

# Óbudai Egyetem

Doktori (PhD) értekezés



## Mamdani-típusú következtetési rendszeren alapuló kockázatiértékelő módszerek optimalizálása

Tóthné Laufer Edit

Témavezetők:

Rudas Imre, DSc

Takács Márta, PhD

**Alkalmazott Informatikai és Alkalmazott Matematikai  
Doktori Iskola**

**Budapest, 2014. június**

### Szigorlati bizottság:

Tar József, egyetemi tanár, DSc, elnök

Krómer István, egyetemi tanár, DSc

Kovács Szilveszter, egyetemi docens, PhD, ME

### Nyilvános védés teljes bizottsága:

### Nyilvános védés időpontja:

# TARTALOMJEGYZÉK

<b>KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS.....</b>	<b>6</b>
<b>BEVEZETÉS.....</b>	<b>7</b>
<b>1. KOCKÁZATKEZELÉS.....</b>	<b>11</b>
1.1 A KOCKÁZAT ÉS BIZONYTALANSÁG FOGALMA.....	11
1.2 ISO ELVEK A KOCKÁZATKEZELÉSBEN.....	12
1.3 A KOCKÁZATKEZELÉS FŐ LÉPÉSEI.....	12
1.4 A KOCKÁZATI TÉNYEZŐK AZONOSÍTÁSA, RENDSZEREZÉSE.....	14
1.5 A KOCKÁZATÉRTÉKELÉS SORÁN ALKALMAZHATÓ ALAPVETŐ MODELL TÍPUSOK.....	15
1.5.1 Mennyiségi modellek.....	15
1.5.2 Fuzzy logikán alapuló modellek.....	16
1.6 A KOCKÁZAT KEZELÉSE.....	16
<b>2. A FUZZY MEGKÖZELÍTÉS.....</b>	<b>18</b>
2.1 ALAPFOGALMAK.....	18
2.1.1 Fuzzy halmazelmélet.....	18
2.1.2 Fuzzy halmazok jellemzői.....	19
2.1.3 Fuzzy operátorok.....	20
2.1.3.1 Fuzzy metszetek (t-norma).....	20
2.1.3.2 Fuzzy uniók (konorma).....	21
2.2 KÖVETKEZTETÉSI RENDSZEREK.....	22
2.2.1 A közelítő következtetési rendszerek.....	22
2.2.2 Implikáció és következtetés.....	23
2.2.3 Az általános fuzzy következtetés modellje.....	24
2.2.3.1 Az illeszkedés mértékének meghatározása (fuzzifikálás).....	25
2.2.3.2 Az illetékességi szint meghatározása.....	25
2.2.3.3 Aggregáció.....	25
2.2.3.4 Defuzzifikáció.....	27
<b>3. A SZÁMÍTÁSI BONYOLULTSÁG ÉS IDŐ CSÖKKENTÉSE VALÓS IDEJŰ RENDSZEREKBEN.....</b>	<b>30</b>
3.1 IRODALMI ÁTTEKINTÉS.....	30
3.1.1 Strukturális kockázatkezelő modellek.....	30
3.1.2 Redukciós módszerek.....	31
3.2 A KIÉRTÉKELŐ STRUKTÚRA EGYSZERŰSÍTÉSE.....	34
3.2.1 Fuzzy következtetési rendszerek összehasonlítása.....	34
3.2.2 Hamacher operátorok.....	35
3.2.3 Diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer.....	37

3.2.4	<i>Az azonos kimenetű szabálypremisszák összekapcsolása Mamdani-típusú következtetési rendszerben.....</i>	45
3.2.5	<i>Az azonos kimenetű szabálypremisszák összekapcsolása diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben.....</i>	48
<b>4.</b>	<b>ANYTIME MODELL – HOSVD ALAPÚ REDUKCIÓ.....</b>	<b>57</b>
4.1	AZ SVD ÉS A HOSVD ALAPÚ REDUKCIÓ.....	57
4.2	EKVIDISZTÁNS FELOSZTÁSON ALAPULÓ ÚJ TAGSÁGI FÜGGVÉNY SZÁMÍTÁSA HOSVD REDUKCIÓ ESETÉN .....	61
4.2.1	<i>Az új tagsági függvényeket kiszámító eljárás az eredeti algoritmus szerint .....</i>	62
4.2.2	<i>Az eredeti eljárás műveletigénye .....</i>	63
4.2.3	<i>Az ekvidisztáns felosztáson alapuló új tagsági függvény számítás algoritmus.....</i>	64
4.2.4	<i>A tömbindex meghatározásának műveletigénye .....</i>	65
4.3	HIBASZÁMÍTÁS.....	65
4.3.1	<i>A HOSVD alapú redukció hibaszámítása hierarchikus rendszerben .....</i>	66
4.3.2	<i>A HOSVD alapú redukció mértékének optimalizálása .....</i>	75
<b>5.</b>	<b>FELHASZNÁLÓ-SPECIFIKUS KIÉRTÉKELÉS .....</b>	<b>80</b>
5.1	FELHASZNÁLÓ-SPECIFIKUS TAGSÁGI FÜGGVÉNY-HANGOLÁS SZISZTOLÉS VÉRNYOMÁS ÉRTÉKEK KIÉRTÉKELÉSÉHEZ.....	80
5.2	FUZZY ALAPÚ KOCKÁZATKIÉRTÉKELŐ KERETRENDSZER TERVEZÉSE.....	81
5.2.1	<i>AHP (Analytic hierarchy process).....</i>	82
5.2.2	<i>A kiértékelés folyamata.....</i>	83
5.2.3	<i>Adatbázisterv .....</i>	84
5.2.3.1	<i>Egyed-kapcsolat diagram .....</i>	86
5.2.3.2	<i>Relációs adatbázisséma .....</i>	87
<b>6.</b>	<b>GYAKORLATI EREDMÉNYEK.....</b>	<b>89</b>
6.1	SPORTTEVÉKENYSÉG KOCKÁZATI SZINTJÉNEK KISZÁMÍTÁSÁRA SZOLGÁLÓ MODELL LÉTREHOZÁSA .....	89
6.1.1	<i>Az alapmodell felépítése .....</i>	89
6.1.2	<i>Az alapmodell validálása.....</i>	93
6.1.3	<i>Bemenő adatok .....</i>	95
6.1.4	<i>Mérőeszközök .....</i>	97
6.2	A KIÉRTÉKELŐ STRUKTÚRA EGYSZERŰSÍTÉSE A MODELLBEN .....	98
6.2.1	<i>Tesztkörnyezet.....</i>	98
6.2.2	<i>Teszt eredmények.....</i>	99
6.3	ANYTIME MODELL KIDOLGOZÁSA, HOSVD REDUKCIÓ ALKALMAZÁSA A KIÉRTÉKELŐ MODELLEN .....	99
6.3.1	<i>A rendszer leírása.....</i>	100
6.3.2	<i>Tesztkörnyezet.....</i>	101

6.3.3	<i>Teszt eredmények</i> .....	102
6.4	FELHASZNÁLÓ-SPECIFIKUS TAGSÁGI FÜGGVÉNYHANGOLÁS .....	105
6.4.1	<i>A vizsgált jellemzők meghatározása</i> .....	105
6.4.2	<i>A felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvények meghatározása</i> .....	108
6.4.3	<i>Tesztkörnyezet</i> .....	110
6.4.4	<i>Teszt eredmények</i> .....	111
6.5	FUZZY ALAPÚ KOCKÁZATKIÉRTÉKELŐ KERETRENDSZER FEJLESZTÉSE .....	112
6.5.1	<i>A rendszer leírása</i> .....	113
6.5.2	<i>Tesztkörnyezet</i> .....	114
6.5.3	<i>Teszt eredmények</i> .....	114
	<b>ÖSSZEGZÉS (TÉZISEK) .....</b>	<b>116</b>
	<b>AZ EREDMÉNYEK HASZNOSÍTÁSA, TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK.....</b>	<b>122</b>
	<b>FELHASZNÁLT IRODALOM .....</b>	<b>123</b>

# KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezúton szeretnék köszönetet mondani témavezetőimnek, Prof. Dr. Rudas Imrének és Dr. Takács Mártának sokéves szakmai támogatásukért, eredményeim elérésében, értekezésem elkészítésében nyújtott magas színvonalú, folyamatos és áldozatos segítségükért.

Köszönöm az Alkalmazott Informatikai Doktori Iskola tagjainak, különösen vezetőségének, Prof. Dr. Galántai Aurélnak és Prof. Dr. Horváth Lászlónak a szakmai észrevételeket, a folyamatos ösztönzést, valamint a rendszeres nemzetközi szintű előadási és publikációs lehetőség biztosítását.

Köszönettel tartozom Prof. Dr. Várkonyiné Kóczy Annamáriának, szakmai segítségéért valamint azért, hogy lehetőséget biztosított kutatócsoportokban való részvételre és ezen keresztül a munkámhoz szükséges eszközi feltételek megteremtésére.

Az orvosi háttérrel kapcsolatos segítségért és a tesztadatbázisok biztosításáért köszönetet mondok Dr. Keresztényi Zoltánnak, valamint az Óbudai Egyetem Biotech Laborjának.

Köszönöm Dr. Rövid Andrásnak és Dr. Kozlovszky Miklósnak a szakmai konzultációkat, inspirációt, iránymutatást.

Szeretném megköszönni Szedmina Líviának, hogy a publikációk nyelvi lektorálásában folyamatosan segítséget nyújtott.

Köszönöm a doktori iskola tanárainak, Prof. Dr. Galántai Aurélnak, Dr. Takács Mártának, Prof. Dr. Krómer Istvánnak, Prof. Dr. Rudas Imrének, Prof. Dr. Dombi Józsefnek, Prof. Dr. Fullér Róbertnek, Prof. Dr. Kelemen Jozefnek és Prof. Dr. Várkonyiné Kóczy Annamáriának, hogy a képzés során betekintést nyújtottak a szakterületükhöz tartozó tudományos ismeretekbe, ezáltal segítették a kutatás irányainak meghatározását.

Köszönöm családomnak a végtelen türelmet, biztatást és áldozatvállalást, amivel az értekezésem elkészítését lehetővé tették.

# BEVEZETÉS

A kockázatkezelés egyre gyakrabban kerül újra a kutatások középpontjába, hiszen az elmúlt évek gazdasági válsága, a környezeti és éghajlati szélsőségek, vagy az orvosi diagnosztika területén az újabb felismerhető és mérhető rizikófaktorok megjelenése, a korábbiaknál hatékonyabb kockázatkiértékelő rendszermodelleket igényelnek. A rendszerparaméterek nagy száma és összefüggéseik bonyolultsága a modell komplexitását eredményezi, amit a megfelelő módon kezelni kell. A kockázati tényezők között egyaránt szerepelnek kvalitatív és kvantitatív módon leírtak is, ezért a kiértékelés során olyan eszközre van szükség, ami képes mindkét bemenettípus kezelésére. A kockázatkezelő rendszereknél gyakran tapasztalható bizonytalanságot, a tényezők meghatározásában és a kiértékelésben rejlő szubjektivitást is figyelembe véve ilyen típusú rendszerekben a lágy számítási módszerek alkalmazására van igény [1],[2]. A kutatás során elsősorban az élettani tényezőket vizsgáló rendszerekre fókuszáltam, melyek szerves részei műszaki, természeti és társadalmi környezetünknek és általánosított, többszintű kockázatkezelési modelleket igényelnek. A kockázatkezelés irodalmi áttekintése az 1., a fuzzy következtetési rendszerek ismertetése a 2. fejezetben szerepel.

A rendszeres testmozgás kedvező élettani hatásai, fontos szerepe a prevencióban, rehabilitációban mindenki számára ismertek: mérsékli a testsúlyt és a vérnyomást, szabályozza a szívritmust, javítja az anyagcsere-folyamatokat, csökkenti a szív- és érrendszeri betegségeket, az agyi érkatasztrófa (stroke), a cukorbetegség, a csontritkulás és az ízületi elváltozások kockázatát. Lelki problémák esetén is kedvezően hat, oldja a szorongást, enyhíti a depressziót, ami szintén kedvező hatást gyakorol a szervezetre. Ismert tény az is, hogy a testmozgás hiánya hosszú távon egészségromlást eredményez, ezáltal rontja az életminőséget. Fontos azonban azt is megjegyezni, hogy a nem megfelelő (káros, vagy túlzásba vitt) sporttevékenység veszélyes is lehet. Ilyen problémát okozhat, ha nem az adottságainknak, aktuális fizikai állapotunknak megfelelő mozgásformát, intenzitást, gyakoriságot, vagy időtartamot választunk. Annak érdekében, hogy a tevékenység biztonságosan végezhető legyen, figyelembe kell venni a személy alapvető fiziológiai jellemzőit, a krónikus betegségeit, az aktuális állapotát, életkorát és számos egyéb tényezőt. A kockázati tényezők nagy száma és a kiértékelés folyamatának komplexitása miatt a kockázati szint kiértékelésére szolgáló valós idejű

rendszer megvalósítása indokolt, amely folyamatosan elemzi az éppen aktuális kockázati szintet.

Az egész világot érintő öregedő népesség problémája miatt a monitorozó rendszerek elsősorban a krónikus betegségekkel küzdő idős emberekre fókuszálnak, akik gyakran egyedül, felügyelet nélkül töltik napjaikat, ezért a vészhelyzet bekövetkezése igen gyakori. Monitorozó rendszerek használatával azonban jelentősen csökkenthető a mortalitás, illetve a betegség lefolyása is kedvezőbb lehet egy időben észlelt probléma esetén [3]. Az időben történő riasztás, ami a megfelelő személyhez érkezik kritikus fontosságú [4]. Hasonló jelentőségű a sporttevékenység monitorozása a megfelelő teljesítmény elérésén túl a váratlan problémák okozta veszélyhelyzetek elhárításában.

Valós idejű kiértékelés esetén elengedhetetlen, hogy a megfelelő pontosságú eredmény a megfelelő időben álljon rendelkezésre. Ez a követelmény abban az esetben teljesíthető, ha a rendszer komplexitása, ezáltal a kiértékelés számítási bonyolultsága nem nagyobb a szükségesnél, ezek minimumára kell törekedni úgy, hogy ez ne menjen az eredmény pontosságának rovására. A gondos állapotfelmérés ellenére is előfordulhatnak váratlan krízis helyzetek, amikor gyors döntésre van szükség a súlyos következmények elkerülése érdekében. Ilyen esetekben a válaszidő hatalmas jelentőséggel bír, a veszélyes tevékenységről minél előbb jelzést kell küldeni és azonnal leállítani azt. Fontos szempont, hogy a kiértékelést a lehető legrövidebb idő alatt el lehessen végezni és a megfelelő pontosságú, megbízható eredmény időben álljon rendelkezésre. A rendszer csoportosított, hierarchikus felépítése az átláthatóság, könnyű kezelhetőség és bővíthetőség mellett a számítási bonyolultságot és időt is csökkenti az egyszintű rendszerekhez képest, de különböző redukciós technikák alkalmazásával a részrendszerek tovább egyszerűsíthetők, gyorsítva a kiértékelést. A számítási bonyolultság és idő csökkentésével kapcsolatos eredményeket a 3., a rendszer pillanatnyi működését az optimálisához közelítő anytime modellt a 4. fejezetben ismertetem.

A számítási bonyolultság csökkentése érdekében redukált modell kiértékelésekor nem minden esetben kapunk ugyanolyan pontosságú eredményt, mint a teljes modell alkalmazásakor. Bizonyos esetekben a gyorsabb reakcióidő elérése érdekében valamilyen mértékű pontatlanság elfogadható, ha ezáltal elkerülhetők a krízishelyzetek. Ezt a közelítő eredmények esetén megengedhető hibahatárt előzetesen kell definiálni. A 4. fejezetben hierarchikus csoportosított struktúrájú anytime modell mellett annak alrendszereire önállóan alkalmazott HOSVD redukció következtében fellépő hiba



továbbterjedésének hatását is vizsgálom. Ennek megfelelően megadok egy általános képletet a HOSVD alapú redukciós hiba hierarchikus rendszerben értelmezett továbbterjedésére vonatkozóan. A képletben a hibakorlát a körülményektől függően változtatható és figyelembe veszi azt az esetet, ha nem minden bemeneten van továbbterjedő hiba.

A kiértékelés eredményének elfogadhatósága nem csak a pontosságtól függ, hanem attól is, hogy az mennyire valóságos. Páciensmonitorozó rendszerekben többnyire nem adhatók meg általánosan az egyes tényezők határértékei. Nincs általános definíció arra, hogy mi tekinthető normális, emelkedett, vagy esetleg abnormális értéknek. Az orvostudományban ugyan használnak abszolút leírásokat, de valós eredmény csak a személyre szabott határértékek megadásával kapható. A lehetőségekhez mérten felhasználó-specifikus kiértékelésre van szükség, ami az egyéni jellemzőket is felhasználja a kockázat kiszámítása során. Ilyen alapvető paraméterek lehetnek a szisztolés vérnyomás határainak meghatározásakor a páciens neme, életkora, nyugalmi vérnyomása, valamint az edzés célja, vagy az illető egészségi állapota, mint befolyásoló tényezők. Ezen paraméterek figyelembe vételével egyéni határértékek adhatók meg, de ezek az átmenetek nem definiálhatóak pontos számként, hiszen nem húzható meg éles határ ameddig a vérnyomás érték normálisnak tekinthető, és az annál nagyobb érték már kóros. Ez az oka annak, hogy a fuzzy megközelítés orvosi alkalmazásokban és a kockázatkezelés területén is előnyösen használható, mivel lehetővé teszi az elmosódott határok alkalmazását [5]. A tagsági függvények a személyes értékek megadásával egyénileg hangolhatók, ami alapvető fontosságú annak érdekében, hogy a lehető legmegbízhatóbb kockázati szintet számíthassuk ki.

Páciensmonitorozó rendszerek esetén a páciens-specifikus kiértékelés az egyéni adottságok, életkörülmények és az orvosi ajánlások figyelembevételén túl magában kell, hogy foglalja a figyelembe veendő paraméterek között fennálló bonyolult kölcsönhatásokat, melyek könnyebben megadhatók a páciens kórtörténet ismeretében, az esetlegesen meglévő előző mérések elemzésével a felhasználóra szabottan. Ezen igények kielégítésére, valamint a kockázati tényezők nagy számának kezelésére egy robusztus, flexibilis, nagyfokú adaptációs képességgel rendelkező kockázatkértékelő keretrendszer kidolgozása szükséges. A könnyű bővíthetőség, és átláthatóság elérése érdekében célszerű egy általánosított, moduláris felépítésű rendszerstruktúra alkalmazása, melynek alapját a specifikusan paraméterezhető alrendszerek képezik [6].

Az adaptív modell létrehozására alkalmazható technikákat, a felhasználó-specifikus függvényhangolást és a fuzzy alapú kockázatkéértékelő keretrendszer tervét az 5. fejezetben ismertetem.

A dolgozat 6. fejezetében a kutatás során elért gyakorlati eredményeimet mutatom be.

# 1. KOCKÁZATKEZELÉS

A kockázat fogalmának meghatározására számos definíció született a történelem során, melynek összefoglalását adja Bélyácz [7]. A kockázatkezelés egy gyorsan fejlődő tudomány, azzal kapcsolatban, hogy a kockázat hogyan definiálható, mi tartozik bele, és ezek a tényezők hogyan kezelhetők, több nézőpont létezik. Ennek egységesítésére hozták létre az ISO által definiált standardot, amit az 1.2 fejezetben ismertetek [8]. Az ISO definíciója szerint a kockázat egy esemény bekövetkezési valószínűségének és az általa okozott következményeknek a kombinációja [9]. A kockázatkezelés feladata a kockázati tényezők azonosítása, mérése és ezek fontosságának meghatározása, majd a kapott eredmények alapján a kockázati tényezők minimalizálása, kontrollálása, következtetések levonása [10],[11]. A felhasznált technikákat más területekről a rendszer menedzsmentből vették át.

## 1.1 A kockázat és bizonytalanság fogalma

A kockázat és bizonytalanság fogalma az évszázadok során sokat változott. Habár a régi görögök is felismerték jelentőségüket, egészen a XIX. század végéig nem tekintették a tudomány részének azokat. Később újabb és újabb értelmezések születtek, de jelentős változás csak a II. világháború után következett be, ekkor került a tudomány látókörébe. Napjainkra pedig az emberi tevékenységek szinte minden területén a tudományos kutatások élvonalába tartozik a kockázat- és bizonytalanságkezelés. A döntések meghozatalakor a rendelkezésre álló információk alapján bizonyos mértékű bizonytalanság van jelen. Attól függően, hogy ezek mennyire írják le a lehetséges eseményeket, különböző bizonytalanságtípusokat különböztethetjük meg. Ha a rendszer állapota minden a jelenlegitől különböző időpontban ismeretlenek, nem strukturált bizonytalanságról beszélhetünk. Ha a rendszer állapotai ismertek, de ezeket nem tudjuk időhöz kötni, vagyis nem látjuk előre, hogy melyik állapot mikor következik be, a bizonytalanság strukturáltnak nevezhető. A valóságban ritkán fordul elő a nem strukturált bizonytalanság, általában rendelkezésre áll valamilyen információ a lehetséges állapotokra vonatkozóan, ezért a bizonytalanság fogalma alatt általában a strukturált bizonytalanságot értjük. Kockázatról akkor beszélünk, ha ismertek a rendszer állapotai és annak a jelenlegitől eltérő időpontban jellemző valószínűségi törvényszerűségei is, de nem ismerjük az esemény konkrét kimenetelét. Amennyiben

ismertek az állapotok és azok időfüggése, vagyis bármely időpontra meghatározható a kimenet, a bizonyosság fogalmával állunk szemben [12]. Megfelelően specifikált rendszer és statisztikai törvényszerűségek alkalmazása esetén a bizonytalanság helyett már kockázatról beszélhetünk. A cél ilyen rendszerek létrehozása, hiszen ezek már megfelelő alapot szolgáltatnak a kockázatkezelő stratégia kidolgozásához.

Mérnöki szempontból a kockázat a következmények és azok fontosságának kombinációjaként definiálható, vagyis a veszélyek bekövetkezésének gyakoriságát vagy valószínűségét, illetve a veszély által kiváltott valószínűsíthető következmények nagyságrendjét is figyelembe kell venni [13]. A bizonytalanság mindig a következményekkel kapcsolatos tudáshiányból adódik, ha nem ismerjük a veszélyek bekövetkezésének valószínűségét, azok nagyságrendjét, illetve az általuk okozott következmények bizonytalanok (episztemikus bizonytalanság), vagy a kimenetek meghatározása valószínűség számításra épül (sztochasztikus bizonytalanság) [12].

## **1.2 ISO elvek a kockázatkezelésben**

A kockázatkezelésre vonatkozó ISO által definiált standardnak köszönhetően az erre vonatkozó elvek a következőképpen foglalhatók össze.

- teremtsen értéket
- legyen szerves része a folyamatnak
- épüljön be a döntési folyamatba
- egyértelműen határozza meg a bizonytalanságot
- legyen szisztematikus és strukturált
- az elérhető legjobb információkon alapuljon
- legyen a célnak megfelelő
- vegye figyelembe az emberi tényezőket
- legyen egyértelmű és mindent magába foglaló
- legyen dinamikus, a változásokra érzékeny
- legyen folyamatosan bővíthető, fejleszthető.

## **1.3 A kockázatkezelés fő lépései**

A hatékony kockázatértékelő modell létrehozása, illetve módosítása során alaposan átgondolt tervre van szükség a kockázati szint megbízható meghatározása és kezelése érdekében. Az alkalmazási területtől függően ugyan különbözhetnek a tervezés során

végrehajtandó lépések, de a következőkben ismertetésre kerülő alapvető pontokban megegyeznek.

1. A modell alkalmazási területének és céljának meghatározása.
2. A rendszerkövetelmények meghatározása, ami a technológiai követelményeken túl tartalmazza az alapvető definíciókat, feltételezéseket, a modellstruktúrát, az összefüggéseket és a körülményeket is [13].
3. A kockázati tényezők, illetve a potenciális kockázati tényezők azonosítása a rendszerben.
4. Az azonosított kockázati tényezők rendszerezése, mérése, kiértékelése melynek célja a kockázat szintjének meghatározása és kezelése, valamint a bekövetkezés valószínűségének megadása. Némely tényező egyszerűen mérhető, de nem minden adattal kapcsolatban állnak rendelkezésre statisztikai adatok, ami nehézséget okozhat, ennek kezelését is ebben a lépésben kell megtervezni. A hatások leírása mennyiségi és minőségi jellemzőkkel egyaránt történhet.
5. Kockázatértékelés, ami tartalmazza a döntési és következtetési folyamatot, valamint a kockázati tényezőkre adható válaszreakciókat. Legfontosabb kérdés ebben a szakaszban az, hogy elfogadható-e a kockázat [14].
6. Visszacsatolós és fejleszthető kockázatkezelő rendszerek esetén illetve a tervezés során monitorozás, felül bíráló, ami biztosítja a rendszer dinamikusságát, fejleszthetőségét, ellenőrzését és helyességének vizsgálatát. A fejlesztés során új kockázati tényezők is beépíthetők a rendszerbe, amelyek kimaradtak a kezdeti modellből, illetve a kockázatok a tapasztalatok alapján más formában is leírhatók. A fejlesztés célja az esetleges hamis pozitív, illetve hamis negatív esetek minimalizálása is [14].
7. A kockázat csökkentése a legmegfelelőbb, a maximális biztonságot nyújtó válaszreakció megadásával.

A jövőben a komplex kockázatkezelő rendszerek esetén a figyelembe vehető kockázati tényezők számának növekedése várható a kiértékelésben, melyek kezelése a bonyolult kölcsönhatások következtében leginkább egy általánosított moduláris felépítésű kockázatkezelő rendszert létrehozva valósítható meg, melynek alapjául a specifikus, paraméterezhető alrendszerek szolgálnak [6]. Ezeket a rendszereket a robusztusság, flexibilitás és a nagyfokú adaptációs képesség jellemzi.

## **1.4 A kockázati tényezők azonosítása, rendszerezése**

Nagyméretű rendszereknél alapvető fontosságúak a megfelelő adatok, a rendelkezésre álló statisztika és a szakértői vélemények ismerete [13]. Valós idejű páciensmonitorozó rendszerek esetén a kockázatot közvetlenül befolyásoló tényezők mellett az egyéni adottságokat is figyelembe kell venni, hiszen azok hatással vannak a személy terhelhetőségére és a kockázati szint értékelésekor is figyelembe kell venni őket. Ezek a befolyásoló tényezők konstans, vagy kvázi-konstans paraméterek, melyek a monitorozás közben nem változnak, esetleg a következő méréskor kell más értékkel számolni. Konstans paraméter lehet például a páciens neme, kvázi-konstans pedig a foglalkozása, életkora, illetve a krónikus betegségek, melyek bármikor kialakulhatnak, illetve a súlyosságuk is változhat. A kockázatot közvetlenül befolyásoló tényezők a monitorozás közben mért, valós időben változó tényezők, mint például a páciens pulzusszáma, vérnyomása, vagy légzésszáma. Valós idejű komplex rendszerek tervezésekor mérlegelni kell, hogy mely valós időben mérendő kockázati tényezők azok, amik nélkülözhetetlenek a kockázat becsléséhez, hiszen nincs lehetőségünk arra, hogy az összes szóba jöhető tényezőt figyelembe vegyünk. Igaz ugyan, hogy minél több tényező alapján történik a kiértékelés, annál pontosabb a közelítés, de ezzel párhuzamosan a számításigény nő és a rendszer kevésbé kezelhetővé válik. Ennek az ellenkezője is igaz, ha a számítási bonyolultság csökken és kezelhetőbb a rendszer, a közelítés pontatlanabb lesz. Meg kell találni azt az optimális megoldást, ahol mind a pontosság mind a számítási bonyolultság és a kezelhetőség elfogadható. Ennek megfelelően a leginkább meghatározó tényezőket kell kiemelnünk és beépíteni a rendszerbe, ezek esetleges súlyozásával, amennyiben az szükséges [5],[15].

A tényezők csoportosításakor alapvető szempont, hogy az adott tényező a konstans, kvázi-konstans, vagy a valós időben változó tényezők közé tartozik. A konstans és a kvázi-konstans tényezők kiértékelését amennyire lehetséges célszerű különválasztani a valós idejű tényezőktől, így azok offline értékelhetők, a számítási bonyolultságot és időt valós időben nem növelve. Fontos szempont a tényezők rendszerezésekor, hogy olyan csoportosításukat adjuk meg, ami lehetővé teszi hierarchikus csoportosított struktúrájú rendszer felépítését. Ehhez szükséges, hogy az egyes csoportok létrehozásakor az összes tényező valódi részalmazait képezzük. A hierarchikus szerkezet jelentősen csökkenti a rendszer komplexitását, egyrészt a már említett offline és real-time feldolgozás különválaszthatóságával, másrészt az egyes tényezőcsoportok

által alkotott alrendszerekben jóval kevesebb szabály szükséges, mint egy egyszintű rendszer esetén. Ilyen módon a szabálysám bemenetektől függő exponenciális nagyságrendje lineárisra csökkenthető ilyen módon.

Orvosi háttérű rendszerekben gyakran használnak nem számszerűsíthető jellemzőket, melyek meghatározása szubjektív lehet. Ilyen tényező például az illető arcszíne (sápadt, normális, kipirult) vagy, hogy mennyire stresszes egy foglalkozás. Ezek a szubjektív, kontextus-függő bemenetek nem adhatók meg crisp értékekkel, helyette a fuzzy halmazok használata indokolt, amelyek „alkalmasak a bizonytalan határokkal rendelkező természetes nyelvi fogalmak reprezentálására” [16]. A kiértékeléskor alkalmazott határértékeknek mindig személyre szabottnak kell lenniük, ezért általánosságban megadott értékhatárok használatára többnyire nincs lehetőség, azok nem mindig teszik lehetővé a pontos helyzetértékelést. A tényezők közötti bonyolult kölcsönhatások a szakértők számára is nehezen átláthatók, de a konkrét személy kórtörténetét ismerve megtervezhető a páciens számára legmegfelelőbb mozgásforma a számára betartandó határértékekkel együtt. Ebből következően a monitorozás biztonságának növelése érdekében a tevékenység megkezdése előtt érdemes egy orvosi konzultáció során egyeztetni az egyéni határértékeket és a kiértékelés során ennek megfelelően egyénileg hangolt fuzzy tagsági függvényeket használni.

## **1.5 A kockázatértékelés során alkalmazható alapvető modell típusok**

### **1.5.1 Mennyiségi modellek**

A mennyiségi modellek a szakértői rendszerek jól ismert matematikai modelljein alapulnak, melyek közül a legismertebbek a mennyiségi optimum számítás [17], a statisztikai hipotézis vizsgálat [18], a valószínűség számítás [19], a hatásvizsgálat [20] és a Monte Carlo szimuláció [21]. Az ilyen típusú modellek jól használhatók, ha megfelelő mennyiségű és minőségű adat áll rendelkezésre. Alkalmazhatóságuknak határt szab azonban, hogy a kidolgozásához szükséges mérések és maga a kidolgozás hosszú időt vesz igénybe alkalmazásuk pedig idő- és számításigényes, ami komplex rendszerek esetén megengedhetetlen. Valós alkalmazásokban általában nincs mód a szükséges részletes mennyiségi adatok megszerzésére és a problémák pontatlanul definiált, bizonytalan és szubjektív volta is akadályt jelent, mivel ezek a modellek nem

képesek az ilyen típusú jellemzők kezelésére. Hátrányos tulajdonságuk az is, hogy nem teszik lehetővé a szakértő tudás nyelvi formában történő reprezentálását.

A kockázatkezelő rendszerek sokparaméteres, sokkritériumos komplex rendszerek, az adatokban és a kiértékelés folyamatában rejlő bizonytalansággal, pontatlansággal. A megoldó algoritmusok tudásalapúak, amihez nyelvi formában leírt modellek szükségesek és a döntési folyamatban mind az objektív mind a szubjektív tudás (definíciós, oksági, statisztikai, heurisztikus) megjelenik. Ezen feltételeket figyelembe véve látható, hogy ilyen típusú problémák esetén a mennyiségi modellek helyett, sokkal inkább a lágy számítási módszerek alkalmazása indokolt, melyek képesek a komplexitás és a bizonytalanság felhasználóbarát, nyelvi leírásokat is alkalmazó kezelésére [6].

### **1.5.2 Fuzzy logikán alapuló modellek**

A fuzzy szemlélet kialakulása L.A. Zadeh nevéhez fűződik, aki a 60-as években publikálta azt a módszert, ami korábban matematikailag leírhatatlan nyelvi változókat használ [22]. A fuzzy logikán alapuló modellek képesek kezelni az adatokban és a kiértékelés folyamatában rejlő bizonytalanságot, pontatlanságot, szubjektivitást, ezáltal jóval realisabb eredményt szolgáltatva. Ezek a modellek abban az esetben is jól használhatók, ha a szakértőknek nincs elegendő megbízható adatuk a statisztikai modell leírásához [23]. A fuzzy alapú technikák leginkább olyan helyzetben működnek jól, amikor kevés a rendelkezésre álló adat, az ok-okozati összefüggés nem elég precíz, vagy a megfigyelések és a feltételek leírhatók nyelvi formában [24]. A fenti jellemzők teszik alkalmassá a kockázatkezelés és az egészségügy területén való alkalmazásra, hiszen az ott alkalmazott modellekben rengeteg a bizonytalanság, szubjektivitás és általában nem lehetséges ezek statisztikai modellezése [25]. A fuzzy alapú modellek további előnye, hogy képesek nyelvi formában megadott változókkal dolgozni, ezáltal felhasználóbarát kezelhetőséget biztosítanak. Fuzzifikált paraméterekkel dolgoznak (a bizonytalanság és a nyelvi formában való leírás miatt) és fuzzy logikán alapuló döntési modellt alkalmaznak [16].

## **1.6 A kockázat kezelése**

A kockázat kezelése egy olyan döntési eljárás, melynek során a kockázatelemzés eredményeként kapott érték alapján megítéli, hogy a szituáció mekkora veszélyt rejt magában összehasonlítva a szabályos és szabálytalan opciókat és ennek megfelelően



reagál. A kockázatkezelés feladata a veszélyes szituációk felismerése és a komolyabb következmények megelőzése érdekében a helyénvaló válaszreakció kiválasztása és végrehajtása [26]. Ez a folyamat iterációs lépések sorozatán keresztül történik, melynek során a becsült kockázat pontosítható és végül értékelhető, majd ennek ismeretében döntési csomópontokon keresztül juthatunk el az adott szituációnak leginkább megfelelő kezelési módig [27],[28].

Páciensmonitorozás esetén a számított kockázati szinttől függően a rendszer riasztást küld, amennyiben a szituációt veszélyesnek ítéli. Azon túl, hogy a riasztás szükségességéről döntenie kell, az is mérlegelendő, hogy a kockázat alapján milyen szintű riasztásra van szükség. Sporttevékenység monitorozásakor a célszemély lehet maga a monitorozott páciens, aki jelzést kap arról, hogy csökkentse az intenzitást, vagy szüntesse meg a tevékenységet. Súlyosabb esetben riasztható a páciens hozzátartozója, orvos, vagy kórház. A riasztás legtöbb esetben mobiltelefonon vagy az Interneten keresztül történik, akár egyidejűleg több felhasználó értesítésével [29],[30]. A riasztáskor a személy tartózkodási helyének GPS koordinátáit is meg kell adni, ezzel is könnyítve a segítségére sietők munkáját és gyorsítva a szükséges ellátást. Orvos, illetve kórház riasztáskor hatékonyabbá tehető a segítségnyújtás, ha a riasztást kiváltó abnormális értékek is szerepelnek a riasztáskor küldött üzenetben, akár a többi értékkel kiegészítve a teljesebb kép érdekében [31], [32].

A riasztás gyorsasága kritikus fontosságú, segítségével jelentősen csökkenthető a mortalitás, valamint a betegség lefolyására is kedvező hatást gyakorol, ha a probléma észlelése időben történik [3]. Ennek érdekében a megfelelő pontosságú eredménynek a megfelelő időben kell rendelkezésre állnia, ami a kiértékelés számítási bonyolultságának optimalizálását igényli, vagyis arra kell törekedni, hogy a rendszer komplexitása ne legyen nagyobb a szükségesnél, miközben az eredménynek is megfelelő pontosságúnak kell lennie. Ilyen típusú valós idejű rendszerekben a fentiek következtében a kockázatkértékelésre szolgáló modell redukciós lehetőségeit is meg kell vizsgálni, majd azok hatékonysága alapján kell a körülményeknek megfelelő módszert kiválasztani.

## 2. A FUZZY MEGKÖZELÍTÉS

A fuzzy megközelítés elsősorban a nagybonyolultságú feladatok esetén bizonyul hasznosnak, de minden olyan területen használható, ahol matematikailag leírhatatlan nyelvi változók használata szükséges, sok a bizonytalanság, pontatlanság, szubjektivitás az adatokban és a kiértékelés folyamatában, illetve ha a szakértőknek nincs elegendő megbízható adatuk a statisztikai modell leírásához [23].

### 2.1 Alapfogalmak

#### 2.1.1 Fuzzy halmazelmélet

A fuzzy halmazelmélet a hagyományos halmazelméletből vezethető le, annak fogalmait használja, a halmazok a hagyományos karakterisztikus függvény általánosítása által definiálhatók. Az alaphalmaz ( $X \neq \emptyset$ ) minden egyes eleméhez, más néven univerzumhoz, a  $[0,1]$  intervallumból rendelhető érték, ami a halmazhoz tartozás mértékét definiálja. Az ezt leíró  $\mu_A : X \rightarrow [0,1]$  függvény a tagsági függvény, ami egy  $A$  fuzzy halmazt definiál. Az egyszerűsített leírás miatt gyakran  $\mu_A(x)$  helyett az  $A(x)$  jelölést használjuk.

A tagsági függvények alakja az egyszerű kezelhetőség érdekében általában szakaszonként lineáris. Általában egy háromszög alakú tagsági függvény a következő képlettel határozható meg:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & c \leq x \end{cases} \quad (2.1)$$

ahol  $a$ ,  $b$ , és  $c$  a tagsági függvény paraméterei, melyek rendre a háromszög baloldali végpontja, középső pontja, és a jobboldali végpontja; feltesszük, hogy  $a \neq b$  és  $b \neq c$ .

