldás található. Célérték: 4.5 Aktuális érték: 4.5 OK Mégse
d_1	253.653	m^2																																							
p_1	6.5616	cm^{-2}																																							
d_2	120.820	m^2																																							
p_2	1	cm^{-2}																																							
d_3	175.12	m^2																																							
p_3	2	cm^{-2}																																							
μ_0	3.5																																								
d	549.593	m																																							
$\mu_1 (\pm)$	1.4	cm																																							
$\mu_2 (\pm)$	3.5	cm																																							
$\mu_3 (\pm)$	2.5	cm																																							
$\mu_d (\pm)$	4.5	cm																																							
p_d	0.61	cm^{-2}																																							
<table border="1"> <tr><th colspan="3">Végeredmény</th></tr> <tr><td colspan="3">$d = 549.593 \text{ m} \pm 4.5 \text{ cm}$</td></tr> </table>			Végeredmény			$d = 549.593 \text{ m} \pm 4.5 \text{ cm}$																																			
Végeredmény																																									
$d = 549.593 \text{ m} \pm 4.5 \text{ cm}$																																									
<table border="1"> <tr><td>d_1</td><td>253.653</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_1</td><td>49</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>d_2</td><td>120.820</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_2</td><td>2.7119</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>d_3</td><td>175.12</td><td>m^2</td></tr> <tr><td>p_3</td><td>2</td><td>cm^{-2}</td></tr> <tr><td>μ_0</td><td>3.5</td><td></td></tr> </table>	d_1	253.653	m^2	p_1	49	cm^{-2}	d_2	120.820	m^2	p_2	2.7119	cm^{-2}	d_3	175.12	m^2	p_3	2	cm^{-2}	μ_0	3.5		<table border="1"> <tr><td>d</td><td>549.593</td><td>m</td></tr> <tr><td>$\mu_1 (\pm)$</td><td>0.5</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_2 (\pm)$</td><td>2.1</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_3 (\pm)$</td><td>2.5</td><td>cm</td></tr> <tr><td>$\mu_d (\pm)$</td><td>3.3</td><td>cm</td></tr> <tr><td>p_d</td><td>1.12</td><td>cm^{-2}</td></tr> </table>	d	549.593	m	$\mu_1 (\pm)$	0.5	cm	$\mu_2 (\pm)$	2.1	cm	$\mu_3 (\pm)$	2.5	cm	$\mu_d (\pm)$	3.3	cm	p_d	1.12	cm^{-2}	Célérték-keresés G8 cellára: Megoldás található. Célérték: 3.3 Aktuális érték: 3.3 OK Mégse
d_1	253.653	m^2																																							
p_1	49	cm^{-2}																																							
d_2	120.820	m^2																																							
p_2	2.7119	cm^{-2}																																							
d_3	175.12	m^2																																							
p_3	2	cm^{-2}																																							
μ_0	3.5																																								
d	549.593	m																																							
$\mu_1 (\pm)$	0.5	cm																																							
$\mu_2 (\pm)$	2.1	cm																																							
$\mu_3 (\pm)$	2.5	cm																																							
$\mu_d (\pm)$	3.3	cm																																							
p_d	1.12	cm^{-2}																																							
<table border="1"> <tr><th colspan="3">Végeredmény</th></tr> <tr><td colspan="3">$d = 549.593 \text{ m} \pm 3.3 \text{ cm}$</td></tr> </table>			Végeredmény			$d = 549.593 \text{ m} \pm 3.3 \text{ cm}$																																			
Végeredmény																																									
$d = 549.593 \text{ m} \pm 3.3 \text{ cm}$																																									

28. ábra Megoldás

Tapasztalatom szerint néha egészen irreális, de matematikailag helyes eredmények is kijöhetnek, továbbá minél bonyolultabb, hosszabb a számítás menete annál nehezebben használható. És hatalmas hátránya, hogy csak olyan cellára hivatkozhatunk, amiben egy konstans szám van.

A másik megoldás az Excel VÉL() függvényének használatán alapul. A feladata, hogy egy 0-1 közé eső véletlen, egyenletes eloszlású számot generáljon minden újraszámolásakor a munkalapnak. Ki lehet a mindenkor újraszámolást küszöbölni, ha a képlet beírása után F9-et nyomunk.

Első dolgunk meghatározni, melyik értéket szeretnénk megkapni. Ezt én +1 vagy -1 közt határoztam meg a kiemelt referenciaadathoz képest. A $=VÉL()*(S2-S3)+S3$ képlettel a maximális és minimális érték közé szorítottam a véletlenül generált számot. Majd a feladat megoldásakor alkalmazott képletek alapján visszaszámoljuk a változtatni kívánt adatot, úgy hogy a nem változó adatok konstansok. Esetünkben sajnos a gyökvonás miatt, ha a véletlen számunk túl kicsi, hibaüzenetet kapunk, de megfelelő újraszámítás után előbb-utóbb kapunk helyes megoldást.