A halmazokhoz nyelvi fogalmak rendelhetők, ami könnyebb kezelést, felhasználóbarát megközelítést tesz lehetővé.

## 2.1.2 Fuzzy halmazok jellemzői

**Halmaz tartója (support):** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  halmaz nullánál nagyobb tagsági értékű pontjainak összessége:

$$\text{supp}(A) = \{x | A(x) > 0\} \quad (2.2)$$

**Halmaz magja (core):** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  halmaz 1 tagsági értékű pontjainak összessége, ami a következőképpen írható fel

$$\text{core}(A) = \{x | A(x) = 1\} \quad (2.3)$$

**Halmaz magassága (maximum):** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  halmazt leíró tagsági függvény legmagasabb értékű pontja:

$$h(A) = \max_{x \in X} A(x) \quad (2.4)$$

Abban az esetben, ha ez az érték 1, normális fuzzy halmazról beszélhetünk, ellenkező esetben, vagyis amikor  $h(A) < 1$ , a halmaz szubnormális.

**Konvex fuzzy halmaz:** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  fuzzy halmaz konvex, ha  $\forall x_1, x_2, x_3 \in X$  esetén teljesül a következő feltétel:

$$\text{HA } x_1 \leq x_2 \leq x_3 \text{ AKKOR } A(x_2) \geq \min(A(x_1), A(x_3)) \quad (2.5)$$

**$\alpha$ -szinthalmaz:** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  halmaz azon részhalmaza, melyre  $\forall \alpha \in [0, 1]$  esetén teljesül, hogy ha  $\alpha > 0$ , akkor

$$A_\alpha = \{x | A(x) \geq \alpha\} \quad (2.6)$$

ha pedig  $\alpha = 0$ , akkor az  $\alpha$ -szinthalmaz a következőképpen definiálható:

$$A_\alpha = \text{supp}(A(x)) \quad (2.7)$$

Amennyiben az  $\alpha > 0$  esetben, nem engedünk meg egyenlőséget, vagyis  $A_\alpha = \{x | A(x) > \alpha\}$ , szigorú  $\alpha$ -szinthalmazról beszélünk.

**Fuzzy részhalmaz:**  $B$  részhalmaza az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  halmaznak, vagyis  $A \subseteq B$ , ha  $\forall x \in X$  esetén teljesül, hogy

$$A(x) \leq B(x) \quad (2.8)$$

**Fuzzy halmazok egyenlősége:** Az  $X$  univerzumon értelmezett  $A$  és  $B$  halmazok egyenlők, ha  $\forall x \in X$  esetén

$$A(x) = B(x) \quad (2.9)$$

ami pontosan akkor teljesül, ha  $A \subseteq B$  és  $B \subseteq A$ .

**Fuzzy partíció:** Az  $X$  univerzum  $A_1, A_2, \dots, A_N$  részhalmazai fuzzy partíciót alkotnak, ha  $\forall x \in X$  esetén teljesül, hogy

$$\sum_{i=1}^N A_i(x) = 1 \quad (2.10)$$

ahol  $A_i$  nem-üres halmaz és  $A_i \neq X$ .

### 2.1.3 Fuzzy operátorok

A crisp halmazelméleti műveletek, illetve a crisp elméletben definiált halmazokhoz tartozás igazságértékére vonatkozó alpműveletek megfelelőinek meghatározásához alapul a Schweizer és Sklar által bevezetett operátor-családok bizonyultak alkalmasnak, hiszen az elvárt tulajdonságokkal rendelkeznek és értéktartományaik is megfelelőek [33]. Az operátorcsaláddal kapcsolatos további kutatások és gyakorlati alkalmazások megmutatták, hogy különböző problémák esetén különböző származtatott, és új bevezetett operátorok lehetnek a legmegfelelőbbek, vagyis az operátor kiválasztása alkalmazásfüggő.

#### 2.1.3.1 Fuzzy metszetek (t-norma)

Legyen adott a  $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  függvény a következő tulajdonságokkal:

1.  $t(a,1) = a \quad \forall a \in [0,1]$  (peremfeltétel)
2. ha  $b \leq c$  akkor  $t(a,b) \leq t(a,c) \quad \forall a,b,c \in [0,1]$  (monotonitás)
3.  $t(a,b) = t(b,a) \quad \forall a,b \in [0,1]$  (kommutativitás)
4.  $t(a,t(b,c)) = t(t(a,b),c) \quad \forall a,b,c \in [0,1]$  (asszociativitás)

A fenti tulajdonságokat további megszorításokkal egészíthetjük ki a jobb gyakorlati alkalmazhatóság érdekében.

1.  $t$  folytonos függvény
2.  $t(a,a) < a$  (szubidempotencia), vagy  $t(a,a) = a$  a min t-normára [22] (idempotencia)
3. ha  $a_1 < a_2$  és  $b_1 < b_2$  akkor  $t(a_1,b_1) < t(a_2,b_2)$  (szigorú monotonitás) [16].

A  $t$  operátor, vagy a gyakran használt elnevezés szerint  $t$ -norma a halmazelméleti metszet, illetve a logikai **ÉS** kapcsolat tulajdonságait hordozza, így két fuzzy halmaz,  $A$  és  $A'$  metszete a következőképpen definiálható (mindkettő ugyanazon  $X$  univerzumon definiáltak):

$$(A \cap A')(x) = t(\mu_A(x), \mu_{A'}(x)), \quad \forall x \in X \quad (2.11)$$

A kijelentés logikai értelmezése a következő: az  $A$  **ÉS**  $A'$  tulajdonsággal rendelkezés igazságértéke a  $t(\mu_A(x), \mu_{A'}(x))$  függvénnyel számítandó.

A t-normát a fuzzy következtetési rendszer szabályainak feltétel részében használjuk az egyes feltételek összekapcsolására, illetve a Mamdani típusú következtetési szabály alkalmazásakor. A leggyakrabban használt t-norma operátorok a minimum (min) és a szorzat (prod) operátorok, melyek a Matlab Fuzzy Logic Toolboxába is beépítésre kerültek [34], a következőkben leírt módon definiálhatók.

Min operátor (Zadeh-féle t-norma):

$$t(a,b) = \min(a,b) \quad (2.12)$$

Algebrai szorzat:

$$t(a,b) = ab \quad (2.13)$$

### 2.1.3.2 Fuzzy uniók (konorma)

Legyen adott a  $s:[0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  függvény a következő tulajdonságokkal .

1.  $s(a,0)=a \quad \forall a \in [0,1]$  (peremfeltétel)
2. ha  $b \leq c$  akkor  $s(a,b) \leq s(a,c) \quad \forall a,b,c \in [0,1]$  (monotonitás)
3.  $s(a,b)=s(b,a) \quad \forall a,b \in [0,1]$  (kommutativitás)
4.  $s(a,s(b,c))=s(s(a,b),c) \quad \forall a,b,c \in [0,1]$  (asszociativitás)

A fenti tulajdonságok kiegészíthetők továbbiakkal a jobb gyakorlati alkalmazhatóság érdekében:

1.  $s$  folytonos függvény
2.  $s(a,a) > a$  (szuperidempotencia), vagy  $s(a,a)=a$  a Zadeh-féle unió esetén (idempotencia)
3. ha  $a_1 < a_2$  és  $b_1 < b_2$  akkor  $s(a_1,b_1) < s(a_2,b_2)$  (szigorú monotonitás) [16].

Az  $s$ -norma operátor a halmazelméleti unió tulajdonságaival rendelkezik, illetve a logikai **VAGY** operátor tulajdonságait hordozza.

Két fuzzy halmaz,  $A$  és  $A'$  uniója tehát a következőképpen definiálható (mindkettő ugyanazon  $X$  univerzumon definiáltak):

$$(A \cup A')(x) = s(\mu_A(x), \mu_{A'}(x)), \quad \forall x \in X \quad (2.14)$$

A t-konorma (a továbbiakban konorma) a t-normához hasonlóan a fuzzy következtetési rendszer szabályainak feltétel részében, a benne szereplő feltételek összekapcsolására használatos, illetve aggregációs operátorként a szabálykimenet számításakor.

A leggyakrabban használt és a Matlab Fuzzy Logic Toolboxba is beépített operátorai a maximum (max) és az probabilisztikus összeg (probor), melyek az alábbiak szerint definiálhatók.

Max operátor (Zadeh-féle t-konorma):

$$s(a,b) = \max(a,b) \quad (2.15)$$

Algebrai összeg (Probabilistic OR)

$$s(a,b) = a + b - ab \quad (2.16)$$

Mind a t-norma, mind a t-konorma családokon belül számos, akár a fentiektől különböző operátor közül, a fuzzy következtetési rendszerekben a feladatnak legmegfelelőbbet választhatjuk [35].

## 2.2 Következtetési rendszerek

### 2.2.1 A közelítő következtetési rendszerek

Az általános következtetési rendszerek *IF-THEN* azaz *HA-AKKOR* típusú szabályokkal adják meg a feltétel univerzuma ( $X$ ) és a következmény univerzuma ( $Y$ ) közötti kapcsolatot. Zadeh a fuzzy alapú következtetési rendszerekben fuzzy bemenetekre, fuzzy premissákra és következményekre, illetve fuzzy kimenetekre alapozva a fuzzy halmazokon definiált operátorok segítségével megvalósítható közelítő következtetési szabályokat (approximate reasoning) javasolt [36].

A *HA feltétel AKKOR következmény* szabályok az  $A$  és  $B$  fuzzy halmazokkal leírt nyelvi változókat alkalmazva a szabályok egy bemenetes, egy kimenetes (single input, single output, SISO) rendszer esetén a következő alakúak:

$$IF x \text{ is } A_i \text{ THEN } y \text{ is } B_i \quad (2.17)$$

ahol  $x \in X$ ,  $y \in Y$ , és  $i=1,2,\dots,n$ ,  $n$  a szabályok száma.

Amennyiben az input paraméterek  $x_1, x_2, \dots, x_n$  rendre az  $X_1, X_2, \dots, X_n$  univerzumból valók, a kimeneti paraméter pedig  $y \in Y$ , akkor a következtetési rendszer a következő felépítésű szabályokkal reprezentálható:

$$IF x_1 \text{ is } A_{1,i_j} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{n,i_n} \text{ THEN } y \text{ is } B_{i_1, \dots, i_n} \quad (2.18)$$

ahol  $A_{j,i_j}$  az  $j$ -edik bemenethez tartozó  $i_j$ -edik bemeneti fuzzy halmaz,  $i_j=1..n_j$  esetén,

ahol  $n_j$  a  $j$ -edik fuzzy halmazhoz tartozó bemenetek száma

## 2.2.2 Implikáció és következtetés

Az IF-THEN típusú szabályok a logikai rendszerekben implikációval modellezhetők, a következtetésre pedig olyan helyes következtetési szabályokat alkalmazunk, mint például a Modus Ponens.

A fuzzy alapú következtetési rendszerek esetében alkalmazott **általánosított Modus Ponens** (Generalised Modus Ponens, GMP) sémája a következő:

$$\text{Szabály:} \quad \text{IF } x \text{ is } A \text{ THEN } y \text{ is } B \quad (2.19)$$

$$\text{Megfigyelés:} \quad x \text{ is } A' \quad (2.20)$$

$$\text{Következmény:} \quad y \text{ is } B' \quad (2.21)$$

ahol a Mamdani-implikáció esetén azt várjuk el, hogy a  $B'$  kimenet olyan mértékben egyezzen a  $B$  szabály-következménnyel, amilyen mértékben az  $A$  szabálypremissza egyezik a szabályrendszerre ható  $A'$  rendszerbemenettel.

A  $t$ -norma alapú, GMP-n alapuló következtetési szabály (sup -  $t$  compositional rule of inference) matematikai modellje általános esetben:

$$B'(y) = \sup_{x \in X} (t(A'(x), (A \rightarrow B)(x, y))) = \sup_{x \in X} (t(A'(x), A(x) \rightarrow B(y))) \quad (2.22)$$

ahol az  $(A \rightarrow B)(x, y)$  implikáció, min kétváltozós operátor, az **IF  $x$  is  $A$  THEN  $y$  is  $B$**  szabály modellje.

Mamdani a fuzzy szabálypremissza és szabály-következmény közötti kapcsolatot leegyszerűsítve az implikáció helyett **ÉS** kapcsolatot modellezett. Természetesen ez az implikáció-modell nem felel meg mindenben az implikáció, mint logikai művelet iránt támasztott követelményeknek, de alkalmazása elterjedt és hatékonynak bizonyult a szabályzási és egyéb alkalmazásokban.

A fentiekből következően az általánosított Mamdani-típusú következtetési rendszer modellje:

$$B'(y) = \sup_{x \in X} (t(A'(x), t(A(x), B(y)))) \quad (2.23)$$

ahol  $t$  a megfelelő tulajdonságokkal rendelkező  $t$ -norma.

Ha a  $t$ -norma tulajdonságot is figyelembe vesszük, akkor felírhatjuk, hogy

$$B'(y) = \sup_{x \in X} (t(t(A(x), A'(x)), B(y))) \quad (2.24)$$

Ha a  $t$ -norma balról folytonos, akkor

$$B'(y) = t \left( \sup_{x \in X} (t(A(x), A'(x)), B(y)) \right) \quad (2.25)$$

ahol  $\sup_{x \in X} (t(A(x), A'(x)))$  a szabály illetékességi szintje.

### 2.2.3 Az általános fuzzy következtetés modellje

A következtetés során a bemenetekhez azok jellegétől függően fuzzy halmazok rendelhetők. A Mamdani típus mellett a Takagi-Sugeno [16] típusú következtetési rendszer is elterjedt, melyek közül a feladathoz jobban illeszkedő választhatjuk. Alapvető különbség a két módszer között, hogy míg a Mamdani-típusú következtetés esetén a kimenet általában nem konvex és normális tagsági függvény, amit szükség esetén defuzzifikálni kell, addig a Takagi-Sugeno rendszer esetén a konzekvensek eleve defuzzifikált formában adóttak. Ebből következően a Takagi-Sugeno módszer számításigénye jóval kedvezőbb, ami alkalmassá teszi optimalizációs és adaptív technikákat igénylő rendszerekben való használatra. A hagyományos Mamdani-típusú kiértékelés során az egyes szabálykimenetek aggregációjának eredménye egy bonyolult alakú tagsági függvény, aminek a defuzzifikációja rendkívül számításigényes, de nagy előnye, hogy az emberi gondolkodáshoz jóval közelebb álló modell építhető a segítségével, az intuíció is beépíthető a modellbe. Mindkét rendszerben *HA feltétel AKKOR következmény* típusú természetes nyelvi szabályokat alkalmaznak, a különbség a szabálykimenetben jelenik meg annak megfelelően, hogy a rendszer kimenete crisp érték, vagy fuzzy halmaz. Amennyiben az input paraméterek  $x_1, x_2, \dots, x_n$  rendre az  $X_1, X_2, \dots, X_n$  univerzumból valók, a kimeneti paraméter pedig  $y \in Y$ , a Mamdani-típusú következtetési rendszer a következő felépítésű szabályokkal reprezentálható:

$$IF x_1 \text{ is } A_{1i_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{ni_n} \text{ THEN } y \text{ is } B_{i_1, \dots, i_n} \quad (2.26)$$

ahol  $A_{k,i_k}$  a  $k$ -edik bemenethez tartozó  $i_k$ -edik antecedens,  $B_{i_1, \dots, i_n}$  a szabályok konzekvens részéhez tartozó fuzzy halmaz,  $i_j = 1..n_j$ ,  $n_j$  a  $j$ -edik inputhoz tartozó antecedens halmazok száma. A szabálypremisszák a bemenetek fuzziifikált értékeinek összes lehetséges kombinációjából állhatnak elő.

Takagi-Sugeno típusú következtetési rendszerben a konzekvensek crisp értékek, vagy a bemenetek függvényeként állíthatók elő. Ha az input paraméterek  $x_1, x_2, \dots, x_n$  az  $X_1, X_2, \dots, X_n$  univerzumból valók és a kimenetek a  $g_{i_1, \dots, i_n}(x_1, \dots, x_n)$  függvénnyel állíthatók elő, akkor a Takagi-Sugeno típusú következtetési rendszer, az alábbi szerkezetű szabályokkal reprezentálható:

$$x_1 \text{ is } A_{1i_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{ni_n} \text{ THEN } y \text{ is } g_{i_1, \dots, i_n}(x_1, \dots, x_n) \quad (2.27)$$

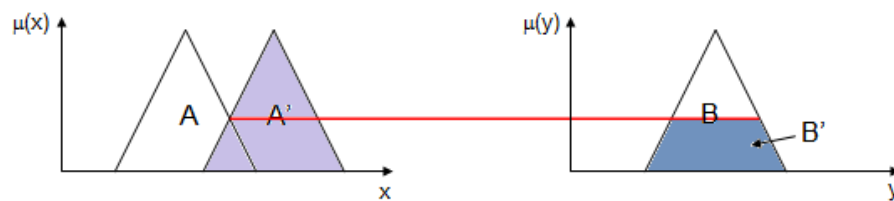


ahol  $A_{k,i_k}$  a  $k$ -adik bemenethez tartozó  $i_k$ -edik antecedens,  $g_{i_1, \dots, i_n}(x_1, \dots, x_n)$  a szabályok konzekvens része,  $i_j=1..n_j$ ,  $n_j$  a  $j$ -edik inputhoz tartozó antecedens halmazok száma.

A következőkben a hagyományos Mamdani-típusú kiértékelés lépéseit ismertetem, melyek sorrendben a megfigyelés és az antecedensek illesztése; illetékességi szint kiszámítása; implikáció; aggregáció és végül szükség esetén a defuzzifikáció.

### 2.2.3.1 Az illeszkedés mértékének meghatározása (fuzzifikálás)

A következtetési rendszer bemenetei lehetnek fuzzy számok és crisp értékek egyaránt a bemenet jellegétől függően. A művelet során meg kell határozni a megfigyelések és az antecedens halmazok illeszkedésének mértékét, vagyis azt, hogy az aktuális bemenetek milyen mértékben tartoznak az őket jellemző fuzzy halmazokhoz [37]. Háromszög alakú tagsági függvények esetén az illeszkedés mértéke a 2.1 képlettel határozható meg. Ez az érték általában a  $[0,1]$  intervallumba esik [16]. Abban az esetben, ha a szabálypremissza egy bemenetet tartalmaz, az illeszkedés mértéke egyben a szabály illetékességi szintje is.



1. ábra Az illeszkedés mértékének meghatározása fuzzy bemenet esetén  $\min$  t-norma alkalmazásával

### 2.2.3.2 Az illetékességi szint meghatározása

A szabályok antecedens része általában több feltétel összekapcsolásával jön létre, ennek kezelésére valamilyen fuzzy operátor alkalmazása szükséges. Az összekapcsolás jellegétől függően ÉS kapcsolat esetén t-norma, VAGY kapcsolat esetén konorma operátor használható.

A szabály premissza és szabálykövetkezmény kapcsolata - az implikáció modellje és a következtetés számítási módja a Mamdani-típusú rendszerben egy szabályra jellemzően a (2.24)-ben megadott módon számítható.

### 2.2.3.3 Aggregáció

A fuzzy kiértékelés fontos része a kiértékelő szabályokra alkalmazott következtetés eredményeként kapott konzekvens halmazok aggregációja, melynek során ezekből a fuzzy halmazokból különböző műveletek segítségével egyetlen fuzzy halmaz jön létre.

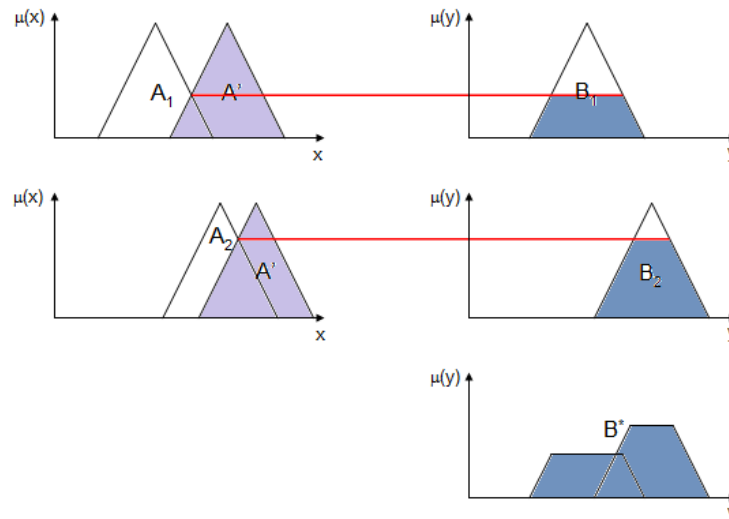
Legyen a  $h: [0,1]^n \rightarrow [0,1]$  függvény  $n$  fuzzy halmazon ( $n \geq 2$ ) értelmezett aggregációs operátor. Ha a függvény argumentumai az  $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$  alaphalmazon értelmezett  $A_1, \dots, A_n$  fuzzy halmazok, akkor  $h$  minden  $x \in X$  esetén fuzzy halmazt állít elő az argumentumok tagsági értékeinek segítségével, vagyis  $A(x_1, \dots, x_n) = h(A_1(x_1), \dots, A_n(x_n))$ . Egy jól definiált aggregációs műveletnek ki kell elégítenie a következő axiomatikus feltételeket is:

- h1 axióma:  $h(0, \dots, 0) = 0$  és  $h(1, \dots, 1) = 1$  (peremfeltételek)
- h2 axióma:  $h$  monoton növekvő minden argumentumában, vagyis ha adott két tetszőleges  $n$ -es  $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$  és  $\langle b_1, \dots, b_n \rangle$  ahol  $a_i, b_i \in [0,1]$  és  $a_i \leq b_i$  minden  $i \in [1, n]$ -re, akkor  $h(a_1, \dots, a_n) \leq h(b_1, \dots, b_n)$
- h3 axióma:  $h$  folytonos függvény.

A fenti feltételek mellett további megszorításokat tehetünk:

- h4 axióma:  $h$  szimmetrikus minden argumentumában, vagyis  $h(a_1, \dots, a_n) = h(a_{p(1)}, \dots, a_{p(n)})$  ahol  $p$  az  $1, \dots, n$  számok tetszőleges permutációja.
- h5 axióma:  $h$  idempotens, azaz  $h(a, \dots, a) = a$  minden  $a \in [0,1]$  esetén.

A fenti öt axiómának eleget tevő aggregációs műveletekre minden  $\langle a_1, \dots, a_n \rangle \in [0,1]^n$  esetén teljesül a  $\min(a_1, \dots, a_n) \leq h(a_1, \dots, a_n) \leq \max(a_1, \dots, a_n)$  egyenlőtlenség.



2. ábra Konzekvens halmazok aggregációja  $\min$  alapú GMP és  $\max$  aggregáció esetén

### A leggyakrabban használt aggregációs módszerek:

- Max: a fuzzy halmazok uniója;  $s(a,b) = \max(a,b)$
- Korlátos összeg: a fuzzy halmazok korlátos összege;  $s(a,b) = \min(a+b, 1)$

- Probabilisztikus összeg: a fuzzy halmazok algebrai összege;  $s(a,b)=a+b-ab$

A megfelelő módszer kiválasztása mindig az adott feladattól függ, nem lehet általánosságban meghatározni, hogy melyik a legjobb módszer, szükség esetén a fentiektől eltérő aggregációs operátorok is használhatók.

#### 2.2.3.4 Defuzzifikáció

A defuzzifikáció az aggregáció eredményeként kapott fuzzy halmazból állít elő egy crisp értéket abban az esetben, ha kimenetként nem fuzzy halmazra van szükség. Olyan döntéstámogató rendszerekben, ahol a kimenetet emberi kezelőnek kell értelmeznie, nem feltétlenül szükséges a defuzzifikáció, hiszen számára a kapott halmaz több információt hordozhat, jobb értelmezhetőséget eredményezhet [16]. Amennyiben szükséges, a crisp értéket úgy kell meghatározni a különböző defuzzifikációs módszerek segítségével, hogy a rendszert a lehető legjobban jellemezze. Fontos megjegyezni, hogy a defuzzifikáció nem inverz művelete a fuzzifikációnak, a két művelet semmilyen módon nem származtatható egymásból [16]. A megfelelő módszer kiválasztása mindig az adott feladattól függ, nem lehet általánosságban meghatározni, hogy melyik a legjobb módszer.

#### A leggyakrabban használt defuzzifikációs módszerek:

- Centroid (COG): Az aggregáció eredményeként kapott tagsági függvény görbéje alatti terület közepe. A módszer alkalmazásának előfeltétele, hogy a  $B^*$  következtetés tartója intervallum legyen, valamint hogy az alábbi  $MAX(B^*)$  halmaz nem üres:

$$\arg \max_y B^*(y) = \{y / \forall y' : B^*(y') \leq B^*(y)\} \quad (2.28)$$

$$MAX(B^*) = \arg \max_y B^*(y) \quad (2.29)$$

Ez az egyik leggyakrabban használt defuzzifikációs technika. Kiszámítása a következőképpen történik:

$$y_{COG} = \frac{\int_{sup B^*} y B^*(y) dy}{\int_{sup B^*} B^*(y) dy} \quad (2.30)$$

Hátránya, hogy bonyolult alakú részleges következtetések esetén nehéz a kiszámítása [16].

- Bisector (BOA): A módszer eredménye egy függőleges vonal, ami két egyenlő területű részre osztja az aggregáció eredményeként kapott tagsági függvény görbéje alatti területet, az alábbiak szerint számítható:

$$\int_{\alpha}^{y_{BOA}} B^*(y)dy = \int_{y_{BOA}}^{\beta} B^*(y)dy \quad (2.31)$$

ahol  $\alpha = \min\{y; y \in \text{supp}B^*\}$ ,  $\beta = \max\{y; y \in \text{supp}B^*\}$ , és  $B^*$  a következtetés. A függőleges vonal  $y = BOA$ , az  $y = \alpha$ ,  $y = \beta$ ,  $z = 0$  és  $z = B^*(y)$  által határolt területet osztja fel. Esetenként, de nem minden esetben egybeesik a centroid eredményével [38].

- MOM: Ezt a módszert leginkább akkor használják, amikor az univerzum véges számú elemet tartalmaz. Eredménye az aggregációkor kapott tagsági függvény maximumának közepe, kiszámítási a (2.29)-ben definiált  $MAX(B^*)$ -ra:

$$y_{MOM} = \frac{\int_{MAX(B^*)} y dy}{\int_{MAX(B^*)} dy} \quad (2.32)$$

ahol  $B^*$  a következtetés.

Alkalmazásának előfeltétele megegyezik a COG módszernél leírtakkal kiegészítve azzal, hogy a módszer csak konvex következtetés esetén ad értelmes eredményt, ellenkező esetben elképzelhető, hogy az eredményhez tartozó függvényérték nem a legnagyobbak közül való, így nem reprezentálja kellőképpen az eredmény halmazt. Előnye a könnyű számíthatóság, hátránya hogy a megfigyelés kismértékű változása nagymértékű változást eredményezhet a kimenetben [16]. A fenti probléma kezelésére Patel dolgozott ki egy olyan módszert, aminek segítségével korrigálható az eredmény a kevésbé releváns részek  $MOM$  értékét is figyelembe véve [39]. A módszer lényege, hogy a kimenetek aggregációja után kapott halmaz  $MOM$  értékét egy  $\Delta MOM$  értékkel korrigálja, melyet a konzekvensenkénti  $MOM$  értékekből számol. Abban az esetben, ha több olyan szabálypremissza is van, aminek ugyanaz a kimenete, ezek illetékességi szintjét kimenetenként aggregálni kell. Ezután a teljes kimenet  $MOM$  értékét kell referencia pontnak választani, melyhez a 0 érték tartozik, így előjelesen figyelembe vehető, hogy az egyes konzekvensék attól milyen irányban vannak. Értelemszerűen a referencia ponttól balra negatív, míg jobbra pozitív

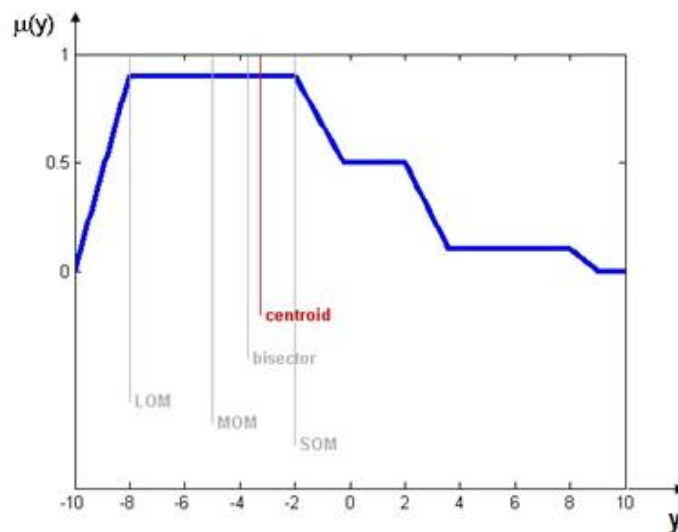
előjellel szerepelnek az egyes  $MOM$  értékek. Három különböző konzekvens halmaz esetén az alább látható módon számítható:

$$\Delta MOM = \frac{-MOM_1 w_1 + MOM_{ref} w_{ref} + MOM_3 w_3}{w_1 + w_{ref} + w_3} \quad (2.33)$$

ahol  $w_i$  az  $i$ -edik kimenethez tartozó aggregált illetékességi szint,  $MOM_i$  pedig az  $i$ -edik kimenet  $MOM$  értéke. A módosított  $MOM$  értéket a  $MOM + \Delta MOM$  képlettel kapjuk.

- LOM: Eredménye az aggregációkor kapott tagsági függvény maximumának legnagyobb értéke.
- SOM: Eredménye az aggregációkor kapott tagsági függvény maximumának legkisebb értéke.

Abban az esetben, ha az aggregáció eredményeként kapott tagsági függvény maximuma, nem egy szakasz, hanem egyedi érték, a  $MOM$ ,  $LOM$  és  $SOM$  módszerekre ugyanaz az eredmény adódik [38].



3. ábra Defuzzifikációs módszerek [38]

## **3. A SZÁMÍTÁSI BONYOLULTSÁG ÉS IDŐ**

### **CSÖKKENTÉSE VALÓS IDEJŰ RENDSZEREKBE**

Real-time rendszerekben a számítási bonyolultság és a végrehajtási idő alapvető fontosságú, mivel a megfelelő pontosságú eredménynek időben rendelkezésre kell állnia. Különösen fontos kritérium ez a kutatás alapját képező élettani folyamatokat monitorozó rendszereknél, hiszen előfordulhatnak váratlan krízishelyzetek, amikor a gyors visszajelzés és a tevékenység azonnali megszüntetése komoly problémákat előzhet meg. A cél megtalálni a megfelelő módszert, amivel a rendszer komplexitása csökkenthető, így a kiértékelést gyorsabbá téve amellet, hogy az eredmény pontossága nem, vagy csak egy előzetesen meghatározott, megengedett mértékben változik. Utóbbi esetben meg kell találni az egyensúlyt a számítási bonyolultság és a pontosság között. Fuzzy rendszerekben a kvantitatív és a kvalitatív komplexitás egyaránt megfigyelhető, hiszen a megoldandó feladatban megjelenik a bizonytalanság, pontatlanság és szubjektivitás, ami a kvalitatív komplexitás körébe tartozik és a komplexitás menedzsment által csökkenthető, illetve a rendszer mérete, ami a komplexitás kvantitatív részét képezi és különböző redukciós technikák léteznek a kezelésére. Kutatásaimat ez utóbbival kapcsolatban végeztem, ezen módszerek legtöbbje a szabálybázis valamilyen módon történő egyszerűsítését tűzi ki céljául [37].

### **3.1 Irodalmi áttekintés**

#### **3.1.1 Strukturális kockázatkezelő modellek**

A strukturális kockázatkezelő rendszerek felépítése alkalmazásfüggő, de az ilyen típusú komplex rendszerekről általánosságban elmondható, hogy egy csoportosított, többszintű döntési fát alkotnak. A hierarchikus modell széles körben elterjedt, hiszen ennek a felépítésnek köszönhetően a szabályok száma, ezáltal a rendszer komplexitása is csökkenthető. Míg egyszintű rendszerek esetében a szabályok száma a bemeneti paraméterek számával exponenciálisan nő, addig hierarchikus rendszerben ez a növekedés már csak lineáris [40]. A rendszer jellemzően sokparaméteres, sokkritériumos döntési folyamat, melynek bemenő paraméterei a mért kockázati tényezők és a sokkritériumos szabályok. A bemenő kockázati tényezők csoportosításának alapja maga az esemény, amihez tartoznak, illetve egy az adott

rendszeren belül megfigyelhető jellemző, de lehet a fontosságtól függő is. Ennek megfelelően a feladat részproblémákra bontható, ezek a részproblémák alkotják az egyes csoportokat, melyek kevesebb bemenő paraméterrel, ezáltal kevesebb szabállyal rendelkeznek, mint a teljes, egyszintű rendszer. A csoportok jellemzésére annak bemeneteihez és a kiértékelés eredményéhez fuzzy halmazokat kapcsolunk, melynek elnevezései lehetnek pl.: alacsony, közepes, magas vagy egyéb. A különböző tényezők szerepe a kiértékeléskor nem egyforma, mivel a legnagyobb valószínűséggel bekövetkező, illetve a legnagyobb kárt okozó tényezőket nagyobb súllyal kell figyelembe venni. Ezért a szintenként számolt eredmény, illetve az egyes csoportokban alkalmazott szabályok, súlyozhatók.

A szabályok leírása IF *feltétel* THEN *következmény* szerkezettel történik.

A rendszerépítés lépései:

1. adatelőkészítés (határértékek meghatározása)
2. fuzzifikálás, fuzzy csoportok kialakítása, súlyozás
3. kiértékelés
4. defuzzifikálás

### **3.1.2 Redukciós módszerek**

A fuzzy megközelítés alkalmazása leginkább akkor előnyös, ha a rendszer matematikailag nem írható le. Ez a tulajdonság viszont maga után vonja azt is, hogy sűrű szabálybázist kell alkalmazni, ami azt jelenti, hogy a megfigyelések minden lehetséges kombinációjához kell, hogy tartozzon valamilyen aktivizálható szabály. A szabályok száma sűrű szabálybázis esetén megegyezik az egyes bemenetekhez tartozó antecedens halmazok számának szorzatával. Az összes bemeneti halmaz lefedése érdekében a szükségesnél jóval több antecedens halmazt kell alkalmazni, ami növeli a rendszer komplexitását és a szabálybázisban tárolt felesleges információ mennyiségét [16],[37]. A probléma kezelésére az irodalomban számos komplexitás csökkentő technika található fuzzy rendszerekre vonatkozóan. Az alkalmazható módszerek két nagy csoportja ismert annak megfelelően, hogy új illetve módosított; vagy az eredeti következtetési rendszert alkalmazzák. Új vagy módosított következtetés használata akkor célszerű, ha annak számítási bonyolultága kisebb az eredeti rendszerben alkalmazottnál. A másik módszer célja a már meglévő szabálybázis redukálása a benne tárolt információk tömörítése és a benne rejlő redundanciák kiszűrése által. A szabályok száma a redukció után nem lehet kisebb az elvi alsó korlátnál, melynek

értéke  $2^k$  ahol  $k$  a bementi halmazok száma.  $k$  értéke az állapotváltozók összevonásával, illetve a redundáns változók elhagyásával csökkenthető, ezáltal tovább csökkentve a szükséges szabályok számát. Ez a kifejezés abban az esetben eredményez jelentős csökkentést, amikor a bementi tartományok lefedésére használt halmazok száma nagy. Az utóbbi módszer jelentősége abban rejlik, hogy az így létrejött szabálybázis kisebb memória- és számítási kapacitás esetén is jól használható, olyan jellegű rendszerekben, ahol a szabálybázis nem igényel alkalmazás közbeni hangolást, vagyis előre megadható [16]. A következőkben a legelterjedtebb szabálybázis redukciós technikákat ismertetem [23].

### **3.1.2.1 Ritka szabálybázis alkalmazása**

A fuzzy rendszerekben alkalmazott sűrű szabálybázis, jó közelítést ad a rendszer kimenetét illetően, de növeli a szabálybázisban a felesleges információkat. Ezeknek a bemenetet teljesen lefedő szabályoknak a száma a legtriviálisabb módon úgy csökkenthető, ha a bemenetek, vagy a hozzájuk tartozó antecedens halmazok számát csökkentjük, hiszen a rendszerben alkalmazott szabályok száma, az egyes bemenetekhez tartozó antecedens halmazok számának szorzataként áll elő. Az egyes bemenetek, vagy antecedens halmazok elhagyása által ritka szabálybázis jön létre, ami már nem fedi le a teljes bemenetet, vagyis a bemeneteknek nem minden kombinációjához rendelhető aktiválható szabály. Ezek a szabálybázisok hagyományos következtetési rendszerekben (pl. Mamdani) nem alkalmazhatók, teljesen új következtetési metódus szükséges, melyben fuzzy szabályinterpolációt kell alkalmazni a közelítő következtetések meghatározására. [16],[37]

### **3.1.2.2 A bemenetek, vagy az antecedens halmazok összevonása**

Abban az esetben, ha a bemenetek, vagy az antecedens halmazok számának csökkentése több bemenet, illetve antecedens halmaz összevonásával történik, a fentiekhez hasonlóan csökken a szabályok száma, de olyan szabálybázist kapunk, ami a bemenetet továbbra is lefed [41].

### **3.1.2.3 Alrendszerekre bontás, hierarchikus rendszer kialakítása**

A bemeneti tényezők számának növekedésével az alkalmazott szabályok száma egyszintű rendszerben exponenciálisan nő, ezért komplex rendszerekben a szabályszám és a számítási bonyolultság jelentősebb csökkentése szükséges, miközben a nélkülözhetetlen állapotváltozókat nem hagyjuk el a rendszerből. Amennyiben a teljes állapottér partícionálható úgy, hogy a változókat valódi részhalmazokra bonthatjuk,



aminek eredményeként lokálisan megfelelő pontosságú eredményt kapunk, hierarchikus rendszer hozható létre [41]. Ebben a többszintű rendszerben az alapprobléma megoldását egyszerűbb részproblémák megoldásával kapjuk, ahol a részproblémákat alrendszerrel modellezzük. Ezek az alrendszerek lényegesen kevesebb bemeneti változót, így lényegesen kevesebb szabályt használnak, ami a teljes rendszerre is kedvező hatást gyakorol, a teljes szabálybázis mérete is jelentősen csökken [16]. Hierarchikus rendszerekben a bemenetek számával a szabályok száma lineárisan nő szemben az egyszintű rendszerek exponenciális növekedésével [42],[43].

#### **3.1.2.4 Szinguláris érték felbontás**

Komplex rendszerek esetén gyakran alkalmazott módszer a szinguláris érték felbontáson alapuló mátrixredukció. A módszer a szabályok konzekvens részeit reprezentáló mátrix alapján vizsgálja a redukálhatóságot a redundancia, illetve a döntésben kevésbé részt vevő részek kiszűrése által. A mátrixon végzett szinguláris érték felbontás után a kapott szinguláris értékek az egyes részek fontosságát jelölik, ez alapján dönthető el, hogy mely részek hagyhatók el a rendszerből. A nulla szinguláris értékhez tartozó részek elhagyása esetén pontos, míg az ennél nagyobb értékekhez tartozó részek elhagyásakor nem pontos redukció hajtható végre, utóbbi esetben közelítő eredményt kapunk. A módszer részletesebb leírása a 4.1 fejezetben olvasható.

A fentiekén kívül számos redukciós technika létezik. A szubtraktív klaszterező algoritmus [44] a szabályok és a bemeneti tagsági függvényszám redukálására alkalmas a bemeneti tér partícionálása alapján [45],[46]. A többértékű logikai relációk minimalizálásán alapuló technika a többértékű logikai relációkkal reprezentált fuzzy szabályrendszerből a logikai redundanciák kiszűrésével csökkenti a rendszer komplexitását. Ez a megközelítés alkalmas a nem-determinisztikusság kezelésére, vagyis lehetővé teszi az azonos szabálypremisszával, de különböző konzekvens résszel rendelkező szabályok kezelését [47]. Genetikus algoritmus használatakor lehetőség van arra, hogy az inputok összes lehetséges kombinációja helyett a szabályok feltételrészének általánosításával csökkentsük a szabályok számát [48],[49]. A komplex rendszerek redukciós lehetőségeivel részletesen foglalkozik A. Gegov [41].

A szerző által vizsgált módszerek az azonos kimenetű szabályok szabálypremisszáinak összekapcsolásán és a szabályok számának redukcióján alapulnak.

## 3.2 A kiértékelő struktúra egyszerűsítése

A bemenő paraméterek nagy száma és a későbbi real-time feldolgozás érdekében szükséges a modell struktúrájának egyszerűsítése a számítási bonyolultság és a végrehajtási idő csökkentése érdekében. A hierarchikus struktúrába szervezett kiértékelő rendszer önmagában is csökkenti a modell komplexitását, hiszen míg az egyszintű rendszerek esetében a szabályok száma a bemeneti paraméterek számával exponenciálisan nő, addig hierarchikus rendszerben ez a növekedés már csak lineáris. Ezekben a rendszerekben a feladatot részproblémákra kell bontani, így a hierarchia különböző szintjein kevesebb bemenő paraméterrel és ezáltal kevesebb szabállyal működő alrendszereket létrehozva [40]. Ezeken az alrendszereken, vagy egyszintű rendszereken végezhető további redukció a következőkben bemutatásra kerülő, a szerző által kidolgozott módszerekkel, amelyek tovább csökkentik a kiértékelés idejét, ezáltal lehetővé téve azok hatékony alkalmazását valós idejű, illetve adaptivitást igénylő rendszerekben. A hierarchikus felépítésnek köszönhetően lehetőség van arra, hogy csak bizonyos, a valós idejű kiértékelés szempontjából releváns alrendszereken végezzünk egyszerűsítést.

### 3.2.1 Fuzzy következtetési rendszerek összehasonlítása

A fuzzy következtetési rendszerek két legelterjedtebb változata a Mamdani és a Takagi-Sugeno típusú, melyek közül előnyeik és hátrányaik mérlegelése alapján választható ki a feladatnak megfelelő változat. A széles körben elfogadott Mamdani következtetési rendszer legnagyobb előnye, hogy lehetővé teszi a szakértői tudás intuitívabb, emberi gondolkodáshoz jobban közelítő leírását, használhatóságának azonban határt szab a módszer jelentős számításigénye. Ezzel szemben a Takagi-Sugeno módszer jóval kisebb számításigényű, ezáltal jól alkalmazható optimalizációs és adaptív technikák kiértékelő módszereként, ami különösen népszerűvé teszi a nemlineáris dinamikus rendszerek esetében. Ez a módszer azonban kevésbé intuitív, a humán input kevésbé kezelhető.

A két módszer előnyeit ötvözi a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű kiértékelő modell, melynek lényege, hogy az aggregáció során a szabály következmények képviseltethetők a súlyközpontjukkal, így jóval csökkentve a számításigényt, de továbbra is lehetővé teszi az intuíció beépítését a modellbe. Az alkalmazás során a hagyományos Mamdani-típusú kiértékelés lépéseinek sorrendje (a megfigyelés és az

antecedensek illesztése, illetékességi szint kiszámítása, implikáció, aggregáció, defuzzifikáció) felcserélődik, a kimeneteket külön-külön kell defuzzifikálni az illetékességi szint meghatározása és az implikáció után, majd ezt követi az aggregáció. Amellett, hogy az aggregáció során a tagsági függvények helyett crisp értékeken kell elvégezni a műveletet, a számításigény csökkentéséhez jelentősen hozzájárul az a tény is, hogy míg a hagyományos Mamdani-típusú kiértékelés során az aggregáció eredménye egy bonyolult alakú tagsági függvény amit defuzzifikálni kell, ebben az esetben a crisp értékek aggregációjának eredményeként egyetlen crisp érték áll elő. A számításigény jelentős csökkentése révén lehetővé válik a modell optimalizációs és adaptív rendszerekben történő hatékony alkalmazása megtartva a Mamdani kiértékelő modell nyújtotta előnyöket (intuíció, humán input kezelése). A fenti állítások teljesüléséhez az új modell eredményének egyeznie kell a Mamdani következtetési rendszer hagyományos módon számított kimenetével, ami csak bizonyos operátorok esetében valósítható meg, csak ezen operátorok alkalmazásakor biztosítható a származtatott és az eredeti Mamdani modell kompatibilitása. Ezt az állítást a következőkben a szerző matematikailag is bizonyítja.

### 3.2.2 Hamacher operátorok

A 2.2 fejezetben ismertetett alapvető fuzzy operátorokon kívül a szerző által vizsgált, a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben használt, további operátorok a Hamacher operátor-családhoz tartoznak.

#### 3.2.2.1 Hamacher operátor-család

Az úgynevezett szupernormák az operátorok széles skáláját foglalják magukban és a problémának megfelelően paraméterezve alakítják azokat, minden rögzített paraméter értékhez egy speciális operátor tartozik [50]. Ilyen típusú operátor a vizsgált Hamacher operátor is.

A Hamacher t-norma kétváltozós esetben:

$$t(a,b) = \frac{ab}{\gamma + (1-\gamma)(a+b-ab)} \quad (3.1)$$

ahol  $\gamma \geq 0$

A Hamacher t-konorma kétváltozós esetben:

$$s(a,b) = \frac{a+b-(1-\gamma')ab}{1+\gamma'ab} \quad (3.2)$$

ahol  $\gamma' \geq -1$

A Hamacher operátor általános alakja többváltozós esetben:

$$t(x_1, \dots, x_n) = \frac{I}{I + \left( \frac{I}{\gamma_\alpha} \left( \prod_{i=1}^n \left( I + \gamma_\alpha \left( \frac{I-x_i}{x_i} \right)^\alpha \right) - I \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (3.3)$$

ahol az operátor típusa  $\alpha$  paraméter értékétől függ.  $\alpha=1$  esetén t-norma és  $\gamma_1=\gamma_c$ ,  $\alpha=-1$  esetén pedig t-konorma operátor és  $\gamma_{-1}=\gamma_d$ . Abban az esetben, ha a szabály-premisszák kettőnél több összekapcsolandó feltételt tartalmaznak, ezt a formát kell használni. A  $\gamma$  paraméter változtatásával a következőkben ismertetésre kerülő különböző nevezetes operátorok állíthatók elő.

1. A szorzat operátor egy t-norma:  $\gamma_c=1$  és  $\alpha=1$

$$t(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n x_i \quad (3.4)$$

2. Az algebrai összeg operátor egy t-konorma:  $\gamma_d=1$  és  $\alpha=-1$

$$s(x_1, \dots, x_n) = I - \prod_{i=1}^n (I - x_i) \quad (3.5)$$

3. Einstein operator:  $\gamma=2$

$$t(x_1, \dots, x_n) = \frac{I}{I + \left( \frac{I}{2} \left( \prod_{i=1}^n \left( I + 2 \left( \frac{I-x_i}{x_i} \right)^\alpha \right) - I \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (3.6)$$

$\alpha=1$  esetén t-norma,  $\alpha=-1$  esetén t-konorma operátor

4. Dombi operator:  $\gamma=0$

$$t(x_1, \dots, x_n) = \frac{I}{I + \left( \sum_{i=1}^n \left( \frac{I-x_i}{x_i} \right)^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}}} \quad (3.7)$$

$\alpha>0$  esetén t-norma,  $\alpha<0$  esetén t-konorma operátor [51].

### 3.2.3 Diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer

A szakirodalomból ismert, hogy a szorzat implikáció, az összeg aggregáció és a súlyközpont (COG) defuzzifikáció esetén a Mamdani kiértékelő struktúra átalakítható egy vele egyenértékű diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúrává, vagyis a két modell eredménye azonos lesz [52].

#### Állítás 3.2.3.1:

Belátható, hogy a Zadeh-féle normákat használva az implikáció és az aggregáció során, valamint a maximumok közepe (MOM) defuzzifikációt alkalmazva szintén előállítható egy, az eredeti Mamdani következtetéssel egyenértékű, származtatott modell. Ekkor a szabályokat egyenként kell defuzzifikálni, majd az egyes szabályok illetékességi szintjei közül ki kell választani a legnagyobbat. Ha ez a maximum érték többször is előfordul a vizsgált illetékességi szintek között, a következtetés eredménye a hozzájuk tartozó különböző MOM értékek átlagaként számítható. □

#### Kiegészítés 3.2.3.1:

A modellben a szabálypremisszák különböző feltételeinek összekapcsolására ÉS műveletként, valamint implikációként alkalmazott operátor az (2.4)-ben definiált Zadeh-féle t-norma (minimum operátor). Hasonlóképpen az aggregáció során alkalmazott operátor az (2.6)-ban definiált Zadeh-féle t-konorma (maximum operátor). A választott defuzzifikációs eljárás a maximumok közepe, más néven MOM (Mean of Maxima) a legnagyobb függvényértékekhez tartozó  $x$  értékek közepét adja meg a következő képletek segítségével.

A legnagyobb függvényértékek meghatározása:

$$MAX(B_i) = \underset{y}{arg \max}(B_i(y)) \quad (3.8)$$

A MOM érték az  $i$ -edik szabályra folytonos esetben:

$$MOM_i = \frac{\int y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy} \quad (3.9)$$

Diszkrét  $MAX(B)$  halmaz esetén:

$$MOM_i = \frac{\sum_{y_j \in MAX(B_i)} y_j}{|MAX(B_i)|} \quad (3.10)$$

ahol  $|MAX(B_i)|$  a  $B_i$  halmaz elemszáma.

A származtatott modell esetén a szabályonkénti defuzzifikáció jelentős számításigényű lehet, de az egyes szabályokhoz tartozó kimeneti tagsági függvények egyszerűségük miatt általában háromszög, trapéz, vagy más szakaszonként lineáris alakúak [16]. Ekkor a minimum implikáció eredményeként létrejövő, a illetékességi szint ( $w_i$ ) által meghatározott magassághoz tartozó ( $h(A) = \max_{x \in X} A(x) = w_i$ ), tagsági függvény paraméterek segítségével egy egyszerű képlettel meghatározható a szabályt képviselő crisp érték.

Legyen  $A_i(x)$  az  $i$ -edik tagsági függvényhez tartozó trapéz alakú tagsági függvény, ami a következőképpen definiálható:

$$A_i(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a_i \\ \frac{x - a_i}{b_i - a_i} & a_i \leq x \leq b_i \\ 1 & b_i \leq x \leq c_i \\ \frac{d_i - x}{d_i - c_i} & c_i \leq x \leq d_i \\ 0 & d_i \leq x \end{cases} \quad (3.11)$$

ahol  $a_i, b_i, c_i, d_i$  a tagsági függvény paraméterek, feltéve, hogy  $a_i \neq b_i$  és  $c_i \neq d_i$ . Ilyen alakú kimeneti tagsági függvények esetén a defuzzifikáció eredménye a következő képlet felhasználásával adódik:

$$MOM_i = \frac{b_i + c_i}{2} \quad (3.12)$$

ahol  $b_i$  és  $c_i$  a függvény legmagasabb értékű szakaszának két végpontja.

### **Bizonyítás 3.2.3.1:**

Mamdani-típusú következtetési rendszerben a következtetés eredménye minimum implikáció, maximum aggregáció és maximumok közepe (MOM) defuzzifikáció esetén:

$$y_{out} = \frac{\int_{MAX(B^*)} y dy}{\int_{MAX(B^*)} dy} \quad (3.13)$$

ahol

$$B^*(y) = \max(\min(w_1, B_1(y)), \dots, \min(w_n, B_n(y))) \quad (3.14)$$

Diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben a kiértékelés eredménye a következő képletekkel definiálható.

$$MOM_i = \frac{\int y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy} \quad (3.15)$$

$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^n MOM_i \int dy}{\sum_{i=1}^n \int_{MAX(B_i)} dy} \quad (3.16)$$

ahol  $MOM_i$  az  $i$ -edik szabályhoz tartozó  $MOM$  érték,  $y_{out}$  a (3.8)-ban definiált  $MAX(B_i)$  halmazokhoz tartozó  $MOM_i$  értékek súlyozott átlaga.

Be kell látni, hogy a (3.13)-ban megadott Mamdani-típusú következtetés eredménye megegyezik a (3.16)-ban megadott diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetés eredményével. Felhasználva, hogy  $w_i \in [0,1]$  és  $B_i$  normális fuzzy halmaz, vagyis  $h(B_i) = 1$ , kijelenthető, hogy  $w_i \leq h(B_i) \quad \forall i=1..n$  ahol  $i$  a szabályok száma. Ez alapján a  $\min(w_i, B_i(y))$  implikáció eredményeként létrejövő tartományok rendre a  $(MAX(B_i))$  halmazzal adhatók meg. A defuzzifikáció során kizárólag a függvények legnagyobb értékű szakaszait kell figyelembe venni, a végkövetkeztetés számítására szolgáló (3.15) képlet is csak ezekre a szakaszokra vonatkozik.

A diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer (3.16)-ban megadott eredményébe behelyettesítve a (3.15)-el megadott összefüggést, a Mamdani következtetés eredményének megfeleltethető képletet kapunk.

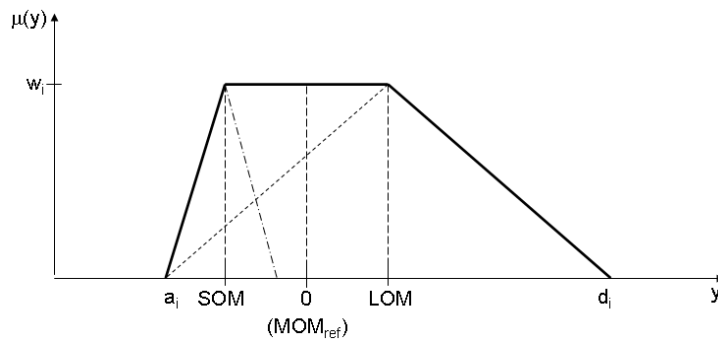
$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^n MOM_i \int dy}{\sum_{i=1}^n \int_{MAX(B_i)} dy} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\int y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy} \int dy}{\sum_{i=1}^n \int_{MAX(B_i)} dy} \quad (3.17)$$

$$y_{out} = \sum_{i=1}^n \frac{\int y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy} = \frac{\int y dy}{\int_{MAX(B^*)} dy} \quad (3.18)$$

A MOM defuzzifikáció szimmetrikus tagsági függvények esetén használható a halmaz megfelelő reprezentálására, mivel aszimmetrikus esetben nem veszi figyelembe a  $]0,1[$  intervallumba eső tagsági értékű pontokhoz tartozó bizonytalan információkat. A fenti állításban és bizonyításban szimmetrikus tagsági függvényeket feltételeztem.

Aszimmetrikus esetben a MOM módszer módosítása válhat szükségessé, ekkor az állítás hasonlóképpen belátható.

Aszimmetrikus konzekvens halmazok esetén a MOM módszer egy módosítását javaslom, ami Patel módszerében használt  $\Delta MOM$  értéken alapul [39]. Trapéz alakú tagsági függvény esetén a  $MOM$  érték kiszámítása után, egy korrekciós értéket kell kiszámolni úgy, hogy két egyenlőszárú háromszöget definiálunk. A háromszögek egyik szára egybeesik a trapéz egy-egy szárával, alapjuk a trapéz alapjával, másik szárukat pedig az első száruk magasságra való tükrözésével kapjuk, amint az a 4. ábrán látható.



4. ábra A  $\Delta MOM$  érték kiszámítása

Ekkor a  $\Delta MOM$  érték kiszámítása a következő összefüggés segítségével történik:

$$\Delta MOM = \frac{-(SOM - a_i)w_1 + MOM_{ref}w_{ref} + (d_i - LOM)w_3}{w_1 + w_{ref} + w_3} \quad (3.19)$$

ahol az eredeti MOM érték ( $MOM_{ref}$ ) tekinthető referencia pontnak,  $MOM_1$  az első háromszög MOM értéke (ez megegyezik a trapéz SOM értékével),  $MOM_3$  a másik háromszög MOM értéke (ez megegyezik a trapéz LOM értékével) és  $w_i$  az  $i$ -edik szabály illetékességi szintje. A képlet a fentiek analógiájára más szakaszonként lineáris tagsági függvény esetén is alkalmazható.

### Műveletigény 3.2.3.1:

Annak érdekében, hogy a szabálykimenetek diszkrétizálása által okozott számításigény csökkenése megmutatható legyen, megadom a hagyományos és a módosított Mamdani-típusú következtető rendszer műveletigényét. A 3.2.3.1 állításban megadottak alapján definiált kiértékelés során az első három lépés (fuzzifikálás, illetékességi szint számítása és implikáció) a műveletigénye megegyezik mindkét kiértékelő struktúrában, ezért ezek műveletigényét nem veszem figyelembe a műveletigény csökkenésének meghatározásakor. A különbség az aggregáció és a defuzzifikáció során jelenik meg. A hagyományos következtetéskor az implikáció eredményeként kapott fuzzy halmazokat



kell aggregálni, majd defuzzifikálni. Ekkor a gyakorlatban a bemeneti tartomány ekvidisztáns felosztására kell végrehajtani az aggregációt. Legyen  $Y$  a bemeneti tartomány  $[y_{min}, y_{max}]$  és ennek ekvidisztáns alappontjait tartalmazó halmaz:

$$Y_i = [y_1; y_1 + \Delta; y_1 + 2\Delta; \dots; y_N] \quad (3.20)$$

ahol  $N$  az ekvidisztáns alappontok száma és  $\Delta = (y_{max} - y_{min}) / (N - 1)$  a pontok közötti távolság. A konzekvens halmazok ezen pontjaira kell elvégezni a  $max$  aggregációt:

$$B^* = \max(B_i(y_i)) \quad (3.21)$$

Így az aggregáció műveletigénye a  $(\text{pontok száma}) * (\text{szabályok száma} - 1)$  képlettel határozható meg, vagyis  $N * (n - 1)$  összehasonlítást kell végezni.

A defuzzifikáció is a (3.20)-ban meghatározott ekvidisztáns alappontokban végezhető el a trapéz módszert alkalmazva:

$$\int_{y_{min}}^{y_{max}} f(y) dy \approx T_n(f) = \frac{y_{max} - y_{min}}{2N} \left[ f(y_1) + 2 \sum_{i=2}^N f(y_i) + f(y_{N+1}) \right] \quad (3.22)$$

ahol  $y_i = y_1 + (i - 1) \frac{y_{max} - y_{min}}{N}$ ,  $i = 1, \dots, n + 1$  [53]. A formula műveletigénye  $N + 1$

additív és 4 multiplikatív művelet (mivel az alappontokban az aggregált értékek adottak), ami megegyezik a MOM defuzzifikáció számlálójának műveletigényével. A nevezőt is figyelembe véve a defuzzifikáció teljes műveletigénye  $2(N + 1)$  additív és 5 multiplikatív művelet.

A diszkretizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer esetén a következtetés utolsó két lépése felcserélődik, vagyis előbb a szabályonkénti defuzzifikáció, majd az így kapott crisp értékek aggregációja következik. Ebben az esetben a MOM (3.12)-ben definiált egyszerűsített képlete használható, melynek műveletigénye 1 additív és 1 multiplikatív művelet, melyeket  $n$  szabályra kell végrehajtani. Így a defuzzifikáció műveletigénye a teljes rendszerre  $n$  additív és  $n$  multiplikatív művelet. Az így kapott crisp értékek aggregálása  $n - 1$  összehasonlítást igényel, ahol  $n$  a szabályok száma.

A hagyományos és a módosított Mamdani-típusú következtetési rendszer fentiekben leírt műveletigényét az 1. táblázatban foglaltam össze.

1. táblázat A HAGYOMÁNYOS ÉS A DISZKRETIZÁLT MAMDANI KÖVETKEZTETÉS MŰVELETIGÉNYE  
(MAX AGGREGÁCIÓ, MOM DEFUZZIFIKÁCIÓ)

	Hagyományos Mamdani-típusú következtetés	Diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra
Aggregáció	$N(n-1)$	$n-1$
Defuzzifikáció (additív)	$2(N+1)$	$n$
Defuzzifikáció (multiplikatív)	5	$n$

Ezen értékek alapján kijelenthető, hogy az aggregáció műveletigénye jelentős mértékben csökkenthető a diszkrétizálás által. A defuzzifikáció műveletigényének meghatározása során figyelembe kell venni azt a tényt, hogy a bementi tartomány megfelelő finomságú felosztásához az ekvidisztáns alappontok nagy száma ( $N$ ) szükséges, ami általában jóval nagyobb, mint az alkalmazott szabályok száma. Következésképpen az additív műveletek száma jelentős mértékben csökkenthető a következtetés módosítása által. A multiplikatív műveletek száma ugyan nagyobb a módosított rendszer esetén, de annak nagyságrendje így is jóval kisebb, mint az aggregáció és a defuzzifikáció additív műveletigényének csökkenési mértéke. A másik leggyakoribb szakaszonként lineáris tagsági függvényt, a (2.1)-ben definiált háromszög alakút alkalmazva, annak alakú sajátosságát kihasználva a defuzzifikáció során még nagyobb csökkenés érhető el. Ekkor diszkrétizált esetben a MOM érték a háromszög legnagyobb tagsági értékű pontjához tartozó második paraméter ( $b$ ).

Azt az esetet is vizsgáltam, amikor a Hamacher t-normát használjuk implikációs operátorként, az aggregációs művelet a sum, defuzzifikációs műveletként pedig a COG szolgál. Ekkor az implikáció során a Hamacher t-norma (3.1)-ben definiált kétváltozós alakját kell alkalmazni, ahol  $a$  változó a szabály illetékességi szintje,  $b$  pedig az adott szabályhoz tartozó konzekvens halmaz. Ezt a műveletet el kell végezni minden egyes szabályra, majd ezt követően Mamdani-típusú következtetés alkalmazásakor először a kapott halmazokat aggregálni kell, majd ezt követi a kapott bonyolult alakú függvény defuzzifikációja; a származtatott modell esetén pedig a szabályonkénti defuzzifikációt követően kell elvégezni az aggregációt. A szabályonkénti defuzzifikációból adódó jelentős számításigény csökkentésére trapéz alakú függvények esetén a következő egyszerűbb formula használható a defuzzifikáció során.

$$COG_i = \frac{h}{3} \left( \frac{d_i^2 + c_i^2 - b_i^2 - a_i^2 + c_i d_i - a_i b_i}{d_i + c_i - b_i - a_i} \right) \quad (3.23)$$

ahol  $a_i, b_i, c_i, d_i$  a tagsági függvény paraméterei,  $h$  pedig a magassága.

**Állítás 3.2.3.2:**

A fent megadott feltételekkel (Hamacher t-norma implikáció, sum aggregáció, COG defuzzifikáció) a Mamdani-típusúval ekvivalens származtatott modell nem állítható elő. □

**Bizonyítás 3.2.3.2:**

Az implikáció eredménye (3.1) alapján

$$B_i(y) = \frac{w_i \mu_{B_i}(y)}{\gamma + (1-\gamma)(w_i + \mu_{B_i}(y) - w_i \mu_{B_i}(y))} \quad (3.24)$$

ahol  $w_i$  az  $i$ -edik szabály illetékességi szintje,  $\mu_{B_i}(y)$  a  $i$ -edik kimeneti tagsági függvény.

Mamdani-típusú kiértékelés esetén ezt követi a kapott függvények aggregációja, melynek eredménye:

$$B^*(y) = \sum_{i=1}^n B_i(y) \quad (3.25)$$

ahol  $n$  a szabályok száma.

A teljes kimenet az aggregáció után kapott tagsági függvény defuzzifikációjával kapható meg, feltéve, hogy  $\int_{sup B^*} B^*(y) dy \neq 0$ , vagyis van olyan szabály, ami illetékes:

$$y_{out} = \frac{\int_{sup B^*} y B^*(y) dy}{\int_{sup B^*} B^*(y) dy} \quad (3.26)$$

Diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer esetén a (3.24)-ben megadott implikáció eredményét kell szabályonként defuzzifikálni, feltéve, hogy

$$\int_{sup B_i} B_i(y) dy \neq 0 :$$

$$COG_i = \frac{\int_{sup B_i} y B_i(y) dy}{\int_{sup B_i} B_i(y) dy} \quad (3.27)$$

ahol  $i=1..n$  a szabály sorszám.

Ezt követi a súlyközpontok aggregációja (3.28), melynek eredményeként egyetlen crisp érték áll elő:

$$y_{out} = \sum_{i=1}^n COG_i \quad (3.28)$$

Be kell látni, hogy a (3.26)-ban megadott, a hagyományos Mamdani-típusú következtetési rendszer kimentének kiszámítására vonatkozó képlet nem egyezik meg a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetés (3.28)-ban megadott eredményével.

A Mamdani-típusú következtetés (3.26)-os képletébe behelyettesítve a (3.25) majd a (3.24) képleteket, a következő összefüggések adódnak.

$$y_{out} = \frac{\int_{suppB^*} y \sum_{i=1}^n B_i(y) dy}{\int_{suppB^*} \sum_{i=1}^n B_i(y) dy} \quad (3.29)$$

$$y_{out} = \frac{\int_{suppB^*} y \sum_{i=1}^n \frac{w_i \mu_{B_i}(y)}{\gamma + (1-\gamma)(w_i + \mu_{B_i}(y) - w_i \mu_{B_i}(y))} dy}{\int_{suppB^*} \sum_{i=1}^n \frac{w_i \mu_{B_i}(y)}{\gamma + (1-\gamma)(w_i + \mu_{B_i}(y) - w_i \mu_{B_i}(y))} dy} \quad (3.30)$$

Ugyanígy elvégezve a visszahelyettesítéseket a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszer esetén, vagyis (3.28)-ban alkalmazva a (3.27) majd a (3.24) összefüggéseket:

$$y_{out} = \sum_{i=1}^n \frac{\int_{suppB_i} y B_i(y) dy}{\int_{suppB_i} B_i(y) dy} \quad (3.31)$$

$$y_{out} = \sum_{i=1}^n \frac{\int_{suppB_i} y \frac{w_i \mu_{B_i}(y)}{\gamma + (1-\gamma)(w_i + \mu_{B_i}(y) - w_i \mu_{B_i}(y))} dy}{\int_{suppB_i} \frac{w_i \mu_{B_i}(y)}{\gamma + (1-\gamma)(w_i + \mu_{B_i}(y) - w_i \mu_{B_i}(y))} dy} \quad (3.32)$$

Mivel az implikáció eredménye mindkét esetben megegyezik, ezért a (3.29) és (3.31) képletek egyezőségét kell vizsgálni. Felhasználva a következő integrálási szabályt:

$$\int_x (f(x) \pm g(x)) dx = \int_x f(x) dx \pm \int_x g(x) dx \quad (3.33)$$

a (3.29) összefüggés átírható a következő módon:

$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^n \int_{supB_i} y B_i(y) dy}{\sum_{i=1}^n \int_{supB_i} B_i(y) dy} \quad (3.34)$$

Mivel  $\frac{\sum x_i}{\sum y_i} \neq \sum \frac{x_i}{y_i}$  belátható, hogy a két modell eredménye nem ekvivalens egymással, vagyis

$$\frac{\sum_{i=1}^n y \int_{supB_i} B_i(y) dy}{\sum_{j=1}^n \int_{supB_j} B_j(y) dy} \neq \sum_{i=1}^n \frac{\int_{supB_i} y B_i(y) dy}{\int_{supB_i} B_i(y) dy} \quad (3.35)$$

A bizonyítás  $\gamma$  értékétől függetlenül történt, ezért a 3.2.3.2 állítás a Hamacher t-normákra általánosan igaz. A Hamacher t-konorma, mint aggregációs operátor használata esetén hasonló eredményre juthatunk. Ezen állítás a fenti levezetés alapján belátható.

### 3.2.4 Az azonos kimenetű szabálypremisszák összekapcsolása Mamdani-típusú következtetési rendszerben

A Mamdani típusú következtetési rendszerekben ugyanaz a szabálykimenet több különböző szabálypremisszához is tartozhat. Ez a jellegzetesség lehetőséget biztosít a kiértékelési struktúra egyszerűsítésére, ezáltal a kiértékelési idő csökkentésére az azonos kimenethez tartozó szabálypremisszák összekapcsolása által. Az összekapcsolás valamilyen diszjunkciós operátor segítségével történhet, ami az összekapcsolandó szabálypremisszák illetékességi szintjeinek unióját állítja elő. Ezt követően a szabályok számával megegyező számú implikáció helyett a kimeneti függvények számának megfelelő implikáció szükséges és az aggregálandó halmazok száma is ugyanilyen mértékben csökken.

#### Állítás 3.2.4.1:

A megfelelő szabálypremisszák összekapcsolására alkalmazható a maximum operátor, majd ezt követően a minimum implikáció és a súlyközéppont módszer, mint defuzzifikációs eljárás. Ekkor az aggregáció eredménye a teljes rendszerre:

$$B^*(y) = \max(\min(w_1, B_1(y)), \dots, \min(w_n, B_n(y))) \quad (3.36)$$

Be kell látni, hogy ez megegyezik az összekapcsolt szabálypremisszák esetén adódó aggregáció eredményével:

$$\mu_C'(z) = \max(\min(B_1(y), \max(w_{11}, \dots, w_{n_1})), \dots, \min(B_m(y), \max(w_{1m}, \dots, w_{n_m}))) \quad (3.37)$$

ahol  $m$  a különböző szabálykimenetek száma,  $w_{ij}$  a  $j$ -edik szabálykimenethez tartozó  $i$ -edik illetékességi szint.

**Bizonyítás 3.2.4.1:**

Az unió és metszet szokásos jelölésével (3.36) átírható a következőképpen:

$$B^*(y) = (w_1 \wedge B_1(y)) \vee \dots \vee (w_n \wedge B_n(y)) \quad (3.38)$$

Felhasználva azt a tényt, hogy több szabálypremisszához is ugyanaz a kimeneti tagsági függvény kapcsolódik, a illetékességi szintek jelölése legyen  $w_{ij}$ , ami a  $j$ -edik kimenethez kapcsolódó  $i$ -edik szabálypremissza illetékességi szintje. Ha a kimeneti tagsági függvények száma  $m$ , az egyes kimenetekhez kapcsolódó szabálypremisszák száma pedig rendre  $n_1, \dots, n_m$ , akkor (3.38) átírható a következő módon:

$$B^*(y) = (w_{11} \wedge B_1(y)) \vee \dots \vee (w_{n_1 1} \wedge B_1(y)) \vee \dots \vee (w_{1m} \wedge B_m(y)) \vee \dots \vee (w_{n_m m} \wedge B_m(y)) \quad (3.39)$$

Minden Zadeh-féle fuzzy komplementtel kiegészített fuzzy hatványhalmaz alkotta algebrai háló teljesíti a Boole-algebrák szinte minden tulajdonságát, kivéve az ellentmondás és a harmadik kizárásának törvényét. Ebből következően alkalmazható a disztributivitási szabály, ezért a fenti képlet a megadott módon alakítható át:

$$B^*(y) = (B_1(y) \wedge (w_{11} \vee \dots \vee w_{n_1 1})) \vee \dots \vee (B_m(y) \wedge (w_{1m} \vee \dots \vee w_{n_m m})) \quad (3.40)$$

A megfelelő operátorokat visszahelyettesítve:

$$B^*(y) = \max(\min(B_1(y), \max(w_{11}, \dots, w_{n_1 1})), \dots, \min(B_m(y), \max(w_{1m}, \dots, w_{n_m m}))) \quad (3.41)$$

A (3.41)-ben kapott képlet megfelel a (3.37)-ben megadott, az összekapcsolt szabálypremisszák esetén adódó aggregáció eredményének.

**Műveletigény 3.2.4.1:**

A 3.2.4.1 állításban a redukció a szabálypremisszák max operátor általi összekapcsolásával jön létre. A kiértékelés első két lépése (fuzzifikáció és illetékességi szint meghatározása) és az utolsó lépés (defuzzifikáció) végrehajtása megegyezik a hagyományos és az összekapcsolt modell esetén, ezért ezek műveletigénye is azonos, ezeket az összehasonlítás során nem kell figyelembe venni.

Az összekapcsoláskor az azonos szabálykimenetekhez tartozó illetékességi szintek, vagyis crisp értékek maximumát kell kiválasztani. Legyen a különböző

szabálykimenetek száma 'out' és az  $i$ -edik szabálykimenethez tartozó szabálypremisszák száma rendre  $n_1, n_2, \dots, n_{out}$ . Ekkor az  $i$ -edik szabálykimenethez tartozó  $i$ -edik csoporton belül  $n_i-1$  összehasonlítást kell végezni. Ez a szám az összes lehetséges kimenetet figyelembe véve  $(n_1-1)+(n_2-1)+\dots+(n_{out}-1)$ . Mivel  $n_1+n_2+\dots+n_{out}=n$  és a különböző szabálykimenetek száma 'out', a szabálypremisszák összekapcsolásának műveletigénye  $(n-out)$ .

Az implikáció és az aggregáció műveletszám csökkenése abból a tényből ered, hogy kevesebbszer kell azokat végrehajtani. Míg hagyományos rendszerben az implikációk és aggregációk száma megegyezik a szabályok számával, addig az összekapcsolt rendszer esetében ezek száma a különböző szabálykimenetek számával azonos. Az implikáció és az aggregáció során a konzekvens halmazok (3.20)-ban meghatározott ekvidisztáns alappontokhoz tartozó pontjait vesszük figyelembe hasonlóan, mint a 3.2.3.1 fejezetben.

A minimum implikáció

$$B_i(y) = \min(w_i, \mu_{B_i}(y)) \quad (3.42)$$

műveletigénye hagyományos rendszerben szabályonként  $N$ , a teljes rendszerre pedig  $n*N$  összehasonlítás, ahol  $n$  a szabályok száma. A szabálypremisszák összekapcsolásakor a különböző szabálykimenetek számát kell figyelembe venni a szabályok száma helyett, ezért ennek műveletigénye  $(out*N)$ .

A maximum aggregáció

$$Y = \max(B_i(y)) \quad (3.43)$$

műveletigénye hagyományos rendszerben  $N(n-1)$  összehasonlítás a teljes rendszerre, mert  $n$  szabályt kell összehasonlítani  $N$  ekvidisztáns alappontban. Összekapcsolt szabálypremisszák esetén, akár csak az implikáció során, a különböző szabálykimenetek számát kell figyelembe venni az összes szabály száma helyett, így a rendszer műveletigénye  $N(out-1)$ .

A fentiekben megadott műveletigényeket a hagyományos és az összekapcsolt rendszerekre a 2. táblázatban foglaltam össze.

2. táblázat A HAGYOMÁNYOS ÉS AZ ÖSSZEKAPCSOLT MAMDANI KÖVETKEZTETÉS MŰVELTIGÉNYE (MIN IMPLIKÁCIÓ, MAX AGGREGÁCIÓ, COG DEFUZZIFIKÁCIÓ)

	Hagyományos Mamdani-típusú következtetés	Mamdani-típusú következtetés összekapcsolt szabálypremisszák esetén
A szabálypremisszák összekapcsolása (max operátor)	-	n-out
Implikáció	$N \cdot n$	$N \cdot out$
Aggregáció	$N \cdot (n-1)$	$N \cdot (out-1)$

A következtetés vizsgált lépéseinek összesített műveletigénye hagyományos rendszer esetén  $N \cdot n + N \cdot (n-1)$ , az összekapcsolt rendszerben  $N \cdot out + N \cdot (out-1) + n-out$  összehasonlítás. A következőkben megmutatom a módosítás számításigény csökkentését. A bizonyítás indirekt, tegyük fel, hogy a két módszer műveletigénye megegyezik, vagyis teljesül, hogy

$$2 \cdot N \cdot n - N = 2 \cdot N \cdot out - N + n - out \quad (3.44)$$

Ez átírható a következő módon:

$$2 \cdot N \cdot (out + n - out) = 2 \cdot N \cdot out + n - out \quad (3.45)$$

$$2 \cdot N \cdot out + 2 \cdot N \cdot n - 2 \cdot N \cdot out = 2 \cdot N \cdot out + n - out \quad (3.46)$$

$$2 \cdot N \cdot (n - out) = n - out \quad (3.47)$$

Kijelenthető, hogy (3.47) ellentmondás az alábbiak szerint tehető igazzá.

$$2 \cdot N \cdot (n - out) > n - out \quad (3.48)$$

ahol a baloldal a hagyományos rendszerhez tartozik, míg a jobboldal az összekapcsolt rendszerhez. A fentiek alapján kijelenthető, hogy a szabálypremisszák összekapcsolása által a műveletigény jelentős mértékben csökkenthető.