Kiinduló adatok			Részeredmények			Kiinduló adatok			Részeredmények			μd max		5.3
d ₁	253.653	m ²	d	549.593	m	d ₁	253.653	m ²	d	549.593	m	μd min	3.3	
p ₁	49	cm ⁻²	μ ₁ (±)	0.5	cm	p ₁	3.0081	cm ⁻²	μ ₁ (±)	2.0	cm	μd rand	4.737868	
d ₂	120.820	m ²	μ ₂ (±)	3.5	cm	d ₂	120.820	m ²	μ ₂ (±)	3.5	cm	μ ₁	2.018017	
p ₂	1	cm ⁻²	μ ₃ (±)	2.5	cm	p ₂	1	cm ⁻²	μ ₃ (±)	2.5	cm	p ₁	3.008058	
d ₃	175.12	m ²	μ _d (±)	4.3	cm	d ₃	175.12	m ²	μ _d (±)	4.7	cm			
p ₃	2	cm ⁻²	p _d	0.66	cm ⁻²	p ₃	2	cm ⁻²	p _d	0.55	cm ⁻²			
μ ₀	3.5					μ ₀	3.5							
Végeredmény			Végeredmény			Végeredmény			Végeredmény			Végeredmény		
d = 549.593 m ± 4.32 cm			d = 549.593 m ± 4.32 cm			d = 549.593 m ± 4.74 cm			d = 549.593 m ± 4.74 cm			d = 549.593 m ± 4.74 cm		

29. ábra Véletlen szám megoldás

Persze ez rettentő körülményes, ha bonyolult és hosszas feladatot készítünk, de ilyen esetekben kifizetődő. Ráadásul, ha esetleg több változóval dolgozunk, akkor is kaphatunk jó megoldásokat, csak többször kell frissíteni a munkalapot, vagy a HA függvények segítségével be kell iktatni vizsgálatokat.

10. Összefoglalás

A szakdolgozat készítése során hatalmas előny volt az, hogy mindezen feladatokat már egyszer az adott tárgyak keretében elvégeztem. Mégis öröm volt újra elkészíteni őket, mert más tárgyaknál, olyan ismereteket szereztem, amik megkönnyítették a dolgomat.

A világos, könnyen érthető feladatkiírások, képletgyűjtemények, példafeladatok nagyon megkönnyítették a munkát, de törekedtem arra, hogy saját kútfőből dolgozzam. A konkrét megoldás közben remélem meg is látszik.

A megoldások szépsége abban rejlik, hogy ha 2 év múlva leülnék, nem feltétlenül ugyanilyen formában, ilyen képletekkel oldanák meg bizonyos dolgokat. Sőt mivel elég hosszú idő alatt készült el a 11+1 modul, azt is észre lehet venni, miket készítettem előbb, vagy később.

A programozási részre sehol sem tértem ki, mivel úgy gondolom, pont az az Excel szépsége, hogy egyszerű és könnyen érthető, bárkinek, akinek van valamilyen informatikai tapasztalata, míg programozni tudni már jóval nehezebb kihívás.

Sajnos terjedelmi okokból nem tudtam kitérni a példákön kívüli feladatokra. Az olvasóra bízom, hogy tekintse meg hogyan működik az FKERES függvény a gyakorlatban. Javaslom a 2. vagy 11. modul feladatait, mert az ábrázolások igen látványosak.

Vannak olyan munkarészek, melyekre nem hivatkozom, sőt a nyomtatott mellékletben sem találhatóak. Ezek a következők:

- 1, 4 feladat alapadataihoz HungaPro-val készített állományok
- 1-es feladathoz készített Google Earth-ben megjelenő pontjegyzék

Azért, mert az alapadatok közt a táblázatokban benn vannak ezek az értékek.

- a feladatok továbbgondolásából következő táblázatok
- a bemutatott példafeladatok az Excel használhatóságának témaköréből

Azért, mert a beillesztett képek alapján könnyen előállíthatóak az információk

- a 2*4 beszúrt kép a saját magam által készített régebbi táblázatokból

Azért, mert ezek a táblázatok nem szerves részei a szakdolgozatnak, de képként tökéletesen beleillenek bizonyos részeik.

Természetesen a mellékelt CD-n ezek is megtalálhatóak.

Irodalomjegyzék

Feladatkiírások

Dr. Bácsatyai László MATEMATIKAI GEODÉZIAI SZÁMÍTÁSOK 2011 TÁMOP modul (01-11)

<http://egeo.geo.info.hu/mod/folder/view.php?id=25>

Csepregi et al, 2009. GEODÉZIA I.32. Oldal

Felhasznált irodalom

Excel Súgó és útmutató (be van építve az Excel programba)

Csepregi et al, 2009. GEODÉZIA I.

Bácsatyai László 2005 MAGYARORSZÁGI VETÜLETEK Sopron

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/magyarorszgi_vetletek.pdf

Bácsatyai László 2012 VETÜLETTAN jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/vetulettan_2012.pdf

Bácsatyai László 2012 KIEGYENLÍTŐ SZÁMÍTÁSOK jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/kiegyenltg_szmtsok_jegyzet_2012.pdf

Bácsatyai László 2012 FELSŐGEODÉZIA jegyzet Székesfehérvár

http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-felsogeod/felsogeodezia_2010.pdf

Felhasznált online irodalom

<http://www.excelexpert.hu/excel-tippek.html>

http://en.wikipedia.org/wiki/Microsoft_Excel

<http://www.threedify.com/en/3d-design-and-modelling/office-add-on/excel-xyz>

<http://www.microsoft.com/hun/news/cegprofil/microsoft-tortenete/>

<http://office.microsoft.com/hu-hu/excel-help/az-excel-2010-ujdonsagai-HA010369709.aspx?CTT=1>