### 3.2.5 Az azonos kimenetű szabálypremisszák összekapcsolása diszkretizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben

Abban az estében, amikor a defuzzifikálás szabályonként történik, a kiértékelendő kimenetek számának csökkentése még nagyobb jelentőséggel bír annak ellenére is, hogy általában egyszerű alakú tagsági függvényeket és egyszerűen számítható defuzzifikációs módszereket alkalmaznak ezekben a modellekben. Természetesen annak vizsgálatát, hogy melyik operátorok esetén végezhető el az összekapcsolás, csak



abban az esetben van értelme elvégezni, ha a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra ezen operátorok használatával a Mamdani-típusú kiértékeléssel ekvivalens.

**Állítás 3.2.5.1:**

Szimmetrikus kimeneti tagsági függvények esetén a súlyközpont (COG) nem függ az aktuális illetékességi szinttől, ezért ilyen típusú függvények alkalmazásakor az összekapcsolás diszjunkciós operátor alkalmazása nélkül, a szabálypremisszák csoportosítása által elvégezhető. A feladat a szabálypremisszák csoportosítása annak megfelelően, hogy melyik kimeneti tagsági függvényhez tartoznak. Csoportonként elvégezve az összegzést, a következtetés eredménye súlyozott átlagként számítható:

$$y_{out} = \frac{COG_1 \sum_{i=1}^{n_1} w_{i1} + \dots + COG_m \sum_{i=1}^{n_m} w_{im}}{\sum_{i=1}^{n_1} w_{i1} + \dots + \sum_{i=1}^{n_m} w_{im}} \quad (3.49)$$

ahol  $w_{ij}$  a  $j$ -edik kimeneti tagsági függvényhez tartozó  $i$ -edik szabálypremissza, az egyes kimeneti függvényekhez tartozó szabálypremisszák száma  $m$ -féle kimeneti tagsági függvény esetén rendre  $n_1, \dots, n_m$ , ahol  $n_1 + \dots + n_m = n$  □

A súlyközpontok meghatározása és a csoportosítás a kiértékelés előtt történik, ezért valós időben nem növeli a számításigényt.

**Bizonyítás 3.2.5.1:**

Mamdani-szerű következtetési rendszerben a következtetés eredménye COG defuzzifikáció esetén a következő képletekkel definiálható:

$$COG_i = \frac{\int_{suprB_i} y B_i(y) dy}{\int_{suprB_i} B_i(y) dy} \quad (3.50)$$

$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i COG_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (3.51)$$

Az előző fejezetben bemutatott bizonyításhoz hasonlóan felhasználható az a tény, hogy több szabálypremisszához is ugyanaz a kimeneti tagsági függvény kapcsolódik, ezért a illetékességi szintek jelölése legyen  $w_{ij}$ , ami a  $j$ -edik kimenethez kapcsolódó  $i$ -edik szabálypremissza illetékességi szintje. Ha a kimeneti tagsági függvények száma  $m$ , az

egy-egy kimenetnekhez kapcsolódó szabálypremisszák száma pedig rendre  $n_1, \dots, n_m$ , akkor (3.51) átírható a következő módon.

$$y = \frac{w_{11}COG_1 + \dots + w_{n_1 1}COG_1 + \dots + w_{1m}COG_m + \dots + w_{n_m m}COG_m}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (3.52)$$

Elvégezve a megfelelő átalakításokat a következő képlet adódik:

$$y = \frac{COG_1 \sum_{i=1}^{n_1} w_{i1} + \dots + COG_m \sum_{i=1}^{n_m} w_{im}}{\sum_{i=1}^{n_1} w_{i1} + \dots + \sum_{i=1}^{n_m} w_{im}} \quad (3.53)$$

Ami megfelel a (3.49)-ben megadott, a szabálypremisszák összekapcsolásakor számított eredménnyel. □

Aszimmetrikus konzekvens halmazok esetén ilyen jellegű, operátortól független összekapcsolás nem végezhető el, mivel a súlyközéppont (COG) függ az aktuális illetékességi szinttől. Az összekapcsolás alkalmazhatóságának vizsgálatát az egyes operátorokra külön kell elvégezni. A 3.2.3 fejezetben megmutattam, hogy a Zadeh-féle normákat használva az implikáció és az aggregáció során, valamint a maximumok közepe (MOM) defuzzifikációt alkalmazva előállítható egy, az eredeti Mamdani következtetéssel egyenértékű, származtatott modell.

### **Műveletigény 3.2.5.1:**

A diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra esetén a szabálypremisszák összekapcsolásakor a kiértékelés egy összekapcsolást végző lépéssel bővül az illetékességi szint számítása és az implikáció közé ékelődve. Következésképpen az első két lépés (fuzzifikáció és illetékességi szint számítása) műveletigénye mindkét modellben azonos.

Az összekapcsoláskor az azonos szabálykimenetekhez tartozó illetékességi szintek, vagyis crisp értékek csoportonkénti összegét kell kiszámítani. Legyen a különböző szabálykimenetek száma 'out' és az  $i$ -edik szabálykimenetnek tartozó szabálypremisszák száma rendre  $n_1, n_2, \dots, n_{out}$ . Ekkor az  $i$ -edik szabálykimenetnek tartozó  $i$ -edik csoporton belül  $n_i-1$  additív műveletet kell végezni. Ez a szám az összes lehetséges kimenetet figyelembe véve  $(n_1-1)+(n_2-1)+\dots+(n_{out}-1)$ . Mivel  $n_1+n_2+\dots+n_{out}=n$  és a különböző szabálykimenetek száma 'out', a szabálypremisszák összekapcsolásának műveletigénye  $(n-out)$ .

Az implikáció, a defuzzifikáció és az aggregáció műveletszám csökkenése abból a tényből ered, hogy kevesebbszer kell azokat végrehajtani. Míg hagyományos rendszerben az implikációk és aggregációk száma megegyezik a szabályok számával ( $n$ ), addig az összekapcsolt rendszer esetében ezek száma a különböző szabálypremisszák száma ( $out$ ).

Az implikáció során a 3.2.3 fejezetben megadotthoz hasonlóan a bemeneti tartomány (3.20) szerint definiált ekvidisztáns alappontjaiban végezzük a számítást. A minimum implikáció (3.42) műveletigénye hagyományos rendszerben szabályonként  $N$ , a teljes rendszerre pedig  $n*N$  összehasonlítás, ahol  $n$  a szabályok száma. Összekapcsolt szabálypremisszák esetén a különböző szabálykimenetek számát kell alapul venni az összes szabály száma helyett, vagyis a módosított rendszer műveletigénye ( $out*N$ ).

Legyen a COG defuzzifikáció műveletigénye  $C_{COG}$ . Mivel a defuzzifikációt szabályonként kell elvégezni, annak műveletigénye az eredeti rendszer esetén  $n*C_{COG}$ , míg az összekapcsolt modellben  $out*C_{COG}$ .

A sum aggregáció

$$y_{out} = \sum_{i=1}^n B_i(y) \quad (3.54)$$

műveletigénye az eredeti rendszerben ( $n-1$ ) additív művelet, mivel a rendszer  $n$  szabályát reprezentáló  $n$  crisp értéket kell aggregálni. Összekapcsolt szabálypremisszák esetén, akár csak az implikáció során, a különböző szabálykimenetek számát kell figyelembe venni az összes szabály száma helyett, így az aggregáció műveletigénye ( $out-1$ ) additív művelet.

Az eredeti és az összekapcsolt diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra fentiekben leírt műveletigényét a 3. táblázatban foglaltam össze.

3. táblázat DISZKRÉTIZÁLT KIMENETŰ MAMDANI-SZERŰ STRUKTÚRA MŰVELETIGÉNYE SZIMMETRIKUS KONZEKVENS HALMAZOK ESETÉN (MIN IMPLIKÁCIÓ, SUM AGGREGÁCIÓ, COG DEFUZZIFIKÁCIÓ)

	Mamdani-szerű következtetés	Mamdani-szerű következtetés összekapcsolt szabálypremisszák esetén
Szabálypremisszák összekapcsolása (sum)	-	n-out
Implikáció	$N*n$	$N*out$
Aggregáció	$n-1$	out-1
Defuzzifikáció	$n*C_{COG}$	out*C <sub>COG</sub>

A következtetés vizsgált lépéseinek összesített műveletigénye az eredeti rendszerben  $N \cdot n + (n-1)$  additív művelet és  $n \cdot C_{COG}$ ; az összekapcsolt rendszerben pedig  $n \cdot out + N \cdot out + (out-1)$  additív művelet és  $out \cdot C_{COG}$ . A következőkben megmutatom a módosítás számításigény csökkentését. A defuzzifikáció esetén egyértelmű a műveletigény csökkenése, mivel  $out < n$ . Az additív műveletekre a bizonyítás indirekt, tegyük fel, hogy a két módszer műveletigénye megegyezik, vagyis teljesül az alábbi egyenlőség.

$$N \cdot n + n - 1 = n - out + N \cdot out + out - 1 \quad (3.55)$$

Ez átírható a következő módon:

$$N \cdot n + n - 1 = N \cdot out + n - 1 \quad (3.56)$$

$$N \cdot n = N \cdot out \quad (3.57)$$

Kijelenthető, hogy (3.57) ellentmondás, a következő módon tehető igazzá.

$$N \cdot n > N \cdot out \quad (3.58)$$

ahol a baloldal az eredeti rendszerre vonatkozik, míg a jobboldal az összekapcsoltra. Következésképpen kijelenthető, hogy a műveletigény jelentősen csökkenthető a szabálypremisszák összekapcsolása által.

#### **Állítás 3.2.5.2:**

Aszimmetrikus konzekvens halmazok esetén a Zadeh-féle normákat használva az implikáció és az aggregáció során, valamint MOM defuzzifikációs módszer esetén a szabálypremisszák összekapcsolhatók, az összekapcsolás által az eredeti diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúrával ekvivalens modellt kapunk. □

#### **Bizonyítás 3.2.5.2:**

Összekapcsolt szabálypremisszák esetén a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben a kiértékelés eredménye MOM defuzzifikáció esetén a következő képletek segítségével definiálható:

$$MOM_j = \frac{\int_{MAX(B_j)} y dy}{MAX(B_j)} \quad (3.59)$$

$$y_{out} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{max}} MOM_{j_{max}} \int_{MAX(B_j)} dy}{\sum_{j=1}^{n_{max}} \int_{MAX(B_j)} dy} \quad (3.60)$$

ahol  $MOM_{imax}$  az  $j$ -edik szabálykimenethez tartozó  $max(w_j)$  legnagyobb illetékességi szintekhez tartozó MOM érték,  $y_{out}$  a (3.8)-ban definiált  $MAX(B_j)$  halmazokhoz tartozó  $MOM_j$  értékek súlyozott átlaga,  $n_{max}$  pedig az összekapcsolható szabálypremisszák száma.

Be kell látni, hogy a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű összekapcsolt szabálypremisszákat alkalmazó következtetési rendszer (3.60)-ban megadott eredményébe behelyettesítve a (3.59)-el megadott összefüggést, az eredeti összekapcsolás nélküli struktúrával számított következtetés eredményéhez hasonlóan szintén megfeleltethető a Mamdani-típusú kiértékelés (3.13) segítségével számított eredményével.

A (3.14) összefüggés az azonos kimenethez tartozó szabálypremisszák szerint csoportosítva a tagokat átalakítható:

$$B^*(y) = \max(\min(w_1, B_1(y)), \dots, \min(w_n, B_n(y))) \quad (3.61)$$

$$B^*(y) = \max\left(\max_{i=1..n_j}(\min(w_{1i}, B_{1i})), \dots, \max_{i=1..n_{n_{max}}}(\min(w_{n_{max}i}, B_{n_{max}i}))\right) \quad (3.62)$$

Felhasználva, hogy  $w_i \in [0, 1]$  és  $B_i(y)$  normális fuzzy halmaz, vagyis  $h(B_i) = 1$ , kijelenthető, hogy  $w_i \leq h(B_i) \quad \forall i=1..n$  ahol  $i$  a szabályok száma. Ez alapján a (3.62) kifejezés átírható a következőképpen:

$$B^*(y) = \max\left(\left(\min_{i=1..n_j}(\max(w_{1i}), B_{1i})\right), \dots, \left(\min_{i=1..n_{n_{max}}}(\max(w_{n_{max}i}), B_{n_{max}i})\right)\right) \quad (3.63)$$

$$B^*(y) = \max\left(\left(\max_{i=1..n_j}(w_{1i}), B_{1i}\right), \dots, \left(\max_{i=1..n_{n_{max}}}(w_{n_{max}i}), B_{n_{max}i}\right)\right) \quad (3.64)$$

A szabálypremisszák összekapcsolása által kapott diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben a  $w_i \leq h(B_i)$  összefüggés miatt a legnagyobb illetékességi szintekhez tartozó  $\min(w_i, B_i(y)) = \max(w_i)$  implikáció eredményeként létrejövő tartományok rendre a  $(MAX(B_i(y)))$  halmazzal adhatók meg. Mivel a defuzzifikáció során kizárólag a függvények legnagyobb értékű szakaszait kell figyelembe venni, a végkövetkeztetés számítására szolgáló képlet is csak ezekre a szakaszokra vonatkozik, vagyis a (3.63)-ban megfogalmazott összefüggés itt is alkalmazható. Ekkor belátható, hogy az eredmény megegyezik a Mamdani-típusú következtetés (3.13)-ban megadott eredményével:

$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{max}} MOM_{imax} \int dy}{\sum_{i=1}^{n_{max}} \int_{MAX(B_i)} dy} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{max}} \frac{\int_{MAX(B_i)} y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy}}{\sum_{i=1}^{n_{max}} \int_{MAX(B_i)} dy} \quad (3.65)$$

$$y_{out} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{max}} \frac{\int_{MAX(B_i)} y dy}{\int_{MAX(B_i)} dy}}{\sum_{i=1}^{n_{max}} \int_{MAX(B_i)} dy} = \frac{\int_{MAX(B^*)} y dy}{\int_{MAX(B^*)} dy} \quad (3.66)$$

### Műveletigény 3.2.5.2:

A következtetés folyamata csak az alkalmazott operátorokban különbözik a 3.2.5.1-ben megadottól, mivel a konzekvens halmazok aszimmetrikusak. Következésképpen a számításigény hasonlóan adható meg. Az első két lépés (fuzzifikáció és illetékességi szint számítása) műveletigénye mindkét modellben azonos.

Az összekapcsoláskor az azonos szabálykimenetekhez tartozó illetékességi szinteket kell összekapcsolni a maximum operátorral, vagyis crisp értékeket kell összehasonlítani. Legyen a különböző szabálykimenetek száma 'out' és az  $i$ -edik szabálykimenethez tartozó szabálypremisszák száma rendre  $n_1, n_2, \dots, n_{out}$ . Ekkor az  $i$ -edik szabálykimenethez tartozó  $i$ -edik csoporton belül  $n_i-1$  összehasonlítást kell végezni. Ez a szám az összes lehetséges kimenetet figyelembe véve  $(n_1-1)+(n_2-1)+\dots+(n_{out}-1)$ . Mivel  $n_1+n_2+\dots+n_{out}=n$  és a különböző szabálykimenetek száma 'out', a szabálypremisszák összekapcsolásának műveletigénye  $(n-out)$ .

Az implikáció, a defuzzifikáció és az aggregáció műveletszám csökkenése abból a tényből ered, hogy kevesebbszer kell azokat végrehajtani. Míg hagyományos rendszerben az implikációk és aggregációk száma megegyezik a szabályok számával ( $n$ ), addig az összekapcsolt rendszer esetében ezek száma a különböző szabálypremisszák száma ( $out$ ).

Az implikáció során a 3.2.3 fejezetben megadotthoz hasonlóan a bemeneti tartomány (3.20) szerint definiált ekvidisztáns alappontjaiban végezzük a számítást. A minimum implikáció (3.42) műveletigénye hagyományos rendszerben szabályonként  $N$ , a teljes rendszerre pedig  $n*N$  összehasonlítás, ahol  $n$  a szabályok száma. Összekapcsolt szabálypremisszák esetén a különböző szabálykimenetek számát kell alapul venni az összes szabály száma helyett, vagyis a módosított rendszer műveletigénye ( $out*N$ ).

Legyen a MOM defuzzifikáció műveletigénye  $C_{MOM}$ . Mivel a defuzzifikációt szabályonként kell elvégezni, annak műveletigénye az eredeti rendszer esetén  $n \cdot C_{MOM}$ , míg az összekapcsolt modellben  $out \cdot C_{MOM}$ .

A maximum aggregáció (3.43) műveletigénye az eredeti rendszerben  $(n-1)$  összehasonlítás, mivel a rendszer  $n$  szabályát reprezentáló  $n$  crisp értéket kell aggregálni. Összekapcsolt szabálypremisszák esetén, akár csak az implikáció során, a különböző szabálykimenetek számát kell figyelembe venni az összes szabály száma helyett, így az aggregáció műveletigénye  $(out-1)$  összehasonlítás.

Az eredeti és az összekapcsolt diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra fentiekben leírt műveletigényét a 4. táblázatban foglaltam össze.

4. táblázat DISZKRÉTIZÁLT KIMENETŰ MAMDANI-SZERŰ STRUKTÚRA MŰVELETIGÉNYE ASZIMMETRIKUS KONZEVENS HALMAZOK ESETÉN (MIN IMPLIKÁCIÓ, MAX AGGREGÁCIÓ, MOM DEFUZZIFIKÁCIÓ)

	Mamdani-szerű következtetés	Mamdani-szerű következtetés összekapcsolt szabálypremisszák esetén
Szabálypremisszák összekapcsolása (max)	-	n-out
Implikáció	$N \cdot n$	$N \cdot out$
Aggregáció	n-1	out-1
Defuzzifikáció	$n \cdot C_{MOM}$	$out \cdot C_{MOM}$

A következtetés vizsgált lépéseinek összesített műveletigénye az eredeti rendszerben  $N \cdot n + (n-1)$  additív művelet és  $n \cdot C_{MOM}$ ; az összekapcsolt rendszerben pedig  $n-out + N \cdot out + (out-1)$  additív művelet és  $out \cdot C_{MOM}$ . A következőkben megmutatom a módosítás számításigény csökkentését. A defuzzifikáció esetén egyértelmű a műveletigény csökkenése, mivel  $out < n$ . Az additív műveletekre a bizonyítás indirekt, tegyük fel, hogy a két módszer műveletigénye megegyezik, vagyis teljesül az alábbi egyenlőség.

$$N \cdot n + n - 1 = n - out + N \cdot out + out - 1 \quad (3.67)$$

Ez átírható a következő módon:

$$N \cdot n = N \cdot out \quad (3.68)$$

Kijelenthető, hogy (3.68) ellentmondás, a következőképpen tehető igazzá.

$$N \cdot n > N \cdot out \quad (3.69)$$

ahol a baloldal az eredeti rendszerre vonatkozik, míg a jobboldal az összekapcsoltra. Következésképpen kijelenthető, hogy a műveletigény jelentősen csökkenthető a szabálypremisszák összekapcsolása által.



## 4. ANYTIME MODELL – HOSVD ALAPÚ REDUKCIÓ

Az anytime algoritmusok definíciójának bevezetése Thomas Dean nevéhez fűződik, mely szerint a program standard moduljai sokkal rugalmasabb, a körülményekhez alkalmazkodó számítási egységekkel helyettesíthetők, ezáltal anytime algoritmusokat létrehozva [54]. Az anytime technikák jól alkalmazhatók valós időben működő rendszereknél, amikor a megfelelő pontosságú eredménynek időben rendelkezésre kell állnia. Ilyenkor a rendszer pillanatnyi működését az optimálishoz kell közelíteni, amennyire azt a körülmények engedik. Ezek a technikák a lágy számítási módszerekkel kombinálva alkalmasak a dinamikusan változó, esetleg elégtelen erőforrásokkal és reakcióidővel dolgozni a sokszor nem megfelelő, vagy hiányos információkhoz alkalmazkodva. Az alapmodell a megfelelő módosításokkal intelligens anytime felügyeleti rendszerré alakítható, ami valós időben kiszámítja az egyéni kockázati szintet. Amennyiben bármilyen váratlan esemény következik be, ami a mért jellemzők és a számított kockázati szint alapján észlelhető, a modell redukálása lehetővé teszi a gyorsabb helyzetértékelést, ami segít annak megítélésében, hogy mennyire veszélyes a helyzet, szükség van-e beavatkozásra. A modell redukálásának egy lehetséges módja a HOSVD (Higher Order Singular Value Decomposition) módszer, melynek segítségével a redundanciák, illetve az eredmény meghatározását kevésbé befolyásoló részek kiszűrhetők a rendszerből, ezáltal csökkentve a számítási bonyolultságot és a kiértékelés idejét [55],[56]. Iteratív modell alkalmazása esetén az egyszerűsítés mértéke az aktuális körülményekhez alkalmazkodik az elfogadható hibahatárt figyelembe véve. Fontos megemlíteni, hogy az SVD alapú redukációs technikák alkalmazásának komoly előnye, hogy általában nem szükséges megváltoztatni a következtetési eljárást. A következőkben a HOSVD redukciót és az azzal kapcsolatos vizsgálataim eredményét ismertetem.

### 4.1 Az SVD és a HOSVD alapú redukció

A következőkben ismertetésre kerülő redukációs módszer előfeltétele, hogy az antecedens halmazok Ruspini-partícióban legyenek, vagyis teljesülnie kell a  $\sum_{i=1}^n \mu_i(x) = 1$  feltételnek  $i=1,2,\dots,n, \forall x$  esetén. Az eljárás során használt t-norma a szorzat operátor (2.5), a t-konorma az összeg operátor, a defuzzifikációs eljárás pedig a

súlyközpont módszer (2.9). A redukció alapját képező  $\underline{F}$  mátrix a konzekvens halmazok súlyközpontját  $(d_{i_1, \dots, i_N})$  és területét  $(s_{i_1, \dots, i_N})$  tartalmazza. Mamdani-típusú következtetési rendszerben az  $x_1, \dots, x_n$  értékeket, mint bemeneti változókat tekintve a rendszer a következő típusú szabályokkal reprezentálható:

$$IF \ x_1 \text{ is } A_{i_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } A_{i_n} \text{ THEN } y \text{ is } Y_{i_1, i_n} \quad (4.1)$$

ahol  $A_{k, i_k}$  képviseli az antecedens fuzzy halmazokat,  $Y_{i_1, \dots, i_n}$  a konzekvens fuzzy halmazokat  $i_j=1..n_j$  esetén,  $n_j$  a  $j$ -edik antecedens halmazhoz tartozó bemenetek száma,  $A_{j, i_j}$  pedig a  $j$ -edik bemenethez tartozó  $i_j$ -edik antecedens halmaz [57].

Az SVD alapú algoritmus egy valós értékű  $\underline{F}$  mátrix dekompozícióján alapul:

$$\underline{F}_{(n_1 \times n_2)} = \underline{A}_{1(n_1 \times n_1)} \underline{B}_{(n_1 \times n_2)} \underline{A}_{2(n_2 \times n_2)}^T \quad (4.2)$$

ahol  $\underline{A}_k$  ( $k=1,2$ ) ortogonális mátrixok, vagyis  $\underline{A}_k \underline{A}_k^T = \underline{E}$  és  $\underline{B}$  diagonális mátrix, ami az  $\underline{F}$  szinguláris értékeit ( $\lambda_i$ ) tartalmazza csökkenő sorrendben. Ezek az értékek jelzik a hozzájuk tartozó  $\underline{A}_k$ -beli oszlop fontosságát, a szinguláris értékek maximális száma  $n_{SVD} = \min(n_1, n_2)$ . A mátrixok felbontása az alábbiak szerint történik:

$$\underline{A}_k = \left| \begin{array}{cc} \underline{A}_k^r & \underline{A}_k^d \\ \underline{A}_k^r & \underline{A}_k^d \end{array} \right| \quad (4.3)$$

$$\underline{B} = \left| \begin{array}{cc} \underline{B}^r & 0 \\ 0 & \underline{B}^d \end{array} \right| \quad (4.4)$$

ahol  $n_r \leq n_{SVD}$ .

Ha  $\underline{B}^d$  csak nulla szinguláris értékeket tartalmaz, akkor  $\underline{F} = \underline{A}_1^r \underline{B}^r \underline{A}_2^{rT}$ , egyéb esetekben  $\underline{F}$  csak közelítőleg adható meg  $\underline{F}' = \underline{A}_1^r \underline{B}^r \underline{A}_2^{rT}$  segítségével. A redukciós mátrix hibájának nagysága szintén fontos tényező, mivel az eredménynek meg kell felelnie a pontossági követelményeknek. Az irodalomban általánosan elterjedt hibakorlát a szinguláris értékeket veszi alapul úgy, hogy az elhagyott szinguláris értékeket összegzi:

$$E_{RSVD} \leq \sum_{j=1}^d \lambda_j \quad (4.5)$$

ahol  $d$  az elhagyott szinguláris értékek száma.

Ennél pontosabb hibakorlát is megadható, ha a becslést a hibamátrix alapján végezzük, melynek elemei:

$$\underline{\underline{E}} = |\underline{\underline{F}} - \underline{\underline{F}}'| = \sum_{p=n_r+1}^{n_{SVD}} \lambda_p \underline{\underline{a}}_{1k} \underline{\underline{a}}_{2k}^T \quad (4.6)$$

ennek a mátrixnak a maximális eleme lesz az adott dimenzió hibája [58]:

$$E_{RSVD} = \max(\underline{\underline{E}}) \quad (4.7)$$

Magasabb dimenziószámú mátrixok esetében szükség van az SVD algoritmus kiterjesztésére, ezt a módszert nevezik HOSVD (Higher Order SVD) módszernek. Ilyenkor a redukció  $n$  lépésben hajtható végre, ahol minden lépésben a következőket tartalmazó  $\underline{\underline{F}}$  mátrix egy dimenziója redukálódik. A kiinduló mátrix  $\underline{\underline{F}}_1 = \underline{\underline{F}}$  majd minden későbbi  $\underline{\underline{F}}_i$  az  $i-1$ -dik lépésben megadott módon generálható. Az algoritmus  $i$ -edik lépése ( $i > 1$ ) a következőkben kerül bemutatásra:

1. Az  $n$ -dimenziós  $\underline{\underline{F}}_i$  mátrix mérete  $n_1^r \times \dots \times n_{i-1}^r \times n_i \times n_{i+1} \times \dots \times n_n$ . Ebből a mátrixból képezzük a 2-dimenziós  $\underline{\underline{S}}_i$  mátrixot, melynek mérete  $n_i \times (n_1^r * \dots * n_{i-1}^r * n_{i+1} * \dots * n_n)$  lesz.
2.  $\underline{\underline{S}}_i$  redukálása olyan módon történik, hogy  $\underline{\underline{S}}_i \approx \underline{\underline{A}}_i \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}_i^T = \underline{\underline{A}}_i \underline{\underline{S}}_i^*$ , ahol  $\underline{\underline{A}}_i$  mérete  $n_i \times n_i^r$ ,  $\underline{\underline{S}}_i^*$  mérete pedig  $n_i \times (n_1^r * \dots * n_{i-1}^r * n_{i+1} * \dots * n_n)$ .
3.  $\underline{\underline{S}}_i^*$   $n$ -dimenziós mátrixszá alakítása, melynek eredménye  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$ , mérete  $n_1^r \times \dots \times n_{i-1}^r \times n_i^r \times n_{i+1} \times \dots \times n_n$ . Az algoritmus végrehajtása az 1. lépéstől folytatódik  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$ -re.

Az algoritmus lefutása után  $\underline{\underline{F}}_n$  a redukált szabálybázis következmény részeit tartalmazza, az új tagsági függvények alakja a következőképpen definiálható.

$$\mu_{A'_{ki}}(x_k) = \sum_{i=1}^{n_i^r} \sum_{j=1}^{n_i} \mu_{A_{kj}}(x_k) a_{k,ji} \quad (4.8)$$

ahol  $x_k$  a  $k$ -adik bemenet,  $\mu_{A_{kj}}(x_k)$  a  $k$ -adik bemenethez tartozó  $j$ -edik tagsági függvény, és  $a_{k,ji}$  az  $\underline{\underline{A}}_i$  mátrix eleme.

A redukált szabálybázis szabályainak száma  $n_1^r * \dots * n_n^r$  az eredeti  $n_1 * \dots * n_n$  helyett [58].

Fuzzy rendszerekben fontos követelmény a tagsági függvényekkel szemben, hogy azok értékeire teljesüljön a  $\forall x_k : \mu_{A'_{ki}}(x_k) \in [0, 1]$  összefüggés. A fenti algoritmus

végrehajtása és (4.8) alkalmazása után ez a feltétel az így kapott új tagsági függvényekre nem garantálható. Ennek kezelésére a redukció eredményeként rendelkezésre álló mátrixokon olyan transzformációt kell elvégezni, ami biztosítja, hogy a transzformált mátrixokból kapott új tagsági függvények teljesítsék az összegnormalitás (SN) és a nemnegativitás (NN) feltételeket. Mindkét transzformációt az algoritmus 2. lépésében keletkező  $\underline{\underline{B}}$  és  $\underline{\underline{A}}_k$  mátrixokon kell elvégezni. Az összegnormálás célja, hogy a kapott mátrix sorainak összege 1 legyen, a nemnegativitás eljárás eredményeként pedig az elemei nem lehetnek negatívak.

Az összegnormálás során  $\underline{\underline{B}}$  és  $\underline{\underline{A}}_k$  mátrixokból rendre előállíthatók  $\underline{\underline{B}}'$  és  $\underline{\underline{A}}'_k$  mátrixok úgy, hogy az alábbi összefüggés teljesül [59],[60]:

$$\underline{\underline{A}}'_1 \underline{\underline{B}}' \underline{\underline{A}}_2'^T = \underline{\underline{A}}_1 \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}_2^T \quad (4.9)$$

Ehhez definiálni kell egy  $\underline{\underline{\Phi}}_k = \text{diag}(s\tilde{u}m(\underline{\underline{A}}_k^T))$  mátrixot, melyben  $s\tilde{u}m(\underline{\underline{A}})$  az  $\underline{\underline{A}}$  mátrix sorösszegeit tartalmazza. Ekkor  $\underline{\underline{A}}'_k$  a következőképpen számítható.

$$\underline{\underline{A}}'_k = \begin{cases} \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}_k^r & \underline{\underline{A}}_k^d s\tilde{u}m(\underline{\underline{A}}_k^{dT}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Phi}}_k & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} & \text{if } n_k^r = n_k \\ \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}_k^r s\tilde{u}m((\underline{\underline{A}}_k^T \underline{\underline{A}}_k)^{-1} \underline{\underline{A}}_k^T) \end{bmatrix} & \text{if } n_k^r < n_k \end{cases} \quad (4.10)$$

$\underline{\underline{A}}'_k$  ismeretében  $\underline{\underline{B}}'$  a (4.9) képletből meghatározható, az így kapott mátrixokra teljesül az összegnormalitás.

A nemnegativitás eljárás során az összegnormálás eredményeként kapott  $\underline{\underline{B}}'$  és  $\underline{\underline{A}}'_k$  mátrixokból rendre előállíthatók  $\underline{\underline{B}}''$  és  $\underline{\underline{A}}''_k$  mátrixok úgy, hogy az alábbi összefüggés teljesül [59],[60]:

$$\underline{\underline{A}}''_1 \underline{\underline{B}}'' \underline{\underline{A}}''_2^T = \underline{\underline{A}}'_1 \underline{\underline{B}}' \underline{\underline{A}}_2'^T \quad (4.11)$$

Mivel ez az eljárás az összegnormalitást nem befolyásolja, a transzformáció eredményeként keletkező  $\underline{\underline{A}}''_k$  mátrix elemei garantáltan a [0,1] intervallumba esnek [57].

Legyen

$$\zeta_k = \begin{cases} 1 & \text{if } a_{k,min} \geq -1 \\ \frac{1}{|a_{k,min}|} & \text{if } a_{k,min} < -1 \end{cases} \quad (4.12)$$

ahol  $a_{k,min}$  az  $\underline{\underline{A}}'_k$  mátrix legkisebb eleme. Ekkor  $\underline{\underline{A}}''_k$  a következőképpen definiálható:

$$\underline{\underline{A}}''_k = \underline{\underline{A}}'_k \frac{I}{n_k + \zeta_k} \begin{bmatrix} (I + \zeta_k) & I & \cdots & I \\ I & (I + \zeta_k) & \cdots & I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I & I & \cdots & (I + \zeta_k) \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

ahol  $n_k$  az  $\underline{\underline{A}}'_k$  mátrix oszlopainak száma. Hasonlóan az összegnormáláshoz  $\underline{\underline{A}}''_k$  ismeretében  $\underline{\underline{B}}''$  mátrix (4.11) segítségével adódik.

## 4.2 Ekvidisztáns felosztáson alapuló új tagsági függvény számítása HOSVD redukció esetén

A HOSVD alapú redukció során a redukált szabálybázis használhatóságához a bemeneti tagsági függvények számát is redukálni kell, ezáltal a tagsági függvények alakja is változik, mivel a teljes értelmezési tartományt le kell fedniük az új függvényeknek is. Az algoritmus szerint az aktuális új tagsági függvény értékeinek meghatározása valós időben történik, az előzetesen meghatározott új bonyolult alakú tagsági függvény segítségével (4.8), ami hierarchikus csoportosított rendszer esetében, a hierarchia több szintjén alkalmazva a módszert, jelentősen növelheti a számításigényt. A számításigény csökkentésének egyik lehetséges módja szakaszonként lineáris függvények esetén, hogy az új tagsági függvények jellegzetes pontjait (töréspontjait) meghatározva megadjuk a függvény többi pontjának kiszámítására alkalmazható szakaszonkénti képletet [61]. Ebben az esetben, valós időben a kiszámításra vonatkozó (2.3) képletbe kell behelyettesíteni a bemenet értékét, így kiszámolva az aktuális függvényértéket. Ehhez egy feltételvizsgálat szükséges, ami alapján meghatározható, hogy az értelmezési tartomány melyik szakaszára esik a bemeneti érték, majd ettől függően vagy egy konkrét értéket kapunk a függvény vízszintes szakaszain, vagy egy törtalakban felírható képletbe kell behelyettesítenünk az értéket, amelynek számlálójában és nevezőjében is egy-egy additív művelet szerepel. Az utóbbi esetben egy feltétel kiértékelés után két additív és egy multiplikatív művelet végrehajtása szükséges.

A fenti számításigény csökkentésére egy olyan elő-feldolgozó eljárást dolgoztam ki, ami crisp bemenetek esetén az értelmezési tartomány ekvidisztáns felosztásával nyert értékekre, mint bemenetekre rendre kiszámítja a tagsági függvény értékeket, így az új tagsági értékek megkaphatók. A számítás eredményei egy  $MF_{array}$  mátrixba kerülnek, melynek sorai az egyes tagsági függvények értéket tartalmazzák, vagyis  $MF_{array}(i,j)$  az

$i$ -edik tagsági függvényhez és a bemeneti tényező  $j$ -edik értékéhez tartozó tagsági érték. Az így nyert mátrixról elmondható, hogy  $i$ -edik sora az  $i$ -edik új tagsági függvény értékeit tartalmazza rendre, az ekvidisztáns felosztásnak megfelelő bemeneti értékekre. Ez az eljárás offline végrehajtható, így a számítási bonyolultságot a kiértékelés során nem növeli, felhasználásával valós időben az új érték kiszámítása helyett, csak a tömbből kell kiolvasni a megfelelő új tagsági értéket, így a számítási bonyolultság tovább csökkenthető, ezáltal is gyorsítva a végrehajtást. A hierarchia egyes szintjein feldolgozott csoportok, a csoportokhoz tartozó bemenetek és a hierarchia szintjeinek számának növekedésével a műveletigény egyre nagyobb mértékben csökkenthető,

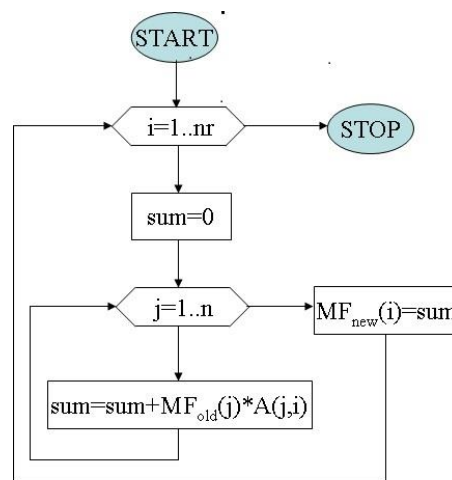
$\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j} nr_i n_i \right) \right)$  additív és ugyanennyi multiplikatív művelet helyett

$\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j} 1 \right) \right) = \sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} g_j \right)$  multiplikatív művelet végrehajtása szükséges, ahol  $n$  a

hierarchia szintjeinek száma,  $m_k$  a csoportok száma a hierarchia  $k$ -edik szintjén,  $g_j$  a  $j$ -edik csoporthoz tartozó bemenetek száma,  $nr_i$  az  $i$ -edik bemenethez tartozó redukált méret (az új tagsági függvények száma). A következőkben ezt az elő-feldolgozó eljárást mutatom be [62].

#### 4.2.1 Az új tagsági függvényeket kiszámító eljárás az eredeti algoritmus szerint

Az algoritmust a hierarchia adott szintjén egy csoport egy bemenetére adom meg.



5. ábra Új tagsági függvény kiszámítása az eredeti rendszerben

Ahol  $A$  a szinguláris érték felbontáskor kapott, az adott dimenzióhoz tartozó mátrix,  $MF_{old}$  a teljes szabálybázishoz tartozó, eredeti tagsági függvényekkel számított tagsági értékeket tartalmazó vektor,  $MF_{new}$  a redukált szabálybázis új tagsági függvényeihez tartozó tagsági értékeket tartalmazó vektor.

#### 4.2.2 Az eredeti eljárás műveletigénye

A műveletigény meghatározása annak figyelembe vételével történt, hogy a szorzás és az osztás időigénye nagyjából azonos [63], így ezeket együttesen multiplikatív műveletként vettem számításba, illetve az összeadást és a kivonást hasonlóképpen összevonva additív műveletként kezeltem, szintén a hasonló végrehajtási idő miatt.

- A műveletigény egy bemeneti tényező esetén:

$nr*n$  összeadás és  $nr*n$  szorzás, vagyis az additív és a multiplikatív műveletek száma megegyezik.  $nr$  a redukált szabálybázishoz tartozó méret (az új tagsági függvények száma),  $n$  pedig a teljes szabálybázishoz tartozó méret (a régi tagsági függvények száma)

- A műveletigény  $g$  különböző bemeneti tényező esetén:

$nr_1*n_1*nr_2*n_2*...*nr_g*n_g$  szorzás és ugyanennyi összeadás, vagyis  $\sum_{i=1}^g(nr_i*n_i)$

multiplikatív és  $\sum_{i=1}^g(nr_i*n_i)$  additív művelt, ahol  $g$  a bemeneti tényezők száma.

- A műveletigény a hierarchia egy szintjén  $m$  különböző csoport esetén:

$\sum_{i=1}^{g_1}(nr_i*n_i) + \sum_{i=1}^{g_2}(nr_i*n_i) + \dots + \sum_{i=1}^{g_m}(nr_i*n_i)$  szorzás és ugyanennyi összeadás, vagyis

$\sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^{g_j}(nr_i*n_i) \right)$  multiplikatív és ugyanennyi additív művelet, ahol  $m$  a csoportok

száma a hierarchia adott szintjén.

- A műveletigény egy  $n$  szintű hierarchiában:

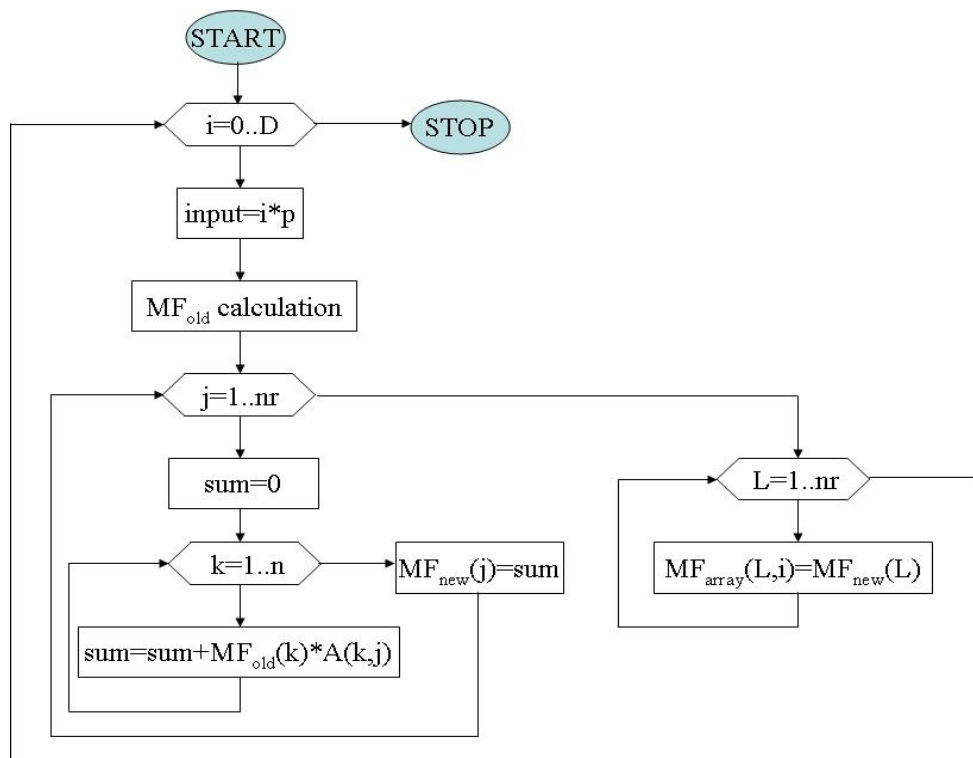
$\sum_{j=1}^{m_1} \left( \sum_{i=1}^{g_j}(nr_i*n_i) \right) + \sum_{j=1}^{m_2} \left( \sum_{i=1}^{g_j}(nr_i*n_i) \right) + \dots + \sum_{j=1}^{m_n} \left( \sum_{i=1}^{g_j}(nr_i*n_i) \right)$  szorzás és ugyanennyi

összeadás, vagyis  $\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j}(nr_i*n_i) \right) \right)$  multiplikatív és ugyanennyi additív

művelet, ahol  $n$  a hierarchia szintjeinek száma.

### 4.2.3 Az ekvidisztáns felosztáson alapuló új tagsági függvény számítás algoritmus

Az elő-feldolgozó eljárás algoritmus a 6. ábrán látható, ahol  $D$  az értelmezési tartomány felső határa,  $p$  a bemenő adat pontosságának megfelelő lépésköz,  $MF_{old}$  a teljes szabálybázishoz tartozó tagsági függvényekkel számított tagsági értékeket tartalmazó vektor,  $A$  a szinguláris érték felbontáskor kapott, az adott dimenzióhoz tartozó mátrix,  $MF_{new}$  a redukált szabálybázis új tagsági függvényeihez tartozó tagsági értékeket tartalmazó vektor.  $MF_{array}(j,i)$  az ekvidisztáns felosztáshoz, mint bemenetekhez tartozó új tagsági függvények értékeit tartalmazó tömb, melynek  $j$ -edik sora a  $j$ -edik új tagsági függvényhez tartozó tagsági értékeket tartalmazza rendre az  $i$ -edik bemenetre. Fontos megemlíteni, hogy ez az eljárás még a valós idejű feldolgozás előtt, offline történik, így a számítási bonyolultságot valós időben nem növeli.

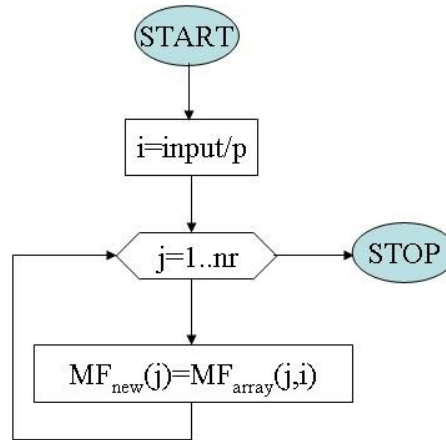


6. ábra Az elő-feldolgozó eljárás algoritmus

Az elő-feldolgozó eljárás által generált új tagsági értékeket tartalmazó mátrix felhasználása esetén a mátrix bemenethez tartozó indexének kiszámítása szükséges az  $i=input/p$  képlettel, ahol  $i$  a tömbindex,  $input$  a kockázati tényező bejövő értéke,  $p$  pedig a bejövő adat pontosságának megfelelő lépésköz. Ezután a 7. ábrán látható



algoritmussal történik az új tagsági függvény értékeinek megadása a real-time feldolgozás során.



7. ábra Az új tagsági érték meghatározása

#### 4.2.4 A tömbindex meghatározásának műveletigénye

- a hierarchia egy szintjén egy csoport egy bemeneti tényezőjére 1 multiplikatív művelet
- $g$  különböző bemeneti tényező esetén:  $g$  multiplikatív művelet, ahol  $g$  a tényezők száma

- a hierarchia egy szintjén  $m$  különböző csoportra:  $\sum_{j=1}^m \left( \sum_{i=1}^{g_j} I \right) = \sum_{j=1}^m g_j$  multiplikatív művelet, ahol  $m$  a csoportok száma

- $n$  szintű hierarchiában:  $\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j} I \right) \right) = \sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} g_j \right)$  multiplikatív művelet, ahol  $n$  a hierarchia szintjeinek száma [62].

### 4.3 Hibaszámítás

A HOSVD redukció eredményeként a rendszer kimenetén pontos illetve közelítő értéket kaphatunk, a feladat jellegétől és a körülményektől függően. Abban az esetben, amikor a szinguláris érték felbontás során kapott szinguláris értékeket tartalmazó mátrixból csak a zérus értékeket és a hozzájuk tartozó sajátvektorokat hagyjuk el, a rendszerben rejlő redundanciát szűrjük ki, így pontos eredményt kapunk. Amennyiben a döntésben kevésbé szerepet játszó részeket is szeretnénk kiszűrni, a legkisebb szinguláris értékek is elhagyhatók egy a körülményektől függően definiált hibahatár figyelembe vételével, ekkor az eredmény a teljes rendszer kiértékelésekor kapott érték

közelítése lesz. A vizsgált kockázatkezelő rendszer esetén csak az utóbbi redukció lehetséges, mivel a rendszer nem tartalmaz redundanciát.

### 4.3.1 A HOSVD alapú redukció hibaszámítása hierarchikus rendszerben

Hierarchikus, csoportosított felépítésű rendszerben lehetőség van arra, hogy csak bizonyos, a valós idejű kiértékelésben részt vevő csoportok esetén alkalmazzuk a HOSVD alapú redukciót. Ekkor a módszer alkalmazása alrendszerenként történik külön redukálva a hozzájuk tartozó szabálybázist a hierarchia több szintjén, az offline kiértékelhető alrendszerek esetén pedig továbbra is az eredeti, teljes szabálybázist használhatjuk. A redukció célja, hogy kritikus helyzetben gyorsabb döntéshozást tegyen lehetővé. A HOSVD redukció hibájának meghatározására számos levezetés található a szakirodalomban [64],[65],[66], de ebben az esetben a hierarchia különböző szintjein különálló alrendszerekre kell azt alkalmazni, ezáltal fontos a hiba továbbterjedésének vizsgálata. Többszintű rendszerben az előző szinten keletkezett hiba megjelenik a következő szint bemenetén, ezért a hibaszámításkor azt is figyelembe kell venni. HOSVD redukció esetén a redukált szabálybázis meghatározása a kimeneti tagsági függvények jellemzői (súlyközpontja és területe) alapján történik, ezért a bemeneten keletkező hiba a szabálybázis-redukció hibáját nem befolyásolja. A hiba továbbterjedésének hatása a bemeneti tagsági függvényeknél jelenik meg, így az új bemeneti tagsági függvények meghatározásakor kell figyelembe venni, azon keresztül gyakorol hatást a kimeneti értékre.

Először egyszintű rendszer, egyszerű HOSVD redukció kimenetének hibáját ismertetem [57] alapján.

Az eredeti rendszer kimenete felírható:

$$y = \frac{\sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} s_{i_1, \dots, i_n} d_{i_1, \dots, i_n} \prod_{j=1}^n \mu_{j, i_j}(x_j)}{\sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} s_{i_1, \dots, i_n} \prod_{j=1}^n \mu_{j, i_j}(x_j)} = \frac{Nom}{Denom} \quad (4.14)$$

ahol  $s_{i_1, \dots, i_n}$  az eredeti szabálybázis kimeneteihez tartozó konzekvens halmazok területe,  $d_{i_1, \dots, i_n}$  a súlyközpontja,  $n$  a bemenetek száma,  $\mu_{j, i_j}(x_j)$  a  $j$ -edik bemenet  $i_j$ -edik antecedens halmazához tartozó tagsági függvény.

A redukált szabálybázist használó rendszer kimenete:

$$y' = \frac{\sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} s'_{i_1, \dots, i_n} d'_{i_1, \dots, i_n} \prod_{j=1}^n \mu'_{j i_j}(x_j)}{\sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} s'_{i_1, \dots, i_n} \prod_{j=1}^n \mu'_{j i_j}(x_j)} = \frac{Nom'}{Denom'} \quad (4.15)$$

ahol  $s'_{i_1, \dots, i_n}$  a redukált szabálybázis kimeneteihez tartozó konzekvens halmazok területe,  $d'_{i_1, \dots, i_n}$  a súlyközéppontja,  $n$  a bemenetek száma,  $\mu'_{j i_j}(x_j)$  a  $j$ -edik bemenet  $i_j$ -edik antecedens halmazához tartozó új tagsági függvény.

A számláló és a nevező hibája külön becsülhető, először a számláló hibájának kiszámítása kerül bemutatásra, a nevező hibaszámítása ez alapján elvégezhető.

Az eredeti rendszer kimenetéhez tartozó számláló:

$$Nom = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} \mu_{2 i_2}(x_2) \dots \mu_{n i_n}(x_n) b_{i_2, \dots, i_n} \quad (4.16)$$

ahol  $b_{i_2, \dots, i_n} = \sum_{i_1=1}^{n_1} \mu_{1 i_1}(x_1) y_{i_1, \dots, i_n} = [\mu_{1,1}(x_1) \dots \mu_{1, n_1}(x_1)] \underline{S}_1$ .  $\underline{S}_1$  mátrix a kimeneti tagsági

függvények súlyközéppontjait és területeit tartalmazza, mérete  $n_1 \times (n_2 * \dots * n_n * 2)$ . Ha a HOSVD redukció során használt képlet szerint  $\underline{S}_1 \approx \underline{A}_1 \underline{B} \underline{A}'^T$ , akkor  $b_{i_2, \dots, i_n}$  érték közelítése a redukció első lépésében:

$$|b_{i_2, \dots, i_n} - b'_{i_2, \dots, i_n}| = \left| [\mu_{1,1}(x_1) \dots \mu_{1, n_1}(x_1)] (\underline{S}_1 - \underline{A}_1 \underline{B} \underline{A}'^T) \right| \quad (4.17)$$

ahol  $\underline{S}_1 - \underline{A}_1 \underline{B} \underline{A}'^T \leq \begin{bmatrix} E_{RSVD,1} & \dots & E_{RSVD,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{RSVD,1} & \dots & E_{RSVD,1} \end{bmatrix}$  vagyis felírható, hogy

$$|b_{i_1, \dots, i_n} - b'_{i_1, \dots, i_n}| \leq \left| \sum_{i_1=1}^{n_1} \mu_{1 i_1}(x_1) E_{RSVD,1} \right| = E_{RSVD,1} \quad (4.18)$$

felhasználva a Ruspini-partíció SN feltételét. A számláló képletébe (4.16) behelyettesítve a (4.18) összefüggést, a számláló hibája a redukció első lépésére, ismét felhasználva, hogy az antecedens halmazok Ruspini-partícióban vannak, a következőképpen adódik:

$$|Nom - Nom'| \leq \sum_{i_2=1}^{n_2} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} \mu_{2 i_2}(x_2) \dots \mu_{n i_n}(x_n) E_{RSVD,1} = E_{RSVD,1} \leq \sum_{j=1}^d \lambda_j \quad (4.19)$$

ahol  $d$  az elhagyott szinguláris értékek száma.

Abban az esetben, ha a redukció minden lépésében elvégezzük az összegnormálást az új tagsági függvények számításakor, biztosítjuk, hogy ezek is Ruspini-partícióban

legyenek, így a redukció további lépéseiben, amikor már ezekkel az új tagsági függvényekkel számolunk, a hibaszámítás hasonló módon folytatható. Így a rendszer számlálójára a redukció hibája az alábbi képlettel definiálható:

$$E_{RSVD} \leq \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j} \quad (4.20)$$

ahol  $k$  a lépések száma,  $d_k$  a  $k$ -adik lépésben elhagyott szinguláris értékek száma [58]. A nevezőre ugyanilyen módon becsülhető a hibakorlát, majd elvégezhető a teljes rendszer kimenetére a hibabecslés. A teljes rendszer kimenetének hibája:

$$\begin{aligned} |y - y'| &= \left| \frac{Nom}{Denom} - \frac{Nom'}{Denom'} \right| = \left| \frac{Denom(Nom + \delta Nom) - Nom(Denom + \delta Denom)}{Denom Denom'} \right| = \\ &= \left| \frac{\delta Nom}{Denom'} - \frac{Nom}{Denom} \frac{\delta Denom}{Denom'} \right| = \left| \frac{\delta Nom}{Denom'} - y \frac{\delta Denom}{Denom'} \right| \end{aligned} \quad (4.21)$$

Mivel  $|\delta Nom| \leq E$  és  $|\delta Denom| \leq E$  az  $|y| \leq 1$  kimenet hibája a következőképpen írható fel:

$$|y - y'| \leq \left| \frac{E}{Denom'} (1 - y) \right| \leq \left| \frac{E}{Denom + \delta Denom} \right| (1 - y) \leq E^* (1 - \min(y)) \quad (4.22)$$

A számláló teljes hibájára szolgáló képletet (4.20) és a  $|Nom - Nom'| \leq \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}$ ,

valamint a  $|Denom - Denom'| \leq \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}$  összefüggéseket felhasználva

$$E^* = \left| \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}}{Denom + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}} \right| \quad \text{ahol } n \text{ a bemenetek száma (dimenziószám), } d_k \text{ a } k\text{-adik}$$

lépésben elhagyott szinguláris értékek száma,  $\lambda_{k,j}$  pedig a  $k$ -adik lépésben elhagyott  $j$ -edik szinguláris érték.

Ez alapján a kimenet hibája felírható:

$$|y - y'| \leq \left| \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}}{Denom + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}} \right| (1 - \min(y)) \quad (4.23)$$

Mivel  $\min(y)$  nullához közeli érték, az  $(1-\min(y))$  kifejezés értéke közel 1 lesz, így elhanyagolható.  $Denom$  pedig (4.16)-hoz hasonlóan felírható

$$Denom = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} \mu_{2i_2}(x_2) \dots \mu_{ni_n}(x_n) b_{i_2, \dots, i_n} \quad (4.24)$$

ahol  $b_{i_2, \dots, i_n} = \sum_{i_1=1}^{n_1} \mu_{1i_1}(x_1) y_{i_1, \dots, i_n} = [\mu_{1,1}(x_1) \dots \mu_{1,n_1}(x_1)] \underline{S}_{11}$ .  $\underline{S}_{11}$  az  $\underline{S}_1$  mátrix kimeneti tagsági függvények területeit tartalmazó része ( $\underline{S}_1 = [\underline{S}_{11} \quad \underline{S}_{12}]$ ), mérete  $n_1 \times (n_2 * \dots * n_n)$ . Ha az  $\underline{S}_{11}$  mátrix minden elemét a minimális értékű elemmel

helyettesítjük, vagyis  $\underline{S}'_{11} = \begin{bmatrix} \min(\underline{S}_{11}) & \dots & \min(\underline{S}_{11}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \min(\underline{S}_{11}) & \dots & \min(\underline{S}_{11}) \end{bmatrix}$ , akkor felírható, hogy

$$b_{i_2, \dots, i_n} = \sum_{i_1=1}^{n_1} \mu_{1i_1}(x_1) \min(S_{i1}) = \min(S_{i1}). \quad (4.23)$$

felhasználásával felülről becsülhető a következő kifejezéssel

$$|y - y'| \leq \left| \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}}{\sum_{k=1}^n \min(\underline{S}_{k1}) + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}} \right| \quad (4.25)$$

ahol  $\underline{S}_{k1}$  a  $k$ -edik lépéshez tartozó  $\underline{S}$  mátrix kimeneti tagsági függvények területeit tartalmazó része. Ez a képlet a hierarchia első szintjén felső hibakorlátként használható. Abban az esetben, amikor többszintű hierarchiában az egyes szinteken szereplő alrendszerekre külön-külön kell elvégezni a HOSVD redukciót, a későbbi szinteken már figyelembe kell venni az előző szint kimenetében jelentkező, így az aktuális szint bemenetén megjelenő hibát is.

Jelölje  $\delta x$  a bemeneti érték hibáját, ami megegyezik az adott bemenethez tartozó, a hierarchia előző szintjén keletkező kimeneti hibával. Ekkor a hierarchia  $i$ -edik ( $i > 1$ ) szintjén a bemenet értéke  $x + \delta x$ . Felhasználva a trapéz alakú tagsági függvények leíró képletét:

$$\mu_{A_j}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a_j \\ \frac{x - a_j}{b_j - a_j} & a_j \leq x \leq b_j \\ 1 & b_j \leq x \leq c_j \\ \frac{d_j - x}{d_j - c_j} & c_j \leq x \leq d_j \\ 0 & d_j \leq x \end{cases} \quad (4.26)$$

melyben  $a_j, b_j, c_j, d_j$  a  $j$ -edik tagsági függvény paraméterei, feltéve, hogy  $a_j \neq b_j$  és  $c_j \neq d_j$ . A  $j$ -edik tagsági függvény különböző szakaszaira a hibák az 5. táblázatban megadott módon határozhatók meg ( $hiba = \mu(x) - \mu(x + \delta x)$ ).

5. táblázat HIBASZÁMÍTÁS A J-EDIK TAGSÁGI FÜGGVÉNY KÜLÖNBÖZŐ SZAKASZAIRA

x	$\mu(x)$	$\mu(x + \delta x)$	Hiba
$[0, a_j - \delta x]$	0	0	$0 - 0 = 0$
$[a_j - \delta x, a_j]$	0	$\frac{x + \delta x - a_j}{b_j - a_j}$	$0 - \frac{x + \delta x - a_j}{b_j - a_j} = \frac{a_j - (x + \delta x)}{b_j - a_j}$
$[a_j, b_j - \delta x]$	$\frac{x - a_j}{b_j - a_j}$	$\frac{x + \delta x - a_j}{b_j - a_j}$	$\frac{x - a_j}{b_j - a_j} - \frac{x + \delta x - a_j}{b_j - a_j} = \frac{(x - a_j) - (x + \delta x) - \delta x}{b_j - a_j} = -\frac{\delta x}{b_j - a_j}$
$[b_j - \delta x, b_j]$	$\frac{x - a_j}{b_j - a_j}$	1	$\frac{x - a_j}{b_j - a_j} - 1 = \frac{x - a_j - (b_j - a_j)}{b_j - a_j} = \frac{x - b_j}{b_j - a_j}$
$[b_j, c_j - \delta x]$	1	1	$1 - 1 = 0$
$[c_j - \delta x, c_j]$	1	$\frac{d_j - (x + \delta x)}{d_j - c_j}$	$1 - \frac{d_j - (x + \delta x)}{d_j - c_j} = \frac{d_j - c_j - (d_j - (x + \delta x))}{d_j - c_j} = \frac{x + \delta x - c_j}{d_j - c_j}$
$[c_j, d_j - \delta x]$	$\frac{d_j - x}{d_j - c_j}$	0	$\frac{d_j - x}{d_j - c_j}$
$[d_j, 1]$	0	0	$0 - 0 = 0$

Felhasználva, hogy az antecedens halmazok Ruspini-partíciót alkotnak, tudjuk, hogy a  $(j+1)$ -dik tagsági függvény első két paramétere megegyezik a  $j$ -edik tagsági függvény harmadik és negyedik paraméterével, vagyis  $c_j = a_{j+1}$  és  $d_j = b_{j+1}$ . Továbbá ebben az esetben megállapítható az is, hogy ha a  $j$ -edik tagsági függvény hibája 0, akkor a  $(j+1)$ -dik tagsági függvény hibája szintén 0, a többi esetben pedig a hiba mértéke megegyezik a  $j$ -edik és a  $(j+1)$ -edik tagsági függvényre vonatkozóan, ahogy alább látható:

$$MF(j)_{error} = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq c_j - \delta x \\ \frac{x + \delta x - c_j}{d_j - c_j} & \text{ha } c_j - \delta x \leq x \leq c_j \\ \frac{\delta x}{d_j - c_j} & \text{ha } c_j \leq x \leq d_j - \delta x \\ \frac{d_j - x}{d_j - c_j} & \text{ha } d_j - \delta x \leq x \leq d_j \\ 0 & \text{ha } d_j \leq x \end{cases} \quad (4.27)$$

$$MF(j+1)_{error} = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq c_j - \delta x \\ \frac{c_j - (x + \delta x)}{d_j - c_j} & \text{ha } c_j - \delta x \leq x \leq c_j \\ -\frac{\delta x}{d_j - c_j} & \text{ha } c_j \leq x \leq d_j - \delta x \\ \frac{x - d_j}{d_j - c_j} & \text{ha } d_j - \delta x \leq x \leq d_j \\ 0 & \text{ha } d_j \leq x \end{cases} \quad (4.28)$$

de azt ellentétes előjellel kell figyelembe venni, ennek megfelelően a  $j$ -edik tagsági függvény hibája a következőképpen írható fel:

$$MF(j+1)_{error} = -MF(j)_{error} \quad (4.29)$$

A redukált szabálybázishoz tartozó  $k$ -adik ( $1 \leq k \leq nr$ ) új tagsági függvény meghatározása a következőképpen történik:

A hierarchia első szintjén, ahol nincs még bemeneti hiba:

$$MF_{new}(k) = MF(1) * A_1(1, k) + \dots + MF(n_j) * A_1(n_j, k) \quad (4.30)$$

ahol  $A_1(i, k)$  az aktuális lépésben  $\underline{\underline{F}}_{(n_1 \times n_2)} = \underline{\underline{A}}_{1(n_1 \times n_1)} \underline{\underline{B}}_{(n_1 \times n_2)} \underline{\underline{A}}_{2(n_2 \times n_2)}^T$  képletből kapott  $\underline{\underline{A}}_1$  mátrix  $i$ -edik sorában és  $k$ -adik oszlopában szereplő érték. A fentiekben leírtak más szakaszonként lineáris függvény esetén analóg módon alkalmazhatók.

A hierarchia többi szintjén az előző szint hibája megjelenik minden új bemeneti tagsági függvényben, mivel azok kiszámítása során az  $\underline{\underline{A}}_j$  oszlopait kell rendre beszorozni az eredeti tagsági függvényekkel. Ennek megfelelően a  $k$ -adik új tagsági függvény a hierarchia  $i$ -edik szintjén ( $i > 1$ ) a következőképpen írható fel:

$$\begin{aligned} MF'_{new}(k) = & MF(1) * A_1(1, k) + \dots + MF(j-1) * A_1(j-1, k) + (MF(j) + MF(j)_{error}) * \\ & * A_1(j, k) + (MF(j+1) - MF(j)_{error}) * A_1(j+1, k) + MF(j+2) * A_1(j+2, k) + \dots + \\ & + MF(n_j) * A_1(n_j, k) \end{aligned} \quad (4.31)$$

A  $k$ -adik új tagsági függvény hibája:

$$E_{MF,k} = MF_{new}(k) - MF'_{new}(k) = MF(j)_{error} * (A_l(j+1,k) - A_l(j,k)) \quad (4.32)$$

Ekkor a redukció első lépéséhez megadott számlálóban mely (4.16) segítségével definiálható, a fent bemutatott, a hierarchia első szintjén alkalmazott hibaszámításhoz

hasonlóan a  $b_{i_2, \dots, i_n}$  értéket közelítjük a HOSVD redukció során használt  $\underline{S}_l \approx \underline{A}_l \underline{B} \underline{A}'^T_l$

képlet alkalmazásával, a levezetésben továbbra is érvényes az  $E_{RSVD,i} \leq \sum_{j=1}^d \lambda_j$

hibakorlát. Ehhez az első bemenethez tartozó új antecedens halmazok hibáját is tartalmazó módosított képletet kell használni, ami a következőképpen írható fel:

$$b_{i_2, \dots, i_n} = \sum_{i_1=1}^{n_1} (\mu_{i_1 i_1}(x_1) + E_{MF,1}) y_{i_1, \dots, i_n} = [(\mu_{i_1,1}(x_1) + E_{MF,1}) \dots (\mu_{i_1, n_1}(x_1) + E_{MF,1})] \underline{S}_l.$$

Az  $\underline{S}_l \approx \underline{A}_l \underline{B} \underline{A}'^T_l$  közelítése nem változik, hiszen a mátrixredukció során az antecedens halmazok nem játszanak szerepet. Ennek következményeként (4.17) által megadott, a redukció első lépésének hibáját meghatározó képlet a hierarchia  $i > 1$  szintjén a következőképpen módosul

$$|b_{i_2, \dots, i_n} - b'_{i_2, \dots, i_n}| = [(\mu_{i_1,1}(x_1) + E_{MF,1}) \dots (\mu_{i_1, n_1}(x_1) + E_{MF,1})] (\underline{S}_l - \underline{A}_l \underline{B} \underline{A}'^T_l) \quad (4.33)$$

Felhasználva, hogy  $\underline{S}_l - \underline{A}_l \underline{B} \underline{A}'^T_l \leq \begin{bmatrix} E_{RSVD,1} & \dots & E_{RSVD,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{RSVD,1} & \dots & E_{RSVD,1} \end{bmatrix}$  (4.33) alapján (4.18)

módosításával felírható, hogy

$$|b_{i_2, \dots, i_n} - b'_{i_2, \dots, i_n}| \leq \left| \sum_{i_1=1}^{n_1} (\mu_{i_1 i_1}(x_1) + E_{MF,1}) E_{RSVD,1} \right| = \left| \sum_{i_1=1}^{n_1} \mu_{i_1 i_1}(x_1) \sum_{i_1=1}^{n_1} E_{MF,1} E_{RSVD,1} \right| \quad (4.34)$$

mivel az antecedens halmazok Ruspini-partícióban vannak

$$|b_{i_2, \dots, i_n} - b'_{i_2, \dots, i_n}| \leq \sum_{i_1=1}^{n_1} E_{MF,1} E_{RSVD,1} \quad (4.35)$$

A (4.16)-ban megadott számláló képletébe behelyettesítve a módosított képletet (4.35), a számláló hibája a hierarchia  $i > 1$  szintjén a redukció első lépésben, felhasználva, hogy az antecedens halmazok Ruspini-partíciót alkotnak:

$$|Nom - Nom'| \leq \sum_{i_2=1}^{n_2} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} \mu_{2i_2}(x_2) \dots \mu_{ni_n}(x_n) * \sum_{i_1=1}^{n_1} E_{MF,i_1} E_{RSVD,1} = \sum_{i_1=1}^{n_1} E_{MF,i_1} E_{RSVD,1} \quad (4.36)$$

$$|Nom - Nom'| \leq \sum_{i_1=1}^{n_1} E_{MF,i_1} \sum_{j=1}^d \lambda_j \quad (4.37)$$



A redukció következő lépéseinek hibája hasonlóképpen számítható, de figyelembe kell venni, hogy az előző lépésekben kiszámított új tagsági függvények is szerepelnek már a képletben, a hozzájuk tartozó hibával együtt. Ha a redukció során a normalizálást elvégezzük, biztosítható, hogy az új tagsági függvények is Ruspini-partíciót alkossanak, ez a továbbiakban is felhasználható a bizonyítás során. A következőkben a  $j$ -edik lépés hibabecslését mutatom be. A (4.16)-ban leírt, az eredeti rendszerhez tartozó számláló a  $j$ -edik lépésben a következőképpen módosul, figyelembe véve a  $(j-1)$ -dik lépésig az antecedens halmazok hibáit.

$$\text{Nom} = \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} (\mu_{1,i_1}(x_1) + E_{MF,1}) \dots (\mu_{j-1,i_{j-1}}(x_{j-1}) + E_{MF,j-1}) \mu_{j+1,i_{j+1}}(x_{j+1}) \dots \mu_{n,i_n}(x_n) b_{i_1, \dots, i_{j-1}, i_{j+1}, \dots, i_n} \quad (4.38)$$

ahol 
$$b_{i_1, \dots, i_{j-1}, i_{j+1}, \dots, i_n} = \sum_{i_j=1}^{n_j} (\mu_{j,i_j}(x_j) + E_{MF,j}) y_{i_1, \dots, i_n} = [(\mu_{j,1}(x_j) + E_{MF,j}) \dots (\mu_{j,n_j}(x_j) + E_{MF,j})] \underline{S}_j.$$

Az első lépésnél leírtakhoz hasonlóan felhasználható az  $\underline{S}_j \approx \underline{A}_j \underline{B}_j \underline{A}_j^T$  közelítés, továbbá  $b_{i_1, \dots, i_{j-1}, i_{j+1}, \dots, i_n}$  hasonlóképpen közelíthető, mint (4.35), (4.36)-ban, így a számláló hibája:

$$|\text{Nom} - \text{Nom}'| \leq \sum_{i_1=1}^{n_1} \dots \sum_{i_n=1}^{n_n} (\mu_{1,i_1}(x_1) + E_{MF,1}) \dots (\mu_{j-1,i_{j-1}}(x_{j-1}) + E_{MF,j-1}) \mu_{j+1,i_{j+1}}(x_{j+1}) \dots \mu_{n,i_n}(x_n) E_{RSVD,j} \quad (4.39)$$

Felhasználva, hogy mind az eredeti, mind az új tagsági függvények Ruspini-partícióban vannak, a számláló hibája a  $j$ -edik lépésben a következőképpen adódik:

$$|\text{Nom} - \text{Nom}'| \leq \sum_{L=2}^j \left( \prod_{k=1}^{L-1} (n_k E_{MF,k}) n_L E_{MF,L} E_{RSVD,L} \right) \quad (4.40)$$

Ez alapján a teljes rendszer kimenete abban az esetben, ha feltételezzük, hogy minden bemeneten megjelenik az előző szintről továbbterjedő hiba a következőképpen adható meg.

$$|\text{Nom} - \text{Nom}'| \leq E_{MF,1} E_{RSVD,1} + \sum_{L=2}^n \left( \prod_{k=1}^{L-1} (n_k E_{MF,k}) n_L E_{MF,L} E_{RSVD,L} \right) \quad (4.41)$$

ahol  $E_{RSVD,L} = \sum_{j=1}^{d_L} \lambda_{L,j}$ ,  $n$  a bemenetek száma.

Ha csak bizonyos bemeneteken van bejövő hiba, a képlet módosul, hiszen a hibát nem tartalmazó bemenetekre továbbra is csak a mátrixredukció hibáját kell figyelembe

venni (4.19) alapján. Az ennek megfelelően módosított általános képlet a rendszer számlálójára vonatkozóan:

$$|Nom - Nom'| \leq H_I E_{RSVD,I} + \sum_{L \in H} \left( \prod_{k=1}^{L-1} (n_k E_{MF,k}) n_L E_{MF,L} E_{RSVD,L} \right) + \sum_{L \notin H} E_{RSVD,L} \quad (4.42)$$

ahol  $L \in H$  ha az adott bemenet tartalmaz hibát,  $L \notin H$  ha nem tartalmaz hibát  $L > I$

esetén, ahol  $E_{RSVD,L} = \sum_{j=1}^{d_L} \lambda_{L,j}$ , valamint

$$H_I = \begin{cases} I & \text{ha } \delta x = 0 \\ E_{MF,I} & \text{ha } \delta x \neq 0 \end{cases} \quad (4.43)$$

A továbbiakban az általánosabb célú (4.42)-ben definiált képletet használom a hiba becslésére. A nevező hibája hasonlóan becsülhető, az alrendszer teljes kimenetére felső hibakorlátként (4.25) alapján a következő képlet adódik a hierarchia  $i > I$  szintjén, figyelembe véve az előző szintről továbbterjedő bemeneti hiba hatását:

$$|y - y'| \leq \left| \frac{H_I E_{RSVD,I} + \sum_{L \in H} \left( \prod_{k=1}^{L-1} (n_k E_{MF,k}) n_L E_{MF,L} E_{RSVD,L} \right) + \sum_{L \notin H} E_{RSVD,L}}{\sum_{L=1}^n \min(\underline{S}_L) + H_I E_{RSVD,I} + \sum_{L \in H} \left( \prod_{k=1}^{L-1} (n_k E_{MF,k}) n_L E_{MF,L} E_{RSVD,L} \right) + \sum_{L \notin H} E_{RSVD,L}} \right| \quad (4.44)$$

A fentieknél pontosabb hibakorlát kapható abban az esetben, ha a mátrixredukció javított hibakorlátját használjuk [64], ekkor  $E_{RSVD}$  értékét kell módosítani, így (4.19) felhasználásával a redukció első lépésében a számlálóra kapott hiba:

$$E_{RSVD,I} \leq \max(\underline{E}_k) \quad (4.45)$$

$\underline{E}_k$  a  $k$ -adik lépéshez tartozó hibamátrix, melynek kiszámítása:

$$\underline{E}_k = \left| \underline{S}_I - \underline{A}_I \underline{B} \underline{A}_I^T \right| = \sum_{p=n_r+1}^{n_{SVD}} \lambda_p \underline{a}_{1,k} \underline{a}_{2,k}^T \quad (4.46)$$

ahol  $p$  az adott lépésben elhagyott szinguláris értékek sorszáma,  $\underline{a}_{1,k}$  az adott lépéshez tartozó  $\underline{A}_I$  mátrix  $k$ -adik oszlopa,  $\underline{a}_{2,k}^T$  az  $\underline{A}_2^T$   $k$ -adik sora.

A redukciós hiba számítási módja mellett a rendszerben alkalmazott tagsági függvény alakja is tetszőleges lehet, a (4.44)-es képletben a bementen keletkező hiba hatására a bemeneti tagsági függvény értékében megjelenő hiba ( $E_{MF,L}$ ) megfelelő módosításával.

A mátrixredukció pontos hibája is meghatározható egy kumulált hibamátrix segítségével, ami az egyes dimenziókhoz tartozó hibamátrixok elemeit a megfelelő átalakítások után összegzi, figyelembe véve a több dimenziónál is érintett területeket a

hibamátrixban. A teljes rendszerre vonatkozó hibamátrix kiszámítása a redukálhatóság vizsgálatával párhuzamosan történhet.

Az ennek megfelelően módosított HOSVD algoritmus:

A kiinduló mátrix  $\underline{\underline{F}}_1 = \underline{\underline{F}}$ , a hibamátrix kezdetben  $\underline{\underline{H}}_1 = \underline{\underline{O}}$ , majd minden későbbi  $\underline{\underline{F}}_i$  és  $\underline{\underline{H}}_i$  az  $i-1$ -dik lépésben megadott módon generálható. Az algoritmus  $i$ -edik lépése ( $i > 1$ ) a következőkben kerül bemutatásra:

1. Az  $n$ -dimenziós  $\underline{\underline{F}}_i$  és  $\underline{\underline{H}}_i$  mátrixok mérete  $n_1 \times \dots \times n_n$ . Ezekből a mátrixból képezzük rendre a 2-dimenziós  $\underline{\underline{S}}_i$  és  $\underline{\underline{h}}_i$  mátrixokat, melynek mérete  $n_i \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$  lesz.
2.  $\underline{\underline{S}}_i$  szinguláris érték felbontása olyan módon történik, hogy  $\underline{\underline{S}}_i = \underline{\underline{A}}_i \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}_i^T$ , ahol  $\underline{\underline{A}}_i$  mérete  $n_i \times n_i$ ,  $\underline{\underline{B}}$  mérete  $n_i \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$ ,  $\underline{\underline{A}}_i^T$  mérete pedig  $(n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n) \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$ .
3. Az aktuális lépés hibamátrixának kiszámítása az  $\underline{\underline{E}}_k = \sum_{p=n_i+1}^{n_{SVD}} \lambda_p \underline{\underline{a}}_{1k} \underline{\underline{a}}_{2k}^T$  képlettel.
4. A kumulált hibamátrix kiszámítása a  $\underline{\underline{h}}_{i+1} = \underline{\underline{h}}_i + \underline{\underline{E}}_k$  képlettel.
5.  $\underline{\underline{S}}_i$  és  $\underline{\underline{h}}_{i+1}$   $n$ -dimenziós mátrixszokká alakítása, melynek eredménye rendre  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$  és  $\underline{\underline{H}}_{i+1}$ , méretük  $n_1 \times \dots \times n_n$ . Az algoritmus végrehajtása az 1. lépéstől folytatódik  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$ -re és  $\underline{\underline{H}}_{i+1}$ -re.

### 4.3.2 A HOSVD alapú redukció mértékének optimalizálása

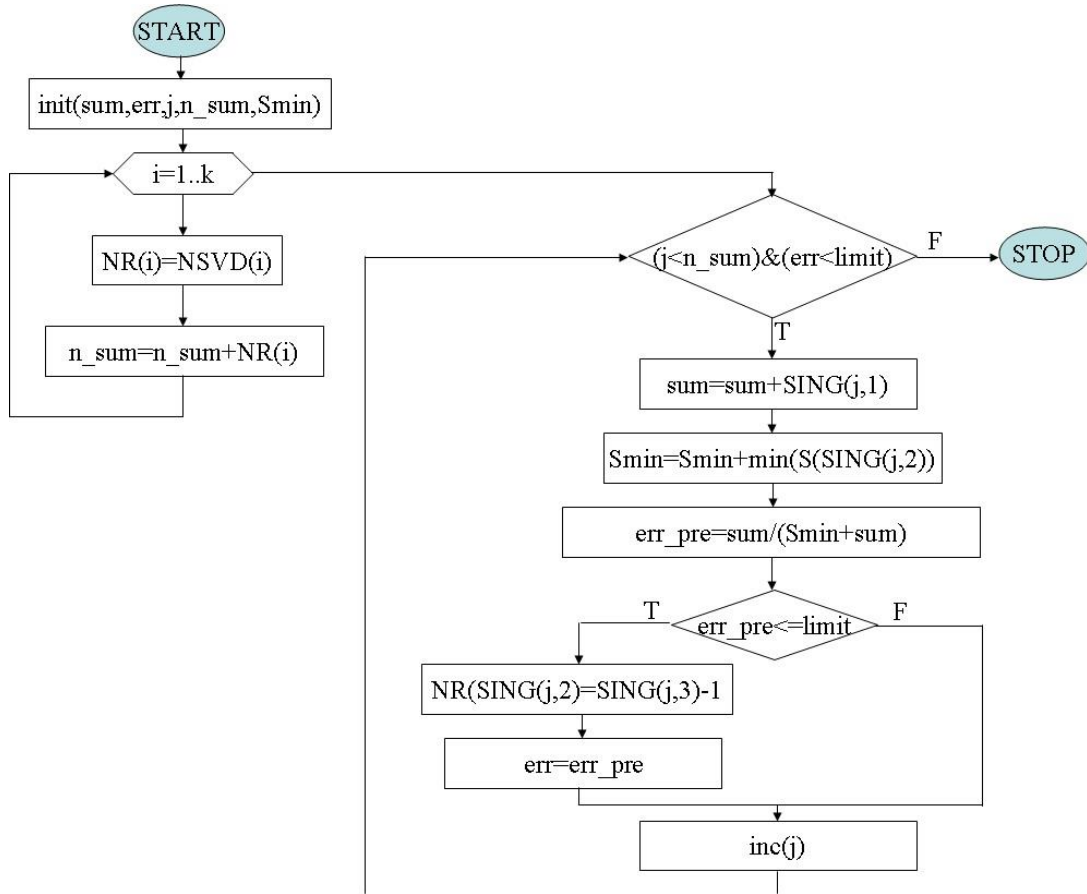
Egy PSGN rendszerben, egy  $n$  dimenziós mátrix redukciója esetén nem biztos, hogy rendre a dimenziókat sorra véve és dimenzióként a lehetséges redukció mértékét meghatározva optimális redukciót tudunk végrehajtani. Az optimális redukció a lehető legnagyobb mértékű, ugyanakkor a lehető legkisebb hibával jár és a teljes rendszert figyelembe kell venni a meghatározásakor. Erre a célra megfelelő az úgynevezett mohó algoritmuson alapuló technika. Ez egy olyan problémamegoldó algoritmus, ami a feladat megoldásakor döntések sorozatát hajtja végre egy halmazon, ahol jelöltekhez előzetesen valamilyen hasznosságot rendeltünk. Egy egyszerű, könnyen ellenőrizhető kiválasztó függvényt alkalmaz, mely a futás során a jelöltek közül az adott lépésben optimálisnak tűnő megoldást, vagyis a lokális optimumot választja azt remélve, hogy ez által megtalálja a megfelelő megoldást, a globális optimumot elérve [67],[68]. Ez a

módszer nem minden probléma esetén alkalmazható, de számos feladatnál ad optimális megoldást (pl. Dijkstra, Kruskal és Prim algoritmusok [67]).

A HOSVD redukció esetén a hasznosság a hibának megfelelően határozható meg, mivel a redukció során keletkező hibát kell minimalizálni. A 4.3.1 fejezetben ismertetett hibaszámítási lehetőségek alapján egyik hasznossági mérték a szinguláris értékek nagysága lehet úgy, hogy azok egymással fordítottan arányosak, tehát minél kisebb egy szinguláris érték, annál nagyobb a hozzá rendelt hasznosság. Ebben az esetben minden dimenzióra elvégezzük a szinguláris érték felbontást, majd az egyes dimenziókra kapott szinguláris értékeket összefésüljük úgy, hogy az eredmény mátrixban növekvő sorrendben szerepeljenek, tárolva azt, hogy a szinguláris érték melyik dimenzióhoz tartozik és az adott dimenziónál  $\underline{S}$  mátrix hányadik eleme. A

rendezett mátrix elnevezése *SING*, mérete  $\sum_{i=1}^k n_i^{SVD} \times 3$ , ahol  $k$  a dimenziók száma,  $n_i^{SVD}$

az adott dimenzióhoz tartozó szinguláris értékek maximális száma. A *SING* mátrix  $j$ -edik sora rendre tartalmazza a  $j$ -edik legnagyobb szinguláris értéket ( $SING(j,1)$ ), azt hogy ez az érték melyik dimenzióhoz tartozik ( $SING(j,2)$ ) és az adott dimenziónál hányadik szinguláris értéként szerepel ( $SING(j,3)$ ).  $S$  a kimeneteket tartalmazó  $F$  tenzor aktuális dimenzió szerinti kiterítése. A módszer lényege, hogy a szinguláris értékeket a legkisebb értéktől indulva összegzi és ebből az összegből kiszámolja a (4.25) képlettel megadott aktuális hibát. Ha az így kiszámított hiba nem haladja meg a megengedett hibahatárt, akkor a  $j$ -edik szinguláris érték elhagyható, ellenkező esetben az algoritmus futása befejeződik. A kiértékelés közben egy  $NR$  vektorban dimenzióként tárolja az  $A_k$  mátrixból meghagyandó rész méretét, ezért alapértelmezett értéke az  $i$ -edik dimenzióhoz tartozó  $n_{SVD}$  érték. A  $j$ -edik lépésben a rendezett mátrix  $j$ -edik szinguláris értékéhez tartozó dimenzió által meghatározott helyre kerül az  $NR$  vektorban a módosított méret. Az algoritmus lefutása után  $NR$  vektor az optimális redukció mértékének megfelelő  $n_1^r; n_2^r; \dots; n_k^r$  értékeket tartalmazza, ahol  $NR(i)$  az  $i$ -edik dimenzióhoz tartozó megengedhető redukció mértéke,  $err$  pedig az elhagyott szinguláris értékek által okozott hibát. Az algoritmus a lehető legnagyobb redukcióra törekszik úgy, hogy közben a redukciós hiba a megadott hibahatárt nem lépi át.



8. ábra Mohó algoritmus

Az algoritmusban az  $init(sum, err, j, n\_sum, Smin)$  eljárás a zárójelben szereplő változók kezdőértékét állítja be ( $sum=0; err=0; j=1; n\_sum=0; Smin=0$ ).

A mohó algoritmus használhatóságát ennél a problémánál könnyű belátni.

**Állítás:**

Az algoritmus által számított hiba alkalmas a teljes rendszer kimenetére megadott

hibakorlát helyettesítésére, melynek kiszámítása  $\left| \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}}{\sum_{k=1}^n \min(S_{k,l}) + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}} \right|$  segítségével

történik. Továbbá kijelenthető, hogy az algoritmus minimalizálja a hibát, miközben maximalizálja a redukció mértékét.

**Bizonyítás:**

Az összegzés kommutatív tulajdonsága miatt a számlálóban szereplő  $\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}$  összeg

megegyezik a benne szereplő  $\lambda$  értékek bármilyen permutációjának összegével,

ugyanígy elmondható, hogy a  $\sum_{k=1}^n \min(S_{k,l})$  összeg megegyezik a  $\min(\underline{S})$  értékek

bármilyen permutációjának összegével. Az algoritmus mindig a legkisebb szinguláris értéket választja az összes közül és ezeket összegzi, ebből következően igaz a

$\sum_{i=1}^c \lambda_i \leq \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{d_k} \lambda_{k,j}$  összefüggés, ahol  $c$  az algoritmus által kiválasztott szinguláris értékek

száma. Mivel az algoritmus csak a  $\lambda$  értékek (ennek következtében azok összegének) minimalizálására törekszik, miközben az adott dimenzióhoz tartozó  $\min(\underline{S})$  értékekre nem, a számított hiba minimális lesz.

Ha csoportonként választjuk a legkisebb szinguláris értékeket a redukció során, nem biztos, hogy megtaláljuk az optimális redukciót. A redukció mértékének meghatározásakor a következő esetek állhatnak elő:

- Ha ugyanezeket az értékeket választja az algoritmus, akkor a redukció mértéke és hibája nem változik.
- Ha talál kisebb szinguláris értéket, mint a csoportonkénti választás esetén, de a választott értékek száma nem változik, akkor a redukció mértéke nem növelhető, de a redukció hibája kisebb lesz.
- Ha az algoritmus több elhagyható szinguláris értéket talál, mint a csoportonkénti vizsgálat, akkor a redukció mértéke növelhető, miközben az algoritmus kilépési feltétele garantálja, hogy a redukciós hiba ne legyen nagyobb a megengedett értéknél.
- Mivel az algoritmus a legkisebb értékeket választja, olyan eset nem állhat elő, amikor a csoportonkénti választásnál nagyobb szinguláris értékeket választ, így a kiválasztott értékek darabszáma nem csökkenhet. Ez azt jelenti, hogy sem a hibahatárt nem lépheti át, sem a redukció mértéke nem csökkenhet az algoritmus által.

Az algoritmus alkalmazásához a HOSVD redukciós eljárás módosítása szükséges. Ebben az esetben a szinguláris érték felbontást el kell végezni minden dimenzióra, de a tényleges redukció csak ezután hajtható végre, az összes szinguláris érték, illetve a javított hibakorlátok ismeretében.

A kiinduló mátrix  $\underline{\underline{F}}_1 = \underline{\underline{F}}$  majd minden későbbi  $\underline{\underline{F}}_i$  az  $i-1$ -dik lépésben megadott módon generálható. Az algoritmus  $i$ -edik lépése ( $i > 1$ ) a következőkben kerül bemutatásra:

1. Az  $n$ -dimenziós  $\underline{\underline{F}}_i$  mátrix mérete  $n_1 \times \dots \times n_n$ . Ebből a mátrixból képezzük a 2-dimenziós  $\underline{\underline{S}}_i$  mátrixot, melynek mérete  $n_i \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$  lesz.
2.  $\underline{\underline{S}}_i$  felbontása olyan módon történik, hogy  $\underline{\underline{S}}_i = \underline{\underline{A}}_i \underline{\underline{B}} \underline{\underline{A}}_i'^T$ , ahol  $\underline{\underline{A}}_i$  mérete  $n_i \times n_i$ ,  $\underline{\underline{B}}$  mérete  $n_i \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$ ,  $\underline{\underline{A}}_i'^T$  mérete pedig  $(n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n) \times (n_1 * \dots * n_{i-1} * n_{i+1} * \dots * n_n)$ .
3.  $\underline{\underline{S}}_i$   $n$ -dimenziós mátrixszá alakítása, melynek eredménye  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$ , mérete  $n_1 \times \dots \times n_n$ .  
Az algoritmus végrehajtása az 1. lépéstől folytatódik  $\underline{\underline{F}}_{i+1}$ -re.

Az algoritmus lefutása után következő lépések:

4. A dimenzióként kapott szinguláris értékek növekvő sorrendű összefésülése egy mátrixba
5. Mohó algoritmus végrehajtása
6.  $\underline{\underline{A}}_i$  mátrixok SN és NN feltételnek megfelelő transzformációja a kapott  $NR$  vektor alapján.
7. A redukált  $\underline{\underline{F}}'_n$  mátrix kiszámítása  $\underline{\underline{F}}_n$  mátrixból az  $\underline{\underline{S}}_i \approx \underline{\underline{A}}''_i \underline{\underline{B}}'' \underline{\underline{A}}''_i'^T = \underline{\underline{A}}''_i \underline{\underline{S}}_i^*$  összefüggés minden dimenzióra alkalmazva történik. A következő lépés bemenete  $\underline{\underline{S}}_i^* = (\underline{\underline{A}}''_i'^T \underline{\underline{A}}''_i)^{-1} \underline{\underline{A}}''_i'^T \underline{\underline{S}}_i$  képlettel számolható, az utolsó lépés végrehajtása után  $\underline{\underline{F}}'_n = \underline{\underline{S}}_i^*$  a redukált szabálybázis.
8. Az új tagsági függvények meghatározása.

Az algoritmus lefutása után  $\underline{\underline{F}}_n$  lesz a magtenzor, amiből előállítható a redukált

szabálybázis és az új tagsági függvények a  $\mu_{A'_{k,i}}(x_k) = \sum_{j=1}^{n_i^r} \mu_{A_{k,j}}(x_k) A_{k,j,i}$ . A redukált

szabálybázis szabályainak száma  $n_1^r * \dots * n_n^r$  az eredeti  $n_1 * \dots * n_n$  helyett [58].

## **5. FELHASZNÁLÓ-SPECIFIKUS KIÉRTÉKELÉS**

Páciensmonitorozó rendszerekben elengedhetetlen az egyéni jellemzők figyelembe vétele által megvalósított felhasználó-specifikus kockázatszámítás, hiszen az abszolút leírásokban megadott általános érvényű határértékek nem veszik figyelembe sem a környezeti tényezőket, sem az egyéni adottságokat, így az eredmény jelentősen eltérhet a valóságostól. A kiértékelő modellben rögzített tagsági függvények helyett a felhasználó adottságaihoz alkalmazkodó tagsági függvények használata szükséges, melynek paraméterei a páciens jellemzőihez igazodva hangolhatók. Ez a hangolás megvalósítható valamilyen képlet segítségével a felhasználó adatai alapján, vagy egy flexibilis, nagyfokú adaptációs képességgel rendelkező keretrendszer segítségével. Mindkét megközelítés jóval megbízhatóbb eredményt ad, mint az abszolút szabályok alapján megalkotott kiértékelő rendszer. A következőkben ezekkel az adaptivitást biztosító technikákkal kapcsolatos lehetőségeket mutatok be.

### **5.1 Felhasználó-specifikus tagsági függvény-hangolás szisztolés vérnyomás értékek kiértékeléséhez**

Még napjainkban sincs teljes egyetértés a szakértők között annak tekintetében, hogy mit tekinthetünk abnormális vérnyomás válaszreakciónak terheléses teszt során. A különböző tanulmányokban használt módszerek és azok paraméterei különbözőek. Leggyakrabban az abszolút formát használják, annak egyszerűsége miatt, de ez számos, a kiértékelést befolyásoló személyes paramétert figyelmen kívül hagy. Nyilvánvaló, hogy a lehetőségekhez mérten felhasználó-specifikus kiértékelésre van szükség, ami az egyéni jellemzőket is felhasználja a kockázat kiszámítása során. Ilyen alapvető paraméterek a páciens neme, életkora, nyugalmi vérnyomása, valamint az edzés célja, vagy az illető egészségi állapota alapján megengedhető tartomány. Ezen tényezők figyelembe vételével a tagsági függvények egyénileg hangolhatók, ami alapvető fontosságú annak érdekében, hogy a lehető legmegbízhatóbb kockázati szintet számíthassuk ki. A páciens személyes adottságainak figyelembe vételével végzett számítás során elkerülhetők az olyan esetek, amikor egy 25 és egy 70 éves személy azonos vérnyomás értékét ugyanolyan kockázati szintűnek értékeljük, hiszen nyilvánvaló, hogy a két esetben más adottságokkal rendelkeznek a páciensek a fizikai állapotuk tekintetében. Az edzettségi szint figyelmen kívül hagyása szintén komoly



hibákat eredményezhet, hiszen nem mindegy, hogy egy rendszeresen sportoló, vagy egy rehabilitáció alatt álló személyről van szó, esetükben is különböző jelentéssel bír ugyanaz a pulzusszám érték.

A fentieket figyelembe véve felhasználó-specifikus határértékek adhatók meg, de ezek nem definiálhatóak pontos számként, nem mondható meg pontosan, hogy hol van az a határ, ameddig a vérnyomás érték megfelelő, és az annál nagyobb értékeket már kórosnak kell tekinteni. Ez a jellemző indokolja a fuzzy megközelítés alkalmazását, ahol elmosódott határokkal dolgozhatunk, nincsenek éles átmenetek. Ezt a megközelítést mind orvosi alkalmazásokban, mind a kockázatkezelés területén számos alkalmazásban használják. Segítségével figyelembe vehetők a bizonytalanságok, pontatlanságok és a rendszerben rejlő szubjektivitás [5]. A tagsági függvény paraméterek a felhasználó adataiból képlet segítségével számolhatók, így a páciens adottságaihoz igazodnak. Az általam megvalósított kockázatkezelő modellben alkalmazott tagsági függvény-hangolással kapcsolatos eredmények a gyakorlati eredményeknél a 6.4 fejezetben olvashatók [56],[69].

## **5.2 Fuzzy alapú kockázatkiértékelő keretrendszer tervezése**

Páciensmonitorozó rendszerekben a bemeneti tényezők nagy számán túl problémát jelentenek az azok között fennálló kölcsönhatások is, melyeket fel kell térképezni és a megfelelő módon kezelni kell. A tényezők együttes hatása sokszor a szakértők számára sem átlátható, így kezelésük, kiértékelésük rendkívül problematikus feladat. Ha a szívfrekvencia értéket vesszük alapul, arra hozzávetőlegesen harminc egyéb tényező van hatással [70]. A fentiekből látható, hogy szükség van egy olyan módszerre, ami lehetővé teszi a kölcsönhatások együttes kezelését és mindezt a lehető legegyszerűbb, legátláthatóbb formában.

Az ilyen típusú rendszerekkel szemben fontos elvárás a páciens-specifikus kiértékelés, ami figyelembe veszi az egyéni adottságokat, életkörülményeket, orvosi ajánlásokat, valamint a figyelembe veendő paraméterek között fennálló bonyolult kölcsönhatások szintén könnyebben megadhatók a páciens kórtörtének ismeretében, az esetlegesen meglévő előző mérések elemzésével a felhasználóra szabottan. A fentiekben megfogalmazott igények, valamint a kockázati tényezők nagy száma egy robusztus, flexibilis, nagyfokú adaptációs képességgel rendelkező kockázatkezelő rendszer kidolgozását teszi szükségessé. A könnyű bővíthetőség, és átláthatóság elérése

érdekében célszerű egy általánosított, moduláris felépítésű rendszerstruktúra alkalmazása, melynek alapját a specifikusan paraméterezhető alrendszerek képezik [6].

### 5.2.1 AHP (Analytic hierarchy process)

Hierarchikus és rugalmas döntési metódus, ami a strukturális kockázatkezelő modellek esetén egy páronkénti összehasonlító mátrixot is használ, ami a faktorok közötti fontossági viszonyt írja le. A módszer kidolgozása, mellyel döntéshozáskor bármelyik, a hierarchia azonos szintjén lévő két tényező összehasonlítható egymással, Saaty nevéhez fűződik [71]. Kvalitatív és kvantitatív jellemzők leírására egyaránt lehetőséget biztosít. Legyenek  $X_1, X_2 \dots X_n$  az elemek, melyek egy  $A_{n \times n}$ -es összehasonlító mátrixba kerülnek, ahol  $a_{ij}$  az  $X_i$  és  $X_j$  elem fontosságának aránya. Saaty 1-9 közötti értékeket javasol [72], de más értékek is használhatók [73]. Ha  $a_{ij} > 1$  akkor  $X_i$  fontosabb  $X_j$ -nél, hasonlóan  $a_{ji} = 1/a_{ij}$  ( $i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,n$ ), ezért az egyes szintek minden  $n$  elemű csoportjára  $\frac{n(n-1)}{2}$  összehasonlítás szükséges.

Az egyes tényezők által alkotott csoportok többé-kevésbé függetlenek, ilyenkor az összehasonlító mátrix blokk diagonális mátrixként írható le, ezáltal csökkentve a számítási bonyolultságot. Az egyes blokkok az egyes csoportok tényezőire vonatkozó összehasonlító mátrixok, melyben a főátló elemeinek értéke értelemszerűen 1, hiszen ilyenkor önmagával hasonlítjuk össze a tényezőt. Ha  $x=(x_1, x_2 \dots x_n)$  az aktuális kockázati tényezők bemeneti vektora, akkor a páronkénti összehasonlító mátrix ( $A$ ) hatása erre az  $A \cdot x^T$  művelettel írható le. A cél az, hogy a rendszerbe súlyozottan kerüljenek be a kockázati tényezők, ahol  $\lambda$  a páronkénti összehasonlítás eredményeként létrejött fontossági szorzó, hiszen  $A \cdot x^T = \lambda \cdot x^T$ .  $\lambda$  a mátrix valós sajátértékeként számítható ki amennyiben ez létezik, különben  $\lambda=1$  értéket használjuk. Abban az esetben, ha több megoldást is találunk, azt a sajátértéket kell választani, ami a bemeneti tényezők vektorát az univerzumban tartja, de a döntést a leginkább befolyásolja, vagyis a legnagyobb hatásfokú. Az AHP a kockázat szintjének meghatározása és a döntési folyamat előtt alkalmazandó [74],[6].

Mind a kockázati tényezők mind a kockázat szintje lehet számszerű érték, vagy nyelvi formában megadott. A szabályok *IF feltétel THEN következmény* formájában adottak. A tényezők kiértékelése és a kimeneti döntés meghatározása valamilyen közelítő kiértékelő metódussal történik (pl.: Mamdani típusú). A rendszer működhet

visszacsatolással, vagy a nélkül utóbbi esetben a kockázat szintjét megadva, vagy ez alapján döntést hozva, a feladat jellegétől függően [70].

## 5.2.2 A kiértékelés folyamata

A hagyományos Mamdani-típusú fuzzy kiértékelésben a szabálypremissza meghatározásakor általánosan elterjedt szorzat operátor itt nem alkalmazható, mivel kommutatív tulajdonságából következően elfedi a súlyozást, ha a különböző súlyokat más sorrendben, így más paraméterhez rendelve alkalmazzuk, az eredmény nem változik. Így ez a módszer nem teszi lehetővé a tényezők különböző súllyal történő figyelembe vételét, ezért ennek módosítása szükséges. A súlyok a fentiekben ismertetett AHP módszer segítségével határozhatók meg olyan módon, hogy az azonos csoportba tartozó tényezők súlyának összege, illetve az azonos szinten lévő csoportok súlyának összege is 1 legyen. A következőkben a módosított kiértékelés lépéseit ismertetem egy csoportra. Amennyiben többszintű, csoportosított rendszerben végezzük a kiértékelést, az egyes csoportokra külön végre kell hajtani az algoritmust.

1. A bemenő értékek fuzziifikálása, ami trapéz alakú tagsági függvény esetén:

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a_i \\ \frac{x - a_i}{b_i - a_i} & a_i \leq x \leq b_i \\ 1 & b_i \leq x \leq c_i \\ \frac{d_i - x}{d_i - c_i} & c_i \leq x \leq d_i \\ 0 & d_i \leq x \end{cases} \quad (5.1)$$

ahol  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  az  $i$ -edik tagsági függvény paraméterei, melyek a keretrendszerben megadott értékek szerinti hangolást teszik lehetővé; feltesszük, hogy  $a_i \neq b_i$  és  $c_i \neq d_i$ .

2. A szabálypremisszák illetékességi szintjének ( $w_i$ ) meghatározása az AHP módszerből kapott értékekkel súlyozott fuzziifikált értékekből:

$$w_i = \begin{cases} m \cdot \sum_{k=1}^m a_k \mu_{A_{kj}}(x_k) & \text{ha } \mu_{A_{kj}} \neq 0, \forall k \in [1, m] \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (5.2)$$

ahol  $m$  a bementek száma,  $a_k$  a  $k$ -edik bemenethez tartozó súly,  $w_i$  az  $i$ -edik szabálypremissza illetékességi szintje.

3. A szabályok következmény része felírható a következő képletekkel:

$$\mu_1(y) = \begin{cases} 1 & y < 0.1 \\ ((0.3 - y)/0.2)^{1.2} & 0.1 \leq y \leq 0.3 \\ 0 & y > 0.3 \end{cases} \quad (5.3)$$

$$\mu_2(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.1 \\ ((y - 0.1)/0.175)^{1.2} & 0.1 \leq y \leq 0.275 \\ 1 & 0.275 \leq y \leq 0.325 \\ ((0.5 - y)/0.175)^{1.2} & 0.325 \leq y \leq 0.5 \\ 0 & y \geq 0.5 \end{cases} \quad (5.4)$$

$$\mu_3(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.3 \\ ((y - 0.3)/0.175)^{1.2} & 0.3 \leq y \leq 0.475 \\ 1 & 0.475 \leq y \leq 0.525 \\ ((0.7 - y)/0.175)^{1.2} & 0.525 \leq y \leq 0.7 \\ 0 & y \geq 0.7 \end{cases} \quad (5.5)$$

$$\mu_4(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.5 \\ ((y - 0.5)/0.175)^{1.2} & 0.5 \leq y \leq 0.675 \\ 1 & 0.675 \leq y \leq 0.725 \\ ((0.9 - y)/0.175)^{1.2} & 0.725 \leq y \leq 0.9 \\ 0 & y \geq 0.9 \end{cases} \quad (5.6)$$

$$\mu_5(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.7 \\ ((y - 0.7)/0.2)^{1.2} & 0.7 \leq y \leq 0.9 \\ 1 & y > 0.9 \end{cases} \quad (5.7)$$

melyekből a  $w_i$  illetékességi szint alapján kapott  $B_i$  szabályonkénti következtetés defuzzifikálása a COG módszerrel történik:

$$f_i = \frac{\int_{supB_i} y B_i(y) dy}{\int_{supB_i} B_i(y) dy} \quad (5.8)$$

4. A csoport teljes kockázati szintjének ( $O$ ) kiszámításában az utolsó lépés a kapott értékek aggregációja:

$$O = \sum_{i=1}^n \bar{w}_i f_i = \frac{\sum_{i=1}^n w_i f_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (5.9)$$

### 5.2.3 Adatbázisterv

A rendszer megfelelő működéséhez a személyes adatokat, a hangoláshoz szükséges paramétereket, a körülményekre vonatkozó fontosabb információkat egy megfelelően

kialakított adatbázisban kell tárolni. Erre a célra a relációs adatmodellt használtam, melynek bevezetése Codd nevéhez fűződik és egészen a 70-es évekre nyúlik vissza [75], de napjainkban is az egyik leghatékonyabb megvalósítás. Az adatokat a felhasználó felé táblázatok, vagy más néven relációk formájában jeleníti meg, a felhasználó számára az adatok tárolási struktúrája nem látható és nem is szükséges annak ismerete. A lekérdezések egy magas szintű nyelv segítségével fejezhetők ki, ami az adatbázis-programozás hatékonyságát jelentősen növeli.

A tervezés során elengedhetetlen bizonyos alapelvek szem előtt tartása, hogy megfelelően használható adatmodellt kapjunk. Ezek az alapelvek a következők [76]:

1. Valóság-hű modellezés: a terv pontosan feleljen meg a specifikációnak, vagyis az egyedhalmazoknak, azok attribútumainak és a köztük létrejövő kapcsolatoknak értelmesnek kell lenniük.
2. Redundancia elkerülése: a többszöri előfordulás tárigénye nagyobb, módosítási anomáliát okozhat, ezért törekedni kell ennek elkerülésére.
3. Egyszerűség: annyi elem szerepeljen az adatbázistervben, amennyi valóban szükséges.
4. A megfelelő elem megválasztása: A tervezés során el kell dönteni, hogy egy elemet az egyszerűbben implementálható attribútumként, vagy egyedhalmazként használunk.

Munkám során a fentiek figyelembe vételével megterveztem és implementáltam egy kockázatkiértékelő keretrendszert, ami a felhasználói profil alapján a személy jellemzőit, illetve a személyre szabott orvosi ajánlásokat figyelembe véve hangolja a bemenő tagsági függvényeket. Minden egyes felhasználó esetén megadható, hogy nála mely paraméterek figyelembevétele szükséges, illetve milyen jellegű tevékenységek során várható majd a monitorozás. A bemenetekhez tartozó antecedens halmazok száma felhasználótól függetlenül adott, de a tagsági függvények paraméterei felhasználó-specifikusan állíthatók. Szintén a felhasználói profil részeként, személyre szabottan megadható az egyes kockázati tényezők egymáshoz való viszonya olyan formában, hogy azokat párokba rendezve egy fontossági tényező rendelhető hozzájuk az AHP leírásakor ismertetett módon. A szabályok megadásakor is lehetőség van az egyéni adottságok és az egészségi állapot figyelembe vételére, a személyenként tárolható szabályrendszer segítségével.

A rendszer bemenő paramétereinek halmaza, azok leírásának megadásával (tagsági függvényeinek száma, antecedens halmazok elnevezése) bővíthető, valamint a konkrét

felhasználó esetén figyelembe veendő paraméterek halmaza dinamikusan változtatható, a meglévő paraméterek egymással szabadon kombinálhatók a személy adottságainak megfelelően. A fentiek következtében a szabályrendszer, illetve a paraméterek közötti kölcsönhatások megadása is módosul, a meglévő szerkezet egyszerűen bővíthető, módosítható. Mind a bővítés, mind a paraméterkombináció, illetve az ehhez kapcsolódó szabályrendszer és kölcsönhatási mátrix megadása végrehajtható a szakértő által, programozási feladatot nem igényel. Az adatbázisistertvet a következőkben, az implementált program eredményeit a 6.5 fejezetben mutatom be.


### 5.2.3.1 Egyed-kapcsolat diagram

Az egyed-kapcsolat (E/K) diagram az adatmodellezés grafikus megjelenítésére szolgál. A modellezés során alkalmazott alapelemek a következők:


- Egyedhalmazok: A hasonló tulajdonságú egyedek csoportja, hasonló az objektumorientált programozási nyelveknél használt osztály fogalomhoz.

Jelölése: 

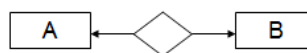
- Attribútumok: egy egyed tulajdonságainak leírására szolgál.

Jelölése: 

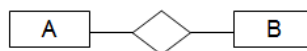
- Kapcsolatok: két vagy több egyedhalmazt kapcsolnak össze. Ezek a kapcsolatok kétirányúak és több egyedhalmazt is összeköthetnek. A kapcsolat típusa nyílak használatával jelölhető.

Jelölése: 

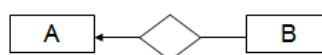
- Egy-egy kapcsolat: mindkét egyedhalmaz felé mutat nyíl



- Sok-sok kapcsolat: egyik irányba sem mutat nyíl



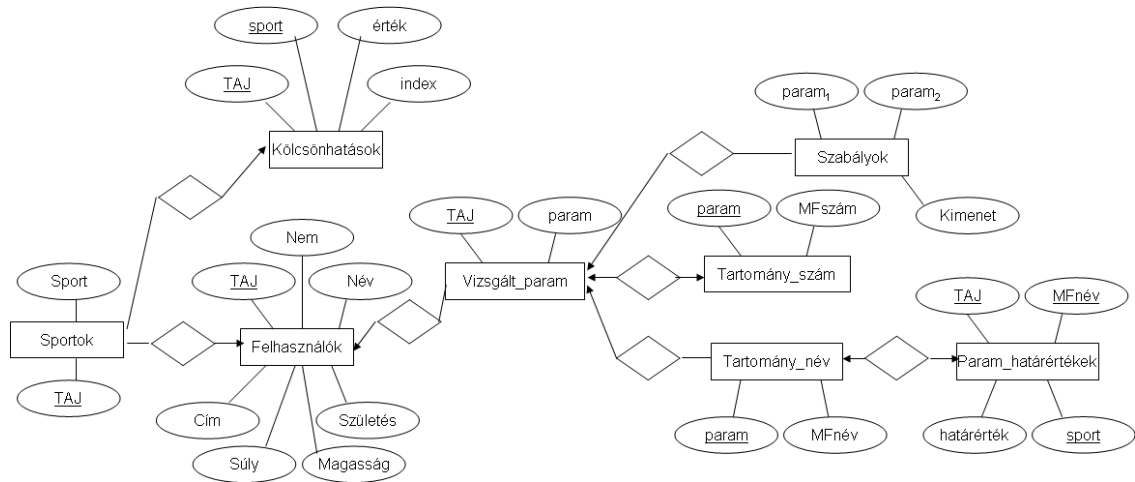
- Egy-sok, vagy sok-egy kapcsolat: ha nyíl mutat A egyedhalmazba, B-be pedig nem, akkor B egyedhalmaz minden egyedéhez pontosan egy A-beli egyed kapcsolódik, míg egy A-beli egyedhez sok B-beli egyed kapcsolódhat.



- Kulcsok: olyan attribútumok, vagy attribútumok olyan halmazai, amelyek egyértelműen azonosítanak egy egyedet az egyedhalmazon belül.

Jelölése: aláhúzás

A fenti jelölések alkalmazásával létrehoztam a feladatnak megfelelő egyed-kapcsolat diagramot, melynek felépítése a 9. ábrán látható.



9. ábra A kockázatértékelő keretrendszer egyed-kapcsolat diagramja

### 5.2.3.2 Relációs adatbázisséma

A relációs adatmodellben az adatok kétdimenziós táblázatokban, ún. relációkban reprezentálhatók, melynek fejlécében található az adott oszlopban szereplő adatok jelentését megadó attribútumok. A reláció nevét és a reláció-attribútumok halmazát együttesen a szakirodalom relációsémának nevezi, megadása *relációnév(attribútumok)* formában történik. A relációs modell több relációsémát tartalmaz, ezek halmaza alkotja a relációs adatbázissémát. Új felhasználói profil létrehozásakor az adatokat a következő relációknak megfelelően kell megadni:

*Felhasználók(TAJ, Név, Cím, Születés, Nem, Magasság, Testsúly)*: Ez a reláció a felhasználó alapvető adatait tartalmazza, melyek alkalmasak arra, hogy őt a későbbiekben azonosítsák. A reláció kulcsa a TAJ szám.

*Sportok(TAJ, sport)*: Ez a tábla hozzárendeli a felhasználóhoz az általa végzett mozgásformákat, melyek során várható a monitorozás. Kulcs attribútuma a TAJ szám.

*Vizsgált\_param(TAJ, sport, param)*: Az egyes felhasználók esetén különbözőek lehetnek a vizsgált paraméterek a felhasználó sajátosságaitól, egészségi állapotától, valamint a választott sport jellegétől függően, ezért a vizsgálandó paraméterek felhasználó- és sport-specifikusan adottak.

*Tartomány\_száma(param, MFszám):* Az értelmezési tartomány minden paraméter esetében különbözőképpen osztható intervallumokra, azok száma különböző lehet. Ezek az intervallumok képezik az antecedens halmazok meghatározásának alapját, melyek a fuzzy következtetéshez szükségesek. Az antecedens halmazok száma az adott paraméter jellemzőitől függően változik. Abban az esetben, ha normál, emelkedett és rendellenes tartományokra osztható fel az értelmezési tartomány, az intervallumok, illetve az antecedens halmazok száma 3, de ez más tényezők esetében ettől különböző is lehet. Ez a reláció az antecedens halmazok számának megadására szolgál minden egyes paraméter esetén. Ez a szám független a felhasználótól, csak a paraméter sajátosságaitól függ.

*Tartomány\_név(param, MFnév):* Ez a reláció szorosán kapcsolódik az előzőhöz, hiszen a fentiekben definiált számú antecedens halmazok nevének megadására szolgál. Ebből következően a különböző antecedens nevek száma megegyezik az antecedens halmazok számával azonos paraméterre vonatkozóan. Ezek az elnevezések szintén nem a felhasználótól függő értékek, hanem paraméter-specifikusak.

*Param\_határértékek(TAJ, MFnév, határérték, sport):* Ebben a relációban a paraméterek felhasználó-specifikusan állítható határértékei adhatók meg az orvosi ajánlásoknak megfelelően. Minden olyan paraméter esetén meg kell adni, amit a felhasználóhoz tartozóan a Vizsgált\_param táblában definiáltunk. Ezek az értékek szolgálnak az antecedens halmazok definíciójának alapjául a tartomány szélső értékeinek definiálása által. A bemeneti tagsági függvények paraméterei, ezen értékek felhasználásával számíthatók.

*Szabályok(param<sub>1</sub>, ..., param<sub>n</sub>, kimenet):* A szabályok az egyes paraméter kombinációkhoz kapcsolódóan adhatók meg az összes, személyenként illetve sportonként megadott lehetséges kombinációknak megfelelően. A szabálypremisszák az adott paraméterkombinációhoz tartozó különböző antecedens halmazok összes lehetséges kombinációjaként jönnek létre.

*Kölcsönhatások(TAJ, sport, index, érték):* Ez a reláció a paraméterek relatív fontosságának megadására szolgál az AHP értékeket alapul véve. A felhasználóra vonatkozó kölcsönhatási mátrixot sporttevékenységtől függően kell meghatározni. Alapértelmezett érték adhatók meg minden paraméter kombinációra általánosságban, felhasználótól függetlenül, de szükség esetén ezek az értékek változtathatók a személyes jellemzők, krónikus betegségek figyelembe vételével.



## **6. GYAKORLATI EREDMÉNYEK**

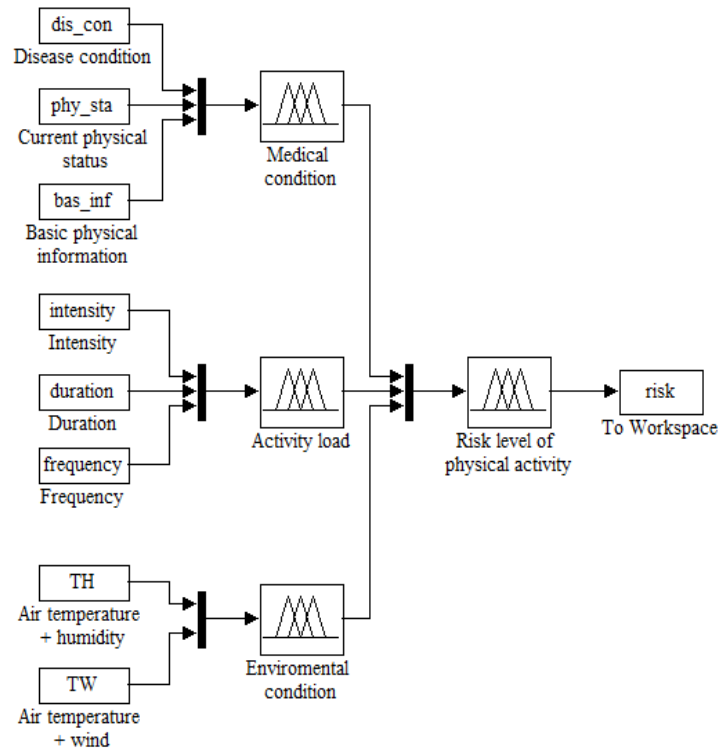
### **6.1 Sporttevékenység kockázati szintjének kiszámítására szolgáló modell létrehozása**

#### **6.1.1 Az alapmodell felépítése**

A kiértékelő modell csoportosított hierarchikus felépítésű, fuzzy logikán alapuló Mamdani-típusú következtetési rendszert használ. Mivel az élettani jellemzők kockázatszámítása egy összetett sokparaméteres, sokkritériumos rendszer sok bizonytalan paraméterrel, a lágy számítási módszerek azok, amik leginkább tudják ezt kezelni. A fuzzy megközelítést indokolja, hogy a bemenő adatok zöme nehezen számszerűsíthető, nem adható pontos érték arra, hogy egy ember mennyire egészséges, illetve ha bármilyen alapbetegsége van, az mennyire tekinthető súlyosnak és erre milyen hatással lehet a sport. Az orvostudomány is nyelvi leírásokat használ a betegséggel, illetve annak kezelésével kapcsolatban is. A bemenő adatok kiértékelése csoportosított hierarchikus rendszerben történik, ami a kiértékelést egyszerűsíti és a modellt könnyebben bővíthetővé teszi. A hierarchikus struktúra előnye, hogy csökkenti a modell komplexitását, hiszen míg az egyszintű rendszerek esetében a szabályok száma a bemeneti paraméterek számával exponenciálisan nő, addig hierarchikus rendszerben ez a növekedés már csak lineáris. Ezekben a rendszerekben a feladatot részproblémákra kell bontani, így a hierarchia különböző szintjein kevesebb bemenő paraméterrel és ezáltal kevesebb szabállyal működő alrendszereket létrehozva [40].

Az általam létrehozott modell személyes adatok alapján kiszámolja a kockázati tényezőt a megadott aktivitási szintre vonatkozóan, ami a sporttevékenység gyakoriságával, intenzitásával és időtartamával jellemezhető [25]. A számított kockázati szint alapján megmondható, hogy az illető a megadott paraméterek alapján biztonsággal sportolhat-e. A modellstruktúra alapjául a Yizhi Wu, Yongsheng Ding és Hongan Xu által kidolgozott modell szolgál [77]. Ezt fejlesztettem tovább saját szabályrendszer beépítésével [78],[79],[80],[81]; az alrendszerek bővítésével; különböző redukciós, illetve felhasználó-specifikus függvényhangolást [69] és anytime üzemeltetést [55],[56] lehetővé tevő módszerek beépítésével; illetve egy flexibilis, adaptív keretrendszer fejlesztésével.

A modellt kezdetben Simulinkben, Matlab Fuzzy Toolbox felhasználásával, majd RADStudio fejlesztői környezetben is megvalósítottam.



10. ábra A kockázatiértékelő modell struktúrája

A rendszer felépítése a kiértékelés logikai sorrendjét követi, vagyis baloldaltól a legalsó szinttől, a részletezett kockázati tényezőktől kiindulva haladunk jobbra az egyre magasabb szinteken, a főbb kockázati csoportokon keresztül a teljes kockázat kiszámítására szolgáló alrendszerig, végül az összesített kockázati szint kiszámítása következik. Az egyes csoportokra vonatkozó kiértékelés fuzzy logika alapján történik, a kiértékelő szabályokat edzői közreműködéssel állítottam össze [23].

A bemenetek tagsági függvényei egyszerű trapéz alakúak, melyek a következőképpen definiálhatók.

$$\mu_{A_i}(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a_i \\ \frac{x - a_i}{b_i - a_i} & a_i \leq x \leq b_i \\ 1 & b_i \leq x \leq c_i \\ \frac{d_i - x}{d_i - c_i} & c_i \leq x \leq d_i \\ 0 & d_i \leq x \end{cases} \quad (7.1)$$

ahol  $a_i, b_i, c_i, d_i$  az  $i$ -edik tagsági függvények paraméterei, feltéve, hogy  $a_i \neq b_i$  és  $c_i \neq d_i$ .

A fő kockázati csoportok:

1. Egészségi állapot (Medical condition): Ez a legfontosabb csoport a kockázat számításakor, hiszen eleve meghatározza a terhelhetőséget.
  - a. Alapbetegségek (Disease condition)

Az összes kockázati tényező közül a legfontosabb, mindenképpen figyelembe kell venni az orvosi ajánlásokat

skálázás: [0,1]

lehetséges értékek: {very bad, bad, medium, healthy, very healthy}
  - b. Aktuális fizikai állapot (current physical status)

Ebbe a csoportba olyan jellemzők tartoznak, mint a pulzus és a vérnyomás. Ezen tényezők valós idejű figyelemmel kísérése lehetőséget ad arra, hogy ne csak a kezdeti kockázati szintet tudjuk megállapítani, hanem folyamatosan kontrolláljuk a megfigyelt személyt és szükség esetén valamilyen jelzést adjon a rendszer.

skálázás: [0,1]

lehetséges értékei: {very bad, bad, medium, good, very good}
  - c. Alapvető fizikai információk (basic physical information)

Ide tartozó jellemzők az életkor, nem, foglalkozás (munka által igényelt aktivitás, stressz), testtömeg-index

skálázás: [0,1]

lehetséges értékei: {inactive, moderately inactive, medium, active, very active}
2. Aktivitás szintje (Activity load): Magára a választott sporttevékenységre vonatkozó tényezők
  - a. Mozgás intenzitása (Intensity)

skálázás: [0,100] százalékban megadva

lehetséges értékei: {very light, light, medium, intensive, very intensive}
  - b. Mozgás időtartama (Duration)

skálázás: [0,120] percben megadva

lehetséges értékei: {very short, short, medium, long, very long}
  - c. Mozgás gyakorisága (Frequency)

skálázás: [0,7] alkalmak száma/hét

lehetséges értékei: {very rare, rare, medium, frequent, very frequent}

3. Környezeti tényezők (Environmental condition): Leginkább szabadtéri sporttevékenység kapcsán lehetnek érdekesek, de a levegő páratartalma és a hőmérséklet együttes hatása zárt térben is befolyásolhatja a kockázati szintet.

a. Levegő hőmérséklete és páratartalma (Air temperature + humidity)

Együttesen érdemes a két tényezőt vizsgálni, hiszen a hőérzet nem csak a hőmérséklettől függ, a páratartalom jelentősen befolyásolja azt.

skálázás: [0,1]

lehetséges értékek: {low, moderately low, medium, high, very high}

b. Levegő hőmérséklete és a szél erőssége (Air temperature + wind)

a hőmérséklet és a szél erőssége szintén együtt érvényesül igazán, hiszen egy erős szél alacsony hőmérséklettel igen veszélyes is lehet

skálázás: [0,1]

lehetséges értékek: {weak, moderately weak, medium, strong, very strong}

A kimenetek tagsági függvényei:

Minden csoportra vonatkozóan, illetve a hierarchia minden szintjén azonosak, de alakjukat tekintve különböznek a bemenetek egyszerű trapéz alakú függvényeitől:

$$\mu_{B_i}(y) = \begin{cases} 1 & y < 0.1 \\ ((0.3 - y)/0.2)^{1.2} & 0.1 \leq y \leq 0.3 \\ 0 & y > 0.3 \end{cases} \quad (7.2)$$

$$\mu_{B_{2,3,4}}(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.1 \\ ((y - p_i)/0.175)^{1.2} & p_i \leq y \leq q_i \\ 1 & q_i \leq y \leq r_i \\ ((s_i - y)/0.175)^{1.2} & r_i \leq y \leq s_i \\ 0 & y \geq s_i \end{cases} \quad (7.3)$$

$$\mu_{B_5}(y) = \begin{cases} 0 & y < 0.7 \\ ((y - 0.7)/0.2)^{1.2} & 0.7 \leq y \leq 0.9 \\ 1 & y > 0.9 \end{cases} \quad (7.4)$$

ahol  $p_i, q_i, r_i, s_i$  a tagsági függvények paraméterei.

skálázás: [0,1]

lehetséges értékek: {very safe, moderately safe, medium, moderately dangerous, very dangerous}

## 6.1.2 Az alapmodell validálása

Az előzőekben bemutatott rendszert egy már létező modellel hasonlítottam össze, hogy az új modell megbízhatóságát igazoljam [77]. Az összehasonlítást Matlab környezetben végeztem, mindkét modellt implementálva. A modellek csoportosított hierarchikus felépítésűek, struktúrájuk hasonló, de a tagsági függvények és a kiértékelő szabályok különbözőek. A kapott eredményeknek megfelelően elvégeztem a szükséges átalakításokat a szabályrendszerben, illetve a tagsági függvényekben.

A teszteléshez különböző tipikus csoportokat választottam az American Heart Association útmutatói alapján [82],[83],[84],[85],[86]. Az így meghatározott elméleti értékek az Egészségi állapotra vonatkozóan a 6. táblázatban láthatók. Ezek az értékeket használtam bemenetként mindkét módszer esetében, így lehetőség nyílt a számított kockázati szintek összehasonlítására, ezáltal az új modell validálására.

6. táblázat EGÉSZSÉGI ÁLLAPOTRA VONATKOZÓ PARAMÉTEREK

Csoport	Dis_con	Phy_sta	Bas_inf
Egészséges felnőtt	0,5	0,5	0,5
Középkorú személy enyhe szívbetegséggel	0,4	0,4	0,7
Egészséges idős ember	0,64	0,5	0,3
50-65 éves rossz fizikai állapotban	0,25	0,3	0,5

Az összehasonlítás eredményeként azt kaptam, hogy két csoportra szinte ugyanolyan kockázati szintet számol mindkét modell minimális eltéréssel, ezek a csoportok a „Középkorú személy enyhe szívbetegséggel”, illetve az „50-65 éves személy rossz fizikai állapotban”. Az átlagos különbség mindössze 4-5%, miközben a kockázati szintek közötti különbséget 20%-ban határoztam meg. Erre a két csoportra a kapott eredmények egy része, illetve a figyelembe vett egyéb tényezők, melyeknek értékeit változtattam, a 7. és 8. táblázatban láthatóak. Az itt szereplő tényezők leírása az előző fejezetben, a modell szerkezeténél található. Az új modell által számolt eredmények az FTB, a Wu-féle modell eredményei az AHP-FCE oszlopban szerepelnek, a köztük lévő különbség pedig a táblázatok utolsó oszlopában (Diff).

7. táblázat KÖZÉPKORÚ SZEMÉLY ENYHE SZÍVBETEGSÉGGEL

Int	Dur	Freq	TH	TW	FTB	AHP-FCE	Diff
20	20	5	0,6	0,2	0,4519	0,4763	0,0244
20	80	3	0,6	0,2	0,5	0,4913	0,0087
50	25	5	0,6	0,2	0,5	0,5173	0,0173
50	60	3	0,6	0,2	0,5	0,523	0,023
20	120	7	0,6	0,2	0,5	0,5298	0,0298
50	120	7	0,6	0,2	0,5	0,5682	0,0682
80	25	5	0,6	0,2	0,5	0,5953	0,0953
80	25	7	0,6	0,2	0,5	0,6043	0,1043
100	50	3	0,6	0,2	0,5	0,6263	0,1263
100	120	1	0,6	0,2	0,7	0,6461	0,0539
100	120	3	0,6	0,2	0,7	0,6543	0,0457
100	120	7	0,6	0,2	0,7	0,6794	0,0206

8. táblázat 50-65 ÉVES SZEMÉLY ROSSZ KONDÍCIÓBAN

Int	Dur	Freq	TH	TW	FTB	AHP-FCE	Diff
20	20	5	0,5	0,5	0,5616	0,5352	0,0264
20	80	3	0,5	0,5	0,5828	0,5512	0,0316
50	25	5	0,5	0,5	0,5576	0,5715	0,0139
50	60	3	0,5	0,5	0,5828	0,5769	0,0059
20	120	7	0,5	0,5	0,5828	0,5898	0,007
50	120	7	0,5	0,5	0,5828	0,6232	0,0404
80	25	5	0,5	0,5	0,6076	0,652	0,0444
80	25	7	0,5	0,5	0,6076	0,6612	0,0536
100	50	3	0,5	0,5	0,6076	0,6865	0,0789
100	120	1	0,5	0,5	0,7923	0,7069	0,0854
100	120	3	0,5	0,5	0,7923	0,715	0,0773
100	120	7	0,5	0,5	0,7923	0,7401	0,0522

További két csoport esetében szintén nincs jelentősebb eltérés, habár az előbbi csoportokhoz képest ez valamivel nagyobb, de még elfogadható. Ez a két csoport az „Egészséges felnőtt” és az „Egészséges idős ember”. Azokban az esetekben, amikor az eltérés kicsit nagyobb, minden alkalommal az általam létrehozott új modell bizonyult óvatosabbnak, vagyis a modell biztonsággal használható, nem mulasztja el a riasztást [78],[79].

### **6.1.3 Bemenő adatok**

A kockázati szint kiértékeléséhez szükség van a modell hierarchia legalsó szintjén szereplő bemenő paraméterek megadására. Ezek a paraméterek a csoportosított struktúrának megfelelően különböző alrendszerek bemenetüül szolgálnak, legalsó szintű kiértékelésük is itt történik. A szükséges bemenő adatok jellemzőit a 9. táblázat tartalmazza, melynek paraméter oszlopában szerepel a vizsgált tényező, jelölés oszlopában a modellben használt elnevezése, FLC oszlopában pedig annak az alrendszernek az elnevezése, amelynek bemenetüül szolgál. A típus oszlopban megadtam, hogy a bemenő érték egész, vagy valós típusú, kiegészítve azzal, hogy mennyire szubjektív annak megítélése, mivel a szubjektív bemenetek bizonytalanságot hordoznak magukban. Az állandóságra vonatkozó oszlopban a valós idejű kiértékelés szempontjából a konstans (minden körülmények között állandó), kvázi-konstans (a monitorozás alatt állandó), változó (a monitorozás alatt változó) és valós idejű (a monitorozás alatt folyamatosan mérendő) csoportba soroltam az egyes bementeket. Szükség lehet még az értékelés szempontjából egy olyan bemenő adatra, ami azt mutatja meg, hogy a felhasználó milyen viszonyban van a technológiával, mennyire befolyásolhatja a mérési eredményeket ez az attitűd.

9. táblázat BEMENŐ PARAMÉTEREK

Paraméter	Jelölés	Mértékegység	Típus	Állandóság	Értelmezési tartomány	Alrendszer
Életkor	Age	Év	Egész	Kvázi-konstans	18-25	Bas_inf
Nem	Sex	-	Egész	Konstans	{0,1}	Bas_inf
Foglalkozási aktivitás	Occu-act	-	Valós (szubjektív)	Kvázi-konstans	0-1	Bas_inf
Foglalkozási stressz	Occu-Stress	-	Valós (szubjektív)	Kvázi-konstans	0-1	Bas_inf
BMI	Bmi	Kg/m <sup>2</sup>	Valós	Kvázi-konstans	13-42	Bas_inf
Pulzusszám	Heart rate	bpm	Egész	Valós idejű	15-240	Phy_sta
Szisztolés vérnyomás	SBP	mmHg	Egész	Valós idejű	20-280	Phy_sta
Diasztolés vérnyomás	DBP	mmHg	Egész	Valós idejű	20-280	Phy_sta
Testhőmérséklet	Temperature	°C	Valós	Változó	35-40	Phy_sta
Intenzitás	Intensity	%	Egész	Változó	0-100	Act_load
Időtartam	Duration	Perc/alkalom	Egész	Kvázi-konstans	0-120	Act_load
Gyakoriság	Frequency	Alkalom/hét	Egész	Kvázi-konstans	0-7	Act_load
Alapbetegségek	Dis_con	-	Valós	Kvázi-konstans	0-1	Dis_con
Tünetek	Symptoms	-	Valós	Változó	0-1	Phy_sta
Hőmérséklet	T	°C	Valós	Változó	10-40	Env_con
Páratartalom	H	%	Valós	Változó	20-100	Env_con
Szélereősség	W	Km/h	Valós	Változó	0-180	Env_con



#### 6.1.4 MÉRŐESZKÖZÖK

A mérőeszközök kiválasztásánál fontos szempont, hogy ne korlátozza használóját a mindennapi tevékenységében, ezért csak vezeték nélküli technológia jöhet szóba a lehető legkevesebb és legegyszerűbb eszköz használatával, amik nem igényelnek invazív beavatkozást. Ezek a tulajdonságok elsősorban a páciens kényelmét szolgálják, de bizonyos esetben, például kerekesszékes páciens esetén különösen fontosak. Ekkor a fiziológiás jellemzők mérésére szolgáló eszközöket célszerű a kerekesszékebe építeni [87].

A szükséges eszközök egyike az Intelligens otthon, intelligens robot egyetemi pályázatnak köszönhetően rendelkezésemre álló POLAR RS800CX Run new edzéskomputer. Ez az eszköz egy POLAR WearLink® W.I.N.D. mellkas-pánttal kiegészítve alkalmas a pulzusszám EKG-pontosságú mérésére, illetve számos, a sporttevékenységre vonatkozó információt szolgáltat figyelembe véve a személy aktuális állapotát és az aktuális körülményeket. A számítógéppel való kommunikációt a POLAR Windlink számítógéphez történő csatlakoztatása biztosítja offline módban IrDA protokoll, valós időben pedig 2,4GHz-es rádiófrekvenciás adatátvitel segítségével. A mellkasi jeladóban lévő elektródák érzékelik a szívizom összehúzódásakor keletkező elektromos impulzust, majd ezeket rádiófrekvencia útján továbbítja az órának. A kijelzőn a percenkénti szívizom összehúzódás (bpm) már, mint számszerű érték jelenik meg. A mérési eredmények nem titkosított szöveges fájlban tárolódnak, így az adatok kinyerhetők, a feldolgozó program számára hozzáférhetők. Ez a módszer lényegesen megbízhatóbb, mint a csuklón mért pulzus, ami az erek lüktetését, mint mechanikus ingert érzékeli [88]. A mérési időközök állíthatóak, 1, 3, 5 vagy 50 másodperces időközök beállítására van lehetőség. A mérési tartomány 15-240 bpm, a mérési pontosság pedig  $\pm 1\%$  vagy 1 bpm, attól függően, hogy melyik a nagyobb. Az eszköz megfelelő működése  $-10^{\circ}\text{C}$  és  $+50^{\circ}\text{C}$  közötti hőmérséklet tartományban garantált [89]. Fontos tulajdonsága az eszköznek, hogy képes a páciens tartózkodási helyének meghatározására a GPS koordináták által, ami egy esetleges riasztás esetén komoly segítséget jelenthet.

A vérnyomás mérésére alkalmas eszközök között bluetooth és infra kommunikációra alkalmasak is léteznek. Bluetooth kommunikációt használ az UA-767PBT az A&D-től és a BlueBP-05 a Meditech-től. A TensioDay ABPM a TensioMedtől pedig IrDa protokoll segítségével kommunikál. Mindhárom eszköz esetében megegyeznek a

pontosságra vonatkozó adatok és a mérési tartomány is hasonló. Az UA-767PBT mérési tartománya 20-280 mmHg a pontossága pedig  $\pm 3$  mmHg vagy 2%, attól függően, hogy melyik érték a nagyobb. A működési hőmérséklet a 10-40 °C közötti tartomány. Ezek az eszközök is alkalmasak a pulzus mérésére, de mind a mérési tartomány (40-200 bpm), mind a pontosság ( $\pm 5\%$ ) tekintetében elmaradnak a Polar pulzusszám mérőtől [90],[91], ezért indokolt a külön pulzusszám mérő használata.

Az automatikus vérnyomásmérők mindegyike oszcillometriás mérési elven alapul, melynek során egy a karra helyezett mandzsetta felfújása után a leeresztés közben a brachiális artériára gyakorolt nyomást méri a benne lévő szenzorok segítségével. A szisztolés és a diasztolés vérnyomás a mérés során kapott oszcillometrikus hullámformából matematikai algoritmussal számolható. Ez az algoritmus a gyártó cégtől függően változhat és ez határozza meg az eszköz pontosságát [92],[93].

## **6.2 A kiértékelő struktúra egyszerűsítése a modellben**

A modellben alkalmazott Mamdani-típusú következtetés nagy előnye, hogy lehetővé teszi az intuíció beépítését a kiértékelő modellbe, ezáltal az emberi gondolkodáshoz jobban közelítő leírást biztosít. Valós idejű rendszerekben azonban problémát jelent a módszer nagy számításigénye. A 3.2.3. fejezetben ismertetett diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű kiértékelő modell, ezen probléma kiküszöbölésére szolgál, lehetővé téve a modell optimalizációs és adaptív rendszerekben történő hatékony alkalmazását, megtartva a Mamdani kiértékelő modell nyújtotta előnyöket (intuíció, humán input kezelése). A fenti állítások teljesüléséhez az új modell eredményének egyeznie kell a Mamdani következtetési rendszer hagyományos módon számított kimenetével, ami csak bizonyos operátorok esetében valósítható meg, csak ezen operátorok alkalmazásakor biztosítható a származtatott és az eredeti Mamdani modell kompatibilitása. Erre vonatkozóan végeztem összehasonlító vizsgálatot különböző operátorokat alkalmazva a Mamdani-típusú és a diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerekben egyaránt [23],[56].

### **6.2.1 Tesztkörnyezet**

A tesztet Matlab Fuzzy Logic Toolbox és Simulink környezetben végeztem el a modell Egészségi állapotra vonatkozó csoportjára. A teszt során a bemenő paraméterek értékét az American Heart Association útmutatói alapján választottam meg [82],[83],[84],[85],[86], ezek a paraméterek az 6. táblázatban láthatók. Mindkét

kiértékelő struktúra vizsgálatok az alkalmazott operátorokat változtattam, melyek implikáció esetén a minimum, szorzat, Einstein és Hamacher operátorok, aggregáció esetén pedig a maximum és a sum operátorok voltak. A defuzzifikáció során a Zadeh-féle normák alkalmazásakor a MOM, a többi esetben pedig a COG módszert használtam. A cél annak vizsgálata, hogy mely operátorok esetén áll fenn az eredeti és a származtatott modell ekvivalenciája.

## 6.2.2 Teszt eredmények

Az összehasonlítás érdekében minden operátorra külön kiszámoltam a két módszer eredményeinek különbségét, majd ezeknek az átlagát, minimumát és maximumát. Az összehasonlítás eredményei, melyek alátámasztják a 3.2.3. fejezetben megadott állításokat, a 10. táblázatban láthatók. Ezek az adatok is alátámasztják, hogy a kiértékelő struktúra átalakítása a minimum-maximum-MOM és a szorzat-sum-COG operátorok esetén hajtható végre, melyek az implikáció-aggregáció-defuzzifikáció módszereit adják meg rendre. A Hamacher operátor család esetén az ezzel az átalakítással kapott modell nem ekvivalens az eredetivel.

10. táblázat  
A KÉT KIÉRTÉKELŐ STRUKTÚRA EREDMÉNYEINEK ÖSSZEHAJONLÍTÁSA

Implikáció	Aggregáció	Defuzzifikáció	Átlag	Min	Max
Minimum	Maximum	MOM	0	0	0
Szorzat	Sum	COG	0	0	0
Einstein	Sum	COG	0.0427	0.0168	0.0734
Hamacher ( $\gamma_c=3, \alpha=1$ )	Sum	COG	0.0556	0.0036	0.1000
Hamacher ( $\gamma_c=1000, \alpha=1$ )	Sum	COG	0.0750	0.0750	0.0750

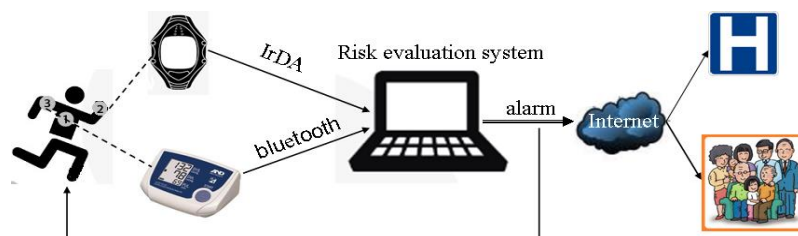
## 6.3 Anytime modell kidolgozása, HOSVD redukció alkalmazása a kiértékelő modellen

Kritikus helyzetben szükség lehet arra, hogy az eredmény kiszámítása rövidebb időt vegyen igénybe, ezáltal elkerülve valamilyen súlyos következményt. Erre a célra jól használhatók az úgynevezett anytime algoritmusok, melyek segítségével a real-time rendszer működését az adott pillanatban a lehetőségekhez képest az optimális felé lehet vinni. A kiértékelő modell esetében ez azt jelenti, hogy váratlan helyzetben a teljes

algoritmus lefutása helyett annak egy redukált változata kerüljön kiértékelésre, így a lehető legrövidebb időn belül rendelkezésre áll a pontossági követelményeknek megfelelő közelítő eredmény, ezáltal lerövidítve a riasztás idejét.

### 6.3.1 A rendszer leírása

Az anytime rendszert a pulzusszám és a vérnyomás értékek valós idejű mérésére és kiértékelésére szolgáló rendszer módosításával hoztam létre. A bemenő adatok a pulzusszám, a szisztolés és diasztolés vérnyomás értékek, illetve az ezeket befolyásoló tényezők, a páciens, neme, életkora, nyugalmi szisztolés vérnyomása, egyéni maximális pulzusszáma és edzésének célja, amelyek a felhasználó-specifikus függvényhangolást ismertető fejezetben kerülnek részletezésre. A rendszer anytime módon üzemeltethető, vagyis a kockázatszámítása során a teljes modell kiértékelését elvégzi mindaddig, amíg valamilyen váratlan helyzet nem áll elő. Ekkor a gyors döntés érdekében a redukált modell kiértékelését végzi el, ami ugyan közelítő, de megbízható, egy előre definiált hibahatáron belüli eredményt ad, és lerövidíti a válaszidőt, ezáltal az esetlegesen szükséges riasztás is előbb történhet. A riasztás a helyzettől függően történhet a páciens felé, de szükség esetén családtagok, illetve orvos/kórház is riasztható. A rendszer felépítését a 11. ábra szemlélteti.



11. ábra Az anytime rendszer felépítése

A HOSVD redukciót a modell azon alrendszereiben alkalmaztam, amelyek részt vesznek a valós idejű kiértékelésben. Ezekben az alrendszerekben egymástól függetlenül történik a HOSVD módszer alkalmazása, különálló rendszereknek tekintve azokat. A többi alrendszer konstans, vagy kvázi-konstans paraméterek alapján offline számolja ki a kockázati szintet. Az itt bemenetül szolgáló paraméterek vagy állandó értékek (pl. nem) vagy a sporttevékenység közben változatlanok (pl. életkor), ezért az ezekhez az alrendszerekhez kapcsolódó kockázati szintet elegendő ezek változása esetén újraszámolni. Az offline kiértékelésben részt vevő alrendszerek redukciója nem gyorsítja a valós idejű kiértékelést, ezért ettől eltekintettem.

A valós idejű kiértékelésben részt vevő alrendszerek az „aktuális fizikai állapot” leírására szolgáló és ennek kimenetét, mint inputot kiértékelő alrendszerek a hierarchián keresztül, vagyis az „Egészségi állapot” jellemzésére szolgáló alrendszer és a teljes kockázati szint kiszámítására használt csoport. A vizsgált alrendszerek mindegyike PSGN (product-sum-gravity-non-singleton consequences) rendszer, vagyis szorzat t-normát és összeg t-konormát használ, a defuzzifikációt súlyközpont módszerrel (COG) hajtja végre és mind a bemenetek, mind a kimenetek fuzzy halmazok. Az antecedens halmazok Ruspini-partícióban vannak a következtetési rendszer Mamdani-típusú. A  $j$ -edik bemenethez tartozó antecedens halmazok száma ( $n_j$ ) a teljes rendszerben rendre a következők. Az „Aktuális fizikai állapot” alrendszerénél  $n_1=3, n_2=4, n_3=4$ ; az „Egészségi állapot” alrendszer esetén  $n_1=5, n_2=5, n_3=5$ ; a teljes kockázati szint számításakor  $n_1=5, n_2=5, n_3=5$ . A (7.2-4)-ben megadott konzekvens halmazokat a súlyközpontjukkal ( $y_{i_1, \dots, i_N}$ ) és a területükkel ( $s_{i_1, \dots, i_N}$ ) reprezentáljuk, ezek kerülnek a redukálendő  $\underline{F}$  mátrixba. A következtetés eredménye:

$$y^* = \frac{\sum_{i_1}^{n_1} \dots \sum_{i_N=1}^{n_N} b_{i_1, \dots, i_N} \prod_{j=1}^N \mu_{x_{j i_j}}(x_j^*)}{\sum_{i_1}^{n_1} \dots \sum_{i_N=1}^{n_N} s_{i_1, \dots, i_N} \prod_{j=1}^N \mu_{x_{j i_j}}(x_j^*)} \quad (7.5)$$

ahol  $b_{i_1, \dots, i_N} = y_{i_1, \dots, i_N} s_{i_1, \dots, i_N}$ ,  $N=3$  a bemeneti tényezők száma és  $\mu_{x_{j i_j}}(s_j^*)$  a  $j$ -edik inputhoz tartozó  $i_j$ -edik antecedens halmaz.

A teljes rendszert reprezentáló  $\underline{F}$  mátrix mérete a redukció előtt az egyes alrendszerekben: „Aktuális fizikai állapot” alrendszerben  $3 \times 4 \times 4$ , az „Egészségi állapot” alrendszer esetén  $5 \times 5 \times 5$  és a teljes kockázatot számító alrendszerre  $5 \times 5 \times 5$ , ami azt jelenti, hogy 298 szabályt kell kiértékelni valós időben. Az ezeket az alrendszereket reprezentáló  $\underline{F}$  mátrixokra hajtottam végre a 3.3.1. fejezetben ismertetett HOSVD redukciós algoritmus SN és NN transzformációt is tartalmazó változatát.

### 6.3.2 Tesztkörnyezet

A program implementációja és a teszt lefuttatása RAD Studio fejlesztői környezetben történt, ami integrálja a Delphit, C++ Bulidert és a HTML5 Buildert, amivel natív alkalmazások fejleszthetők több eszközre (PC, tablet, okostelefon) és több platformra (iOS, Windows, Mac) [94]. A teszt során tipikus felhasználói csoportokat vizsgáltam

mindkét nemet és a 20-79 éves korosztályt lefedve, ahol az egészségi állapot jellemzésére az American Heart Association útmutatói alapján meghatározott paramétereket használtam. Ezek a paraméterek az 11. táblázatban láthatók [82],[83],[84],[85],[86], ahol az értékeket úgy kell tekinteni, hogy 0 a legrosszabb érték, 1 pedig a legjobb. Bemenetül szolgáltak még a páciens pillanatnyi szisztolés és diasztolés vérnyomás értékei, illetve a pulzusszáma és az ehhez kapcsolódó felhasználó-specifikusan hangolható tagsági függvények meghatározásához szükséges egyéb paraméterek, mint a páciens neme, életkora, nyugalmi szisztolés vérnyomása, az egyéni maximális pulzusszáma és az edzescélja.

11. táblázat A VIZSGÁLT CSOPORTOK EGÉSZSÉGI ÁLLAPOTRA VONATKOZÓ PARAMÉTEREI

Csoport	Dis_con	Bas_inf
Egészséges felnőtt	0.5	0.5
Középkorú személy enyhe szívbetegséggel	0.4	0.7
Egészséges idős páciens	0.64	0.3
50-65 éves rossz fizikai állapotban	0.25	0.5

A tesztet az eredeti teljes modellre és a redukált szabálybázist használó modellre is lefuttattam, majd ezeket az eredményeket hasonlítottam össze mindhárom, a valós idejű kiértékelésben részt vevő csoportra. A vizsgálat célja az volt, hogy meghatározzam a csoportonkénti maximális redukció mértékét, ami a megengedett hibahatáron belüli eredményt szolgáltat. A vizsgált esetek száma a 11. táblázatban megadott csoportok szerinti bontásban a következő: Egészséges felnőtt: 864; Középkorú páciens enyhe szívbetegséggel: 288; Egészséges idős páciens: 576; 50-65 éves rossz fizikai állapotban: 576. A vizsgálat során a redukció mértékét változtattam és ehhez számítottam ki az aktuális hibahatárt a 4.2 fejezetben a (4.45),(4.46) által definiált képlet alapján. A redukció mértékét addig növeltem, amíg az eredmény egy előre definiált elfogadható értéket nem lépett túl.

### 6.3.3 Teszt eredmények

A valós idejű kiértékelésben részt vevő alrendszerekhez tartozó mátrixok mindegyik dimenziójára elvégzett szinguláris érték felbontás után kapott szinguláris értékek a 12,13,14. táblázatban láthatók. Ezek az értékek szolgáltak a redukció alapjául.

12. táblázat AZ AKTUÁLIS FIZIKAI ÁLLAPOT ALRENDSZER SZINGULÁRIS ÉRTÉKEI

1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
5.1417	5.0770	5.0770
0.4240	0.9028	0.9028
0.2075	0.1969	0.1969
-	0.1635	0.1635

13. táblázat AZ EGÉSZSÉGI ÁLLAPOT ALRENDSZER SZINGULÁRIS ÉRTÉKEI

1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
6.0660	6.0779	6.1080
0.7410	0.7148	0.6080
0.5320	0.4545	0.3244
0.4079	0.3358	0.2275
0.2632	0.3056	0.1722

14. táblázat A TELJES KOCKÁZATI SZINTET SZÁMÍTÓ ALRENDSZER SZINGULÁRIS ÉRTÉKEI

1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
7.5460	7.5940	7.5952
1.1393	0.8406	0.8344
0.4260	0.3292	0.3696
0.3174	0.2982	0.2462
0.3011	0.1923	0.1836

Az egyes alrendszerekhez tartozó javított hibakorlátok a 15,16,17. táblázatban szerepelnek. A hibahatárt lépésről lépésre növeltem, minden lépésben egyel több szinguláris értéket elhagyva, amíg az így kapott hiba nem haladta meg az elfogadható értéket. Az első olyan értéket, ami már meghaladta a meghatározott hibakorlátot, szintén kiszámítottam és a táblázat „Következő” elnevezésű sorában adtam meg.

15. táblázat JAVÍTOTT HIBAKORLÁT AZ AKTUÁLIS FIZIKAI ÁLLAPOT ALRENDSZERBEN

	1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
Elfogadható ( $n_r=1$ )	-	0.0676	0.0676
Következő ( $n_r+1$ )	0.0889	0.1040	0.1040

16. táblázat JAVÍTOTT HIBAKORLÁT AZ EGÉSZSÉGI ÁLLAPOT ALRENDSZERBEN

	1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
Elfogadható ( $n_r=1$ )	0.0720	0.0792	0.0582
Elfogadható ( $n_r=2$ )	-	-	0.0768
Következő ( $n_r+1$ )	0.1362	0.1068	0.1092

17. táblázat JAVÍTOTT HIBAKORLÁT A TELJES KOCKÁZATI SZINTET SZÁMÍTÓ ALRENDSZERRE

	1. dimenzió	2. dimenzió	3. dimenzió
Elfogadható ( $n_r=1$ )	0.0780	-	0.0395
Elfogadható ( $n_r=2$ )	-	-	0.0695
Elfogadható ( $n_r=3$ )	-	-	0.0856
Következő ( $n_r+1$ )	0.1010	0.0982	0.1559

A vizsgálat eredményeként az egyes alrendszereket reprezentáló redukált mátrixok mérete rendre a következő: „Aktuális fizikai állapot” alrendszerben  $3 \times 3 \times 3$ , az „Egészségi állapot” alrendszer esetén  $4 \times 4 \times 3$  és a teljes kockázatot számító alrendszerre  $4 \times 5 \times 2$ , ami azt jelenti, hogy 115 szabályt kell kiértékelni valós időben a teljes rendszerben alkalmazott 298 szabály helyett, ami a szabálybázis 61,4%-os redukcióját jelenti. A végrehajtott redukció közelítő eredményt ad, vagyis a döntésben kevésbé részt vevő részeket szűri ki a rendszerből. A teljes és a redukált szabálybázis összehasonlítására kiszámoltam az eredmények közötti különbségek átlagát, minimumát, maximumát és szórását. Ezek az értékek a különböző felhasználói csoportok esetén a 18,19,20,21. táblázatban láthatók és a redukált modell használhatóságát támasztják alá. A vizsgálat során a hibahatárt minden alrendszerre azonos értékűnek választottam, de természetesen lehetséges alrendszerenként, vagy akár dimenzióként különböző érték megadása [55].

18. táblázat A TELJES ÉS A REDUKÁLT MODELL ÖSSZEHASONLÍTÁSA EGÉSZSÉGES FELNŐTT PÁCIENS ESETÉN

	Aktuális fizikai állapot	Egészségi állapot	Teljes kockázat
Átlag	0.0231	0.0320	0.0251
Min	0	0.0005	0.0057
Max	0.0939	0.1505	0.0699
Szórás	0.0198	0.0305	0.0249



19. táblázat A TELJES ÉS A REDUKÁLT MODELL ÖSSZEHASONLÍTÁSA ENYHE SZÍVBETEGSÉGBEN SZENVEDŐ KÖZÉPKORÚ PÁCIENS ESETÉN

	<b>Aktuális fizikai állapot</b>	<b>Egészségi állapot</b>	<b>Teljes kockázat</b>
Átlag	0.0224	0.0104	0.0592
Min	0	0.0018	0.0544
Max	0.0759	0.0788	0.0699
Szórás	0.0182	0.0162	0.0056

20. táblázat A TELJES ÉS A REDUKÁLT MODELL ÖSSZEHASONLÍTÁSA EGÉSZSÉGES IDŐS PÁCIENS ESETÉN

	<b>Aktuális fizikai állapot</b>	<b>Egészségi állapot</b>	<b>Teljes kockázat</b>
Átlag	0.0245	0.0125	0.0326
Min	0	0.0009	0.0097
Max	0.0939	0.0527	0.0699
Szórás	0.0217	0.0155	0.0242

21. táblázat A TELJES ÉS A REDUKÁLT MODELL ÖSSZEHASONLÍTÁSA 50-65 ÉVES ROSSZ FIZIKAI ÜLLAPOTÚ PÁCIENS ESETÉN

	<b>Aktuális fizikai állapot</b>	<b>Egészségi állapot</b>	<b>Teljes kockázat</b>
Átlag	0.0245	0.0125	0.0326
Min	0	0.0009	0.0099
Max	0.0939	0.0527	0.0699
Szórás	0.0217	0.0155	0.0242

## 6.4 Felhasználó-specifikus tagsági függvényhangolás

Az 5. fejezetben ismertetett igényeknek megfelelően egy olyan módszert dolgoztam ki, ami a felhasználó valós időben mért jellemzőit vizsgáló alrendszerben, azokat felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvények segítségével értékeli ki. A vizsgált fiziológiai jellemzők a pulzusszám (HR), a szisztolés (SBP), és a diasztolés vérnyomás (DBP). A hangolás során figyelembe vett egyéb értékek az illető neme, életkora, nyugalmi pulzusszáma, egyéni maximális pulzusa, nyugalmi szisztolés vérnyomása, valamint az edzés célja, illetve az orvosi ajánlások [69],[56].

### 6.4.1 A vizsgált jellemzők meghatározása

Az egyéni maximális pulzusszám pontos értéke megkapható terheléses vizsgálat segítségével, de az rendkívül nagy terhelést ró a szervezetre és csak laboratóriumi körülmények között hajtható végre, vagy bizonyos esetekben (pl. szív- és érrendszeri

betegség, idős emberek esetében, bizonyos gyógyszerek szedésekor) annak nagy kockázata miatt egyáltalán nem. Ezen kívül a maximális pulzusszám nem tekinthető állandó értéknek, a körülményektől, az illető aktuális állapotától függően változhat. Ennek kiváltására számos matematikai módszert dolgoztak ki, az így kapott értéket prediktív, vagyis becsült maximális pulzusnak ( $HR_{max-p}$ ) nevezik [88]. A megfelelő, a lehető legtöbb tényezőt figyelembe vevő matematikai úton történő meghatározás rendkívül bonyolult feladat. A legegyszerűbb és emiatt a legelterjedtebben alkalmazott módszer az életkoron alapuló számítás, amikor a  $HR_{max}=200-életkor$  képletet alkalmazzák. Az így kapott érték lényegesen különbözhet a valóságtól, hiszen az életkoron kívül semmilyen más tényezőt nem vesz figyelembe [88]. A vizsgálat során a Polar cég által kifejlesztett OwnZone módszeren alapuló maximális pulzusszám értéket használtam, ami egy hozzávetőlegesen 5 perces teszt végrehajtásával megkapható, minden edzés előtt, akár naponta többször. Így lehetővé válik, hogy az aktuális fizikai és mentális állapotunknak megfelelő erősségű edzést végezzünk. A módszer a szívfrekvencia változékonyságon (HRV) alapul, ami a szívizom összehúzódások közötti időbeni eltérés, vagyis az R-R intervallumok hossza századmásodpercben mérve. Ez a változékonyság nyugalmi állapotban és könnyű terhelés esetén igen magas, az edzés intenzitásának növekedésével azonban csökkenni kezd, egészen a maximális pulzusszám 62-65%-ának eléréséig, amikor megszűnik. Ez a folyamat, illetve ennek a pontnak a meghatározása szolgál az OwnZone módszer alapjául [88]. A meghatározás történhet a Polar edzés-komputerrel, vagy egy osszillometriás mérési elven alapuló vérnyomásmérővel [95].

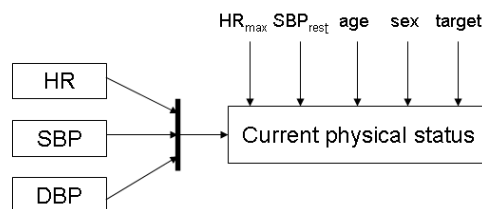
Az edzés céljának, illetve a páciens egészségi állapota alapján történő ajánlásnak a megadása is elengedhetetlen annak érdekében, hogy a tagsági függvények hangolása megfelelő legyen. Az általam használt tartományokat a Polar zónák [89] alapján a 22. táblázatban definiáltam. A változtatást indokolja, hogy itt nem az edzés hatékonysága az elsődleges cél, hanem annak biztonsága, akár a hatékonyság rovására is, ennek megfelelően végeztem el a módosításokat. Ebben az esetben a megfelelő zóna kiválasztása nem csak az edzés célja, hanem orvosi ajánlás alapján is történhet, az illető fizikai állapotát, edzettségét figyelembe véve.

22. táblázat CÉLZÓNÁK

Intenzitás a $HR_{max}$ (bpm) érték %-ában	Kiknek ajánlott
<50%	Orvosi kezelés alatt állók, rehabilitáció, szívbetegség esetén
50-70%	Prevenció, kezdő sportoló, alap tréning
70-95%	Rendszeresen sportolók

Az általam kidolgozott felhasználó-specifikus szisztolés vérnyomáshoz tartozó tagsági függvényeket meghatározó algoritmus alapjául a Sieira és társai által definiált határok szolgálnak [96]. Ők az életkoron és a nemen kívül figyelembe vették az edzettséget is egy a delta SBP alapján, ami a  $\Delta SBP = SBP_{max} - SBP_{rest}$  képlettel számítható és az edzettséggel arányosan nő. Az általam kidolgozott módszer alkalmas arra, hogy az edzettségen kívül az orvosi ajánlások is beépítésre kerüljenek a rendszerbe. A diasztolés vérnyomás az edzés során általában stagnál, de bizonyos esetekben csökkenhet is.

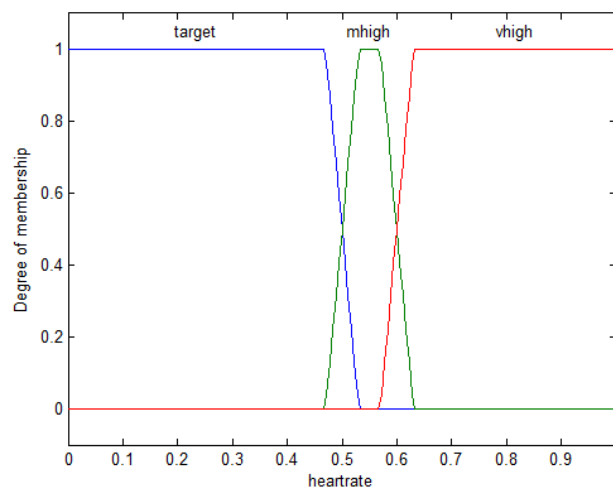
A valós időben mérendő tényezőket kiértékelő alrendszer felépítése az 12. ábrán látható, melynek baloldalán a mérendő tényezők, felső részén pedig a függvényhangoláskor figyelembe veendő befolyásoló tényezők szerepelnek. A bementi tényezők a pulzusszám (HR), a szisztolés vérnyomás érték (SBP) és a diasztolés vérnyomás érték (DBP), a befolyásoló tényezők pedig a maximális pulzusszám ( $HR_{max}$ ), a nyugalmi szisztolés vérnyomás ( $SBP_{rest}$ ), az életkor (age), a nem (sex) és az edzés cél, illetve az orvosi ajánlás (target)



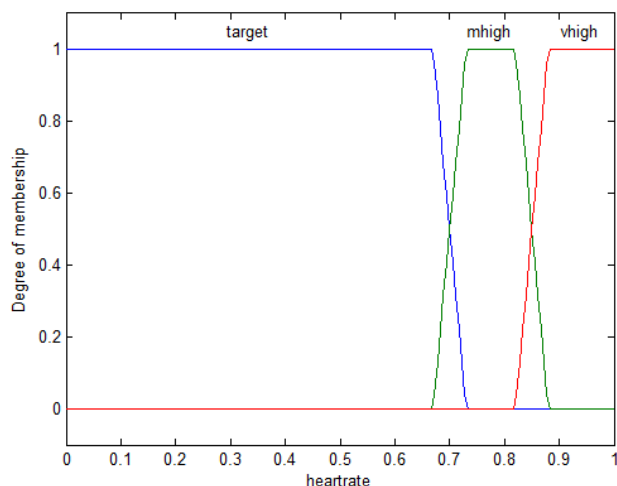
12. ábra Az aktuális fizikai állapotot kiértékelő alrendszer

## 6.4.2 A felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvények meghatározása

A pulzusszámhoz tartozó tagsági függvények hangolásához a prediktív maximális pulzusszám és az edzés célja, illetve az orvosi ajánlás megadása szükséges, ami lényegében az edzés ajánlott intenzitását jelenti. Ez az érték az egyéni maximális pulzusszám százalékában adott. Három különböző tagsági függvényt definiáltam az egyes zónák jellemzésére, melyek a következők: „target” ami a páciens számára az ideális tartományt jelenti, a teljes edzés időtartama alatt ebben a zónában kell tartani az intenzitást; „mhigh” az ideálisnál valamivel magasabb, de még nem kritikus érték; „vhigh” a nagyon magas, abnormális értéket jelenti, ami már nem megengedhető, a tevékenységet meg kell szakítani. Az aktuális pulzusszám, mint bejövő érték, a mért percenkénti szívizom összehúzódások száma (bpm) és a maximális pulzusszám hányadosaként adott. A pulzusszám felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvényeire mutat példát a 13. és a 14. ábra. Az elsőn egy rehabilitáció alatt álló páciens, a másodikon pedig sport tekintetében kezdőnek számító páciens függvényei láthatók.



13. ábra A pulzusszám antecedens halmazai rehabilitáció alatt álló páciens esetén



14. ábra A pulzusszám antecedens halmazai kezdő sportoló esetén

A szisztolés vérnyomás felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvényeit a Seira és társai által megadott határértékek (23. táblázat), valamint az alábbi szakértő segítségével definiált képletek kombinációjaként adtam meg.

$$SBP_{min}(target) = (SBP_{min}^{normal} - SBP_{rest}) * target + SBP_{rest} \quad (7.6)$$

$$SBP_{max}(target) = (SBP_{max}^{normal} - SBP_{rest}) * target + SBP_{rest} \quad (7.7)$$

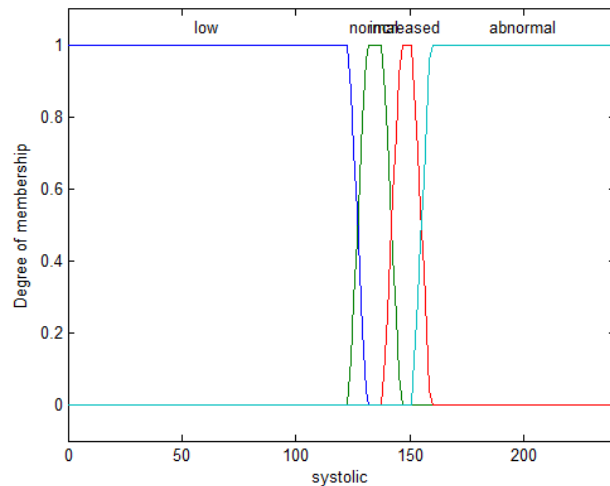
ahol *target* a célzóna középpontja,  $SBP_{max}^{normal}$  és  $SBP_{min}^{normal}$  a 23. táblázatban megadott határértékek,  $SBP_{rest}$  a nyugalmi pulzusszám értéke.

Az antecedens fuzzy halmazok a következők: „low” a hipotóniás értékeket jelöli; „normal” a megfelelő SBP tartomány; „increased” valamivel magasabb, mint a kívánatos tartomány, de még nem jelent veszély helyzetet; „abnormal” magas kockázatot jelent, ebben a tartományban az edzés nem folytatható.

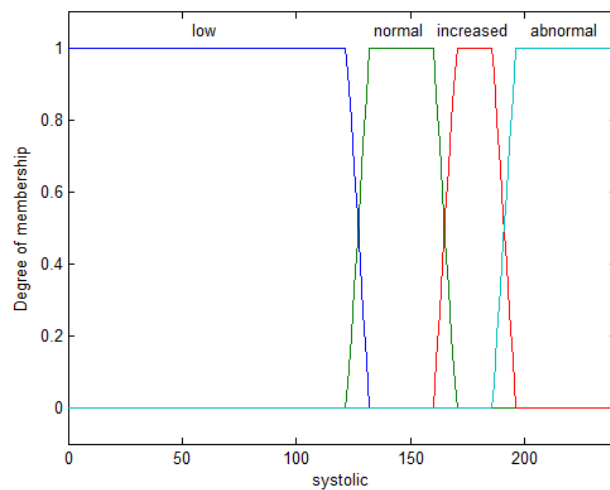
23. táblázat NORMÁLIS VÉRNYOMÁS VÁLASZOK [96]

Életkor	Férfiak		Nők	
	Szisztolés	Diasztolés	Szisztolés	Diasztolés
20-29	161-203	59-83	136-176	58-82
30-39	164-204	64-88	138-182	63-85
40-49	167-209	68-92	144-190	67-89
50-59	170-216	71-95	153-201	69-93
60-69	173-221	72-96	162-210	68-84
70-79	169-223	71-97	160-210	73-93

A szisztolés vérnyomás felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvényeire láthatók példák a következő két ábrán. A 15. ábrán egy 35 éves rehabilitáció alatt álló nő, a 16. ábrán egy ugyanilyen korú sport tekintetében kezdő nő antecedens halmazai láthatók.



15. ábra A szisztolés vérnyomás antecedens halmazai rehabilitáció alatt álló 35 éves nő esetén



16. ábra A szisztolés vérnyomás antecedens halmazai kezdő sportoló 35 éves nő esetén

A diasztolés vérnyomás felhasználó-specifikusan hangolt tagsági függvényeihez tartozó antecedens halmazok elnevezése megegyezik a szisztolés vérnyomásnál megadottakkal, a határértékek alapjául a Sieira és társai által megadott értékek szolgálnak [69].

### 6.4.3 Tesztkörnyezet

A tesztet a 20-69 év közötti korosztályban mindkét nem egészséges pácienseire végeztem el, mindegyik szóba jöhető, a 22. táblázatban megadott célzónát lefedve, összesen 576 különböző esetre. A tesztelést a HOSVD redukcióhoz hasonlóan RAD

Studio fejlesztői környezetben végeztem. A bemenő paraméterek a mért értékek, vagyis a szisztolés vérnyomás (SBP), a diasztolés vérnyomás (DBP) és az aktuális pulzusszám (HR), illetve a függvényhangoláshoz szükséges paraméterek. Ez utóbbi kiegészítő paraméterek az egyéni maximális pulzusszám ( $HR_{max}$ ), az edzés célja (target) a 22. táblázatnak megfelelően, valamint a páciens életkora és neme. Az egyszerűség kedvéért a példában a nyugalmi pulzusszám értéke 70 bpm, a nyugalmi szisztolés vérnyomás érték pedig 120 mmHg, a többi paraméter értéke a 24. táblázatban látható.

24. táblázat BEMENŐ PARAMÉTEREK

SBP	DBP	HR	$HR_{max}$	target	age	sex
175	80	107	165	50-70%	50-59	férfi
160	99	124	165	70-85%	50-59	férfi
145	70	91	165	50-70%	50-59	nő
155	105	124	165	70-85%	50-59	nő
170	70	91	185	50-70%	30-39	férfi
190	80	107	185	50-70%	30-39	nő

#### 6.4.4 Teszt eredmények

A tesztelés során először a szisztolés vérnyomás határok kerültek kiszámításra, majd ezek defuzzifikációja, vagyis az antecedens halmazok előállítása következett, végül az így generált tagsági függvények felhasználásával történt a fuzzy következtetés. A páciens-specifikusan számított szisztolés vérnyomás határokat a 25. táblázat mutatja az egyes tartományokra, melyek elnevezése alacsony, ha a páciens számára meghatározott normál tartomány alatti értéket mérünk; normális, ha a meghatározott tartománynak megfelelő az érték; emelkedett, ha a megengedettnél valamivel magasabb az érték, de még elfogadható és abnormális, ha meghaladja az elfogadható emelkedést is. A bemeneti tagsági függvények paraméterei az így kiszámított határértékek alapján a 26. és 27. táblázatban láthatók. Végül a 28. táblázatban a számított kockázati szintek és a hozzájuk tartozó nyelvi változók kerülnek bemutatásra. A teszt eredményei szakértő által validáltak. A következőkben néhány példával illusztrálom a függvényhangolás működését [69].

25. táblázat SZISZTOLÉS VÉRNYOMÁS HATÁROK

Alacsony max	Normális min	Normális max	Emelkedett min	Emelkedett max	Abnormális min
159.9	159.9	191.86	191.86	207.83	207.83
163.5	163.5	198.34	198.34	215.75	215.75
146.4	146.4	175.89	175.89	207.83	207.83
148.7	148.7	180.93	180.93	215.75	215.75
155.1	155.1	191.86	191.86	207.83	207.83
135.9	135.9	175.89	175.89	207.83	207.83

26. táblázat TAGSÁGI FÜGGVÉNY PARAMÉTEREK

alacsony		normális			
a	b	a	b	c	d
154.6	165.25	154.6	165.25	186.54	197.19
157.7	169.33	157.7	169.33	192.54	204.14
135.7	157.00	135.7	157.00	165.25	186.54
137.1	160.33	137.1	160.33	169.33	192.54
149.8	160.46	149.8	160.46	186.54	197.19
125.3	146.62	125.3	146.62	165.25	186.54

27. táblázat TAGSÁGI FÜGGVÉNY PARAMÉTEREK

emelkedett				abnormális	
a	b	c	d	a	b
186.54	197.19	202.51	213.16	202.51	213.16
192.54	204.14	209.95	221.55	209.95	221.55
165.25	186.54	197.19	218.48	197.19	218.48
169.33	192.54	204.14	227.36	204.14	227.36
186.54	197.19	202.51	213.16	202.51	213.16
165.25	186.54	197.19	218.48	197.19	218.48

28. táblázat KOCKÁZATI SZINTEK

Számszerűen	Nyelvi változóval
0.1625	Very safe
0.5000	Medium
0.2607	Moderately safe
0.8499	Very dangerous
0.1625	Very safe
0.2754	Moderately safe

## 6.5 Fuzzy alapú kockázatkéértékelő keretrendszer fejlesztése

Páciens-monitorozó rendszerekben a kiértékelés során a figyelembe veendő kockázati tényezők nagy száma, a közöttük fennálló bonyolult kölcsönhatások és a páciens-



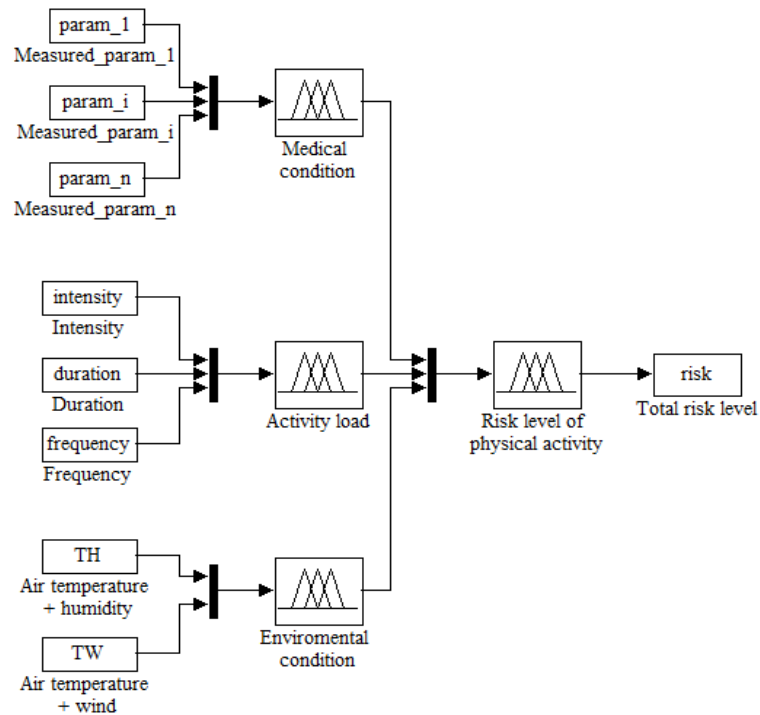
specifikus kiértékelés következtében robusztus, flexibilis, nagyfokú adaptációs képességgel rendelkező kockázatkezelő rendszer kidolgozása szükséges. A rendszer kidolgozás során fontos szempont az általánosított, moduláris felépítés, ami a modellt könnyen bővíthetővé teszi. A rendszer alapját a specifikusan paramétereizhető alrendszerek képezik [6]. Munkám során a fentiek figyelembe vételével megterveztem és implementáltam egy kockázatkiértékelő keretrendszert, ami a felhasználói profil alapján a személy jellemzőit, illetve a személyre szabott orvosi ajánlásokat figyelembe véve hangolja a bemenő tagsági függvényeket. A rendszer bemenő paramétereinek halmaza, azok leírásának megadásával (tagsági függvényeinek száma, antecedens halmazok elnevezése) bővíthető, valamint a konkrét felhasználó esetén figyelembe veendő paraméterek halmaza dinamikusan változtatható, a meglévő paraméterek egymással szabadon kombinálhatók a személy adottságainak megfelelően. Mind a bővítés, mind a paraméterkombináció megadása végrehajtható a szakértő által, programozási feladatot nem igényel.

### **6.5.1 A rendszer leírása**

A kockázatkiértékelő keretrendszer esetén az alapmodell (10. ábra) annyiban módosul, hogy az Egészségi állapotra vonatkozó csoport helyettesítődik a keretrendszer beépítésével. A kiértékelés alapja a felhasználói profil, melyben megadhatók az adott páciens esetében várható mozgásformák, melyek során felügyelet szükséges, a mérendő tényezők és ezek személyre szabott határértékei az orvosi ajánlások alapján. Mivel a rendszer megfelelő működése alapvetően függ az alkalmazott szabálybázistól, az szintén felhasználó-specifikus módon állítható [97]. A fentiekből következően a szabálybázis az egyén esetében mérendő tényezők felhasználásával jön létre és az aktuális kockázati szint ezen paraméterek mérésével és kiértékelésével kapható meg. Az alapmodell módosított struktúrája a 17. ábrán látható.

Az adatbázisban a paraméterek határértékeire alapértelmezett értékek állíthatók be a szakirodalmi adatok, képletek alapján. A 6.4.2. fejezetben leírtak alapján adhatók meg a vérnyomás és pulzusszám határértékek, melyek példaként szolgálnak az általános megadásra vonatkozóan. A felhasználói profil célja azonban alapvetően a felhasználó-specifikus értékek megadása a felhasználó jellemzői, szokásai, krónikus betegségei és az orvosi ajánlások alapján. Következésképpen az alapértelmezett értékeket célszerű egyénileg módosítani, a kiértékelés eredményének hitelessége, használhatósága

érdekében. A személyes jellemzők is részét képezik a felhasználói profilnak, az azonosítás TAJ szám alapján történik.



17. ábra A keretrendszer felépítése

Mivel a kockázatiértékelő keretrendszer a felhasználói profilon alapul, a páciens adatai módosíthatók, bővíthetők az aktuális állapotának megfelelően. Ezek a módosítások a szakértő által egy felhasználó-barát felületen keresztül könnyedén elvégezhetők, programozási ismereteket nem igényelnek.

## 6.5.2 Tesztkörnyezet

A kockázatiértékelő keretrendszer implementációja és tesztelése a multi-platmos, multi-eszközös RAD Studio fejlesztői környezetben történt [94]. A tesztet PC-n Windows operációs rendszer alatt futtattam, az alkalmazott hardver Intel® Core™2 Duo CPU T6570 processzor 4GB RAM és Windows7 operációs rendszer. A bemenő adatok strukturált szövegfájlban adottak, orvosi adatbázison alapulnak.

## 6.5.3 Teszt eredmények

A rendszer tesztelésekor egy létező AHP-FCE modellt vettem alapul [77], mivel az előzőleg implementált saját rendszereim nem tartalmaztak súlyozást. Az összehasonlíthatóság érdekében ugyanazokra a páciensekre és bementi értékekre végeztem el a kiértékelést mindkét rendszerben. Az így kapott eredmények

megegyeznek, ez alapján a javasolt keretrendszer validálása megtörtént. Az általam bemutatott keretrendszer jelentőség abban rejlik, hogy a kiértékelést jobban differenciálhatóvá teszi, a megfelelő beállításokkal a látszólag azonos paraméterekkel rendelkező páciensek különbözőképpen értékelhetők, valamint a különböző tevékenységekhez különböző paraméterkombinációk rendelhetők, ezáltal pontosabb, felhasználó-specifikusabb eredményt nyújtva. A keretrendszer alapértelmezett értékei a felhasználó-specifikus függvényhangolást lehetővé tevő modellben (6.4.2 fejezet) megadott módon számolhatók, ezért ezzel is elvégeztem az összehasonlítást. Ekkor a tényezőket azonos súllyal vettem figyelembe, mivel az említett rendszer a paraméterek súlyozását nem tartalmazza. Az összehasonlítás eredményeként átlagosan 0,03 eltérést és 0,01 szórást tapasztaltam, ami a súlyozás következtében módosított kiértékelésből adódik.

## ÖSSZEGZÉS (TÉZISEK)

Az aktív életvitel kedvező hatásai, melyek mind a prevenció, mind a rehabilitáció során fontos tényezők, napjainkban már mindenki számára ismertek. A rendszeres testmozgás mérsékli a testsúlyt és a vérnyomást, szabályozza a szívritmust, javítja az anyagcsere-folyamatokat, csökkenti a szív- és érrendszeri betegségek, az agyi érkatasztrófa (stroke), a cukorbetegség, a csontritkulás és az ízületi elváltozások kockázatát. Lelki problémák esetén is kedvezően hat, oldja a szorongást, enyhíti a depressziót, ami szintén kedvező hatást gyakorol a szervezetre, ezáltal közvetetten befolyásolja az egészségi állapotot. Ismert tény az is, hogy a testmozgás hiánya hosszú távon egészségromlást eredményez, vagyis rontja az életminőséget. Nem szabad azonban figyelmen kívül hagyni azt sem, hogy a nem megfelelő (káros, vagy túlzásba vitt) sporttevékenység veszélyes is lehet. Problémát okozhat, ha nem az adottságainknak, aktuális fizikai állapotunknak megfelelő mozgásformát, intenzitást, gyakoriságot, vagy időtartamot választunk. Annak érdekében, hogy a tevékenység biztonságosan végezhető legyen, figyelembe kell venni a személy alapvető fiziológiai jellemzőit, krónikus betegségeit, az aktuális állapotát, életkorát és számos egyéb tényezőt. A kockázati tényezők nagy száma és a kiértékelés folyamatának komplexitása miatt a kockázati szint kiértékelésére szolgáló valós idejű rendszer megvalósítása indokolt, amely folyamatosan elemzi az éppen aktuális kockázati szintet. Ezekben a rendszerekben a kockázati tényezők leírása kvalitatív és kvantitatív módon egyaránt történhet, azok jellegéhez alkalmazkodva, ezért a kiértékelés során olyan eszközre van szükség, ami képes mindkét bemenettípus kezelésére [24]. A kockázatkezelő rendszereknél gyakran tapasztalható bizonytalanságot, a tényezők meghatározásában és a kiértékelésben rejlő szubjektivitást is figyelembe véve ilyen típusú rendszerekben a lágy számítási módszerek alkalmazására van igény [1],[2]. Páciensmonitorozó rendszerekben többnyire nem adhatók meg általánosan az egyes tényezők határértékei. Nincs általános definíció arra, hogy mi tekinthető normális, emelkedett, vagy esetleg abnormális értéknek. Ez az oka annak, hogy a fuzzy megközelítés orvosi alkalmazásokban és a kockázatkezelés területén is előnyösen használható, mivel lehetővé teszi az elmosódott határok alkalmazását [5].

A ma rendelkezésre álló technikai környezet biztosítja a háttérrel ahhoz, hogy különböző monitorozó rendszerek használatával a felhasználó biztonságát növeljük

[3],[30],[31]. Ezek szolgálhatják a folyamatos adatrögzítést, melynek segítségével nyomon követhető a páciens állapotának változása és az így nyert adatok akár hálózati kapcsolaton keresztül orvosi adatbázisba is kerülhetnek az esetenkénti kontrollok biztosítására, vagy szolgálhatnak önmagukban kockázatértékelő rendszerként, melynek feladata a veszélyes helyzetekre való figyelmeztetés a fiziológiás jellemzők valós idejű mérésére támaszkodva. Utóbbiak használatakor a figyelmeztető jelzés a helyzet komolyságától függően szólhat a felhasználónak, hozzátartozóinak, vagy orvosnak/kórháznak. Jellegükből adódóan ezek a monitorozó rendszerek kitűnően alkalmas lehetnek sporttevékenység közbeni kontrollra, hiszen a nem megfelelően végzett testmozgás (pl. túlzott intenzitás) veszélyhelyzeteket idézhet elő, illetve látszólag egészséges emberek esetén, illetve gondos állapotfelmérés után is előfordulhatnak váratlan krízis helyzetek. Kutatásom során elsősorban sporttevékenység kockázati szintjének számításával foglalkoztam, ahol valós idejű monitorozás történik, ami határt szab az alkalmazható modell komplexitásának.

Fuzzy rendszerekben a kvantitatív és a kvalitatív komplexitás egyaránt megfigyelhető, hiszen a megoldandó feladatban megjelenik a bizonytalanság, pontatlanság és szubjektivitás, ami a kvalitatív komplexitás körébe tartozik és a komplexitás menedzsment által csökkenthető, illetve a rendszer mérete, ami a komplexitás kvantitatív részét képezi és különböző redukációs technikák léteznek a kezelésére [41]. Kutatásaimat ez utóbbival kapcsolatban végeztem, ezen módszerek legtöbbje a szabálybázis valamilyen módon történő egyszerűsítését tűzi ki céljául [37]. A kvantitatív komplexitás csökkentésére szolgáló legkézenfekvőbb módszer a strukturális kockázatkezelő rendszerek használata, melyek felépítése alkalmazásfüggő, de az ilyen típusú komplex rendszerekről általánosságban elmondható, hogy egy csoportosított, többszintű döntési fát alkotnak [70]. A hierarchikus modell széles körben elterjedt, hiszen ennek a felépítésnek köszönhetően a szabályok száma, ezáltal a rendszer komplexitása is csökkenthető [42],[43]. Míg egyszintű rendszerek esetében a szabályok száma a bemeneti paraméterek számával exponenciálisan nő, addig hierarchikus rendszerben ez a növekedés már csak lineáris [40]. Az így létrehozott hierarchia egyes szintjein a csoportok komplexitása tovább csökkenthető, hiszen a matematikailag nem leírható algoritmusok esetén célszerűen sűrű szabálybázist kell alkalmazni, ami a szükségesnél jóval több antecedens halmazt alkalmaz, így növelve a rendszer komplexitását és a szabálybázisban tárolt felesleges információ mennyiségét [16],[37]. A probléma kezelésére az irodalomban számos komplexitás csökkentő technika

található fuzzy rendszerekre vonatkozóan [44],[45],[46],[47],[48]. Az alkalmazható módszerek két nagy csoportja ismert annak megfelelően, hogy új illetve módosított; vagy az eredeti következtetési rendszert alkalmazzák. Az új vagy módosított következtetés alkalmazása akkor célszerű, ha annak számítási bonyolultága kisebb, mint az eredeti rendszerben. A másik módszer célja a már meglévő szabálybázis redukálása a benne tárolt információk tömörítése és a benne rejlő redundanciák kiszűrése által. Az utóbbi módszer jelentősége abban rejlik, hogy az így létrejött szabálybázis kisebb memória- és számítási kapacitás esetén is jól használható, olyan jellegű rendszerekben, ahol a szabálybázis nem igényel alkalmazás közbeni hangolást, vagyis előre megadható [16].

## **1. téziscsoport**

A kiértékelő struktúra egyszerűsítésére szolgáló módszereket dolgoztam ki, a Mamdani-típusú következtetési rendszer új, operátorfüggő variánsaira tettem javaslatot, a valós idejű számításigény és idő csökkentése érdekében. Ezen variánsoknak mind a helyességét, mind a műveletigényt csökkentő hatásukat igazoltam.

### **1.1 tézis:**

Megmutattam, hogy a Mamdani-típusú következtetési rendszerrel ekvivalens diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési struktúra nem csak szorzat implikáció, összegzés aggregáció és súlyközéppont defuzzifikáció esetén állítható elő, hanem minimum implikáció, maximum aggregáció és maximumok közepe defuzzifikáció esetén is [98].

### **1.2 tézis**

Megadtam egy korrekciós tényezőt a MOM defuzzifikáció eredményének javítására, amely az aszimmetrikus konzekvens halmazok által hordozott bizonytalan információt is figyelembe véve módosítja a hagyományos MOM értéket [98].

### **1.3 tézis:**

Beláttam, hogy Hamacher t-norma (Einstein, Dombi és Hamacher operátorok) mint implikációs operátor, sum aggregációs művelet és COG defuzzifikáció esetén a származtatott modell nem ekvivalens a Mamdani-típusúval. Következésképpen kijelenthető, hogy a redukció pontossága függ az alkalmazott operátortól, csak bizonyos, a feladattól függően választott operátorok alkalmazása esetén biztosítható annak pontossága, egyéb esetekben a redukciós eljárás közelítő eredményt szolgáltat [98].

#### **1.4 tézis**

Bebizonyítottam, hogy a fuzzy kiértékelési struktúra Mamdani-típusú következtetési rendszerben végzett, az azonos kimenetű szabálypremisszák diszjunkciós fuzzy operátor általi összekapcsolásán alapuló egyszerűsítése maximum operátor, majd ezt követően minimum implikáció és súlyközep pont módszer, mint defuzzifikációs eljárás használata esetén pontos redukciót eredményez [98].

#### **1.5 tézis**

Bebizonyítottam, hogy diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű következtetési rendszerben az azonos kimenetű szabálypremisszák diszjunkciós fuzzy operátor általi összekapcsolásán alapuló egyszerűsítés szimmetrikus konzekvens halmazok és súlyközep pont (COG) defuzzifikáció esetén az összekapcsolás diszjunkciós operátor alkalmazása nélkül, a szabálypremisszák csoportosítása által elvégezhető és mindig pontos redukciót eredményez. A konzekvens halmazok súlyközep pontja a kiértékelés előtt, offline számítható, a illetékességi szint nem befolyásolja azt. A módszerrel műveletigény jelentősen csökkenthető [98].

#### **1.6 tézis**

Megmutattam, hogy a Zadeh-féle normákat használva a szabálypremisszák összekapcsolásakor, az implikáció és az aggregáció során, valamint a maximumok közepe (MOM) defuzzifikációt alkalmazva aszimmetrikus konzekvens halmazok esetén a kiértékelés eredménye megegyezik az eredeti diszkrétizált kimenetű Mamdani-szerű struktúra eredményével [98].

### **2. téziscsoport**

A HOSVD módszer segítségével végzett fuzzy szabálybázis-redukció optimalizálására szolgáló módszereket dolgoztam ki. Ezen módszerek alkalmasak a számításigény csökkentésére, illetve közelítő eredmény esetén a pontosság szabályozására és a hiba hierarchián belüli továbbterjedésének megadására.

#### **2.1 tézis**

Megadtam egy elő-feldolgozó eljárást, ami a bemenetek értelmezési tartományának ekvidisztáns felosztásán alapul és a valós idejű kiértékelést megelőzően végrehajtható. A HOSVD redukció során számított új tagsági függvények értékeit a bemenő adat pontosságának megfelelő felosztásban offline kiszámítva a számítási bonyolultság csökkenthető a valós idejű kiértékeléskor. Hierarchikus, csoportosított rendszer esetén

$\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j} nr_i n_i \right) \right)$  additív és ugyanennyi multiplikatív művelet helyett

$\sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} \left( \sum_{i=1}^{g_j} 1 \right) \right) = \sum_{k=1}^n \left( \sum_{j=1}^{m_k} g_j \right)$  multiplikatív művelet végrehajtása szükséges, ahol  $n$  a

hierarchia szintjeinek száma,  $m_k$  a csoportok száma a hierarchia  $k$ -edik szintjén,  $g_j$  a  $j$ -edik csoporthoz tartozó bemenetek száma,  $nr_i$  az  $i$ -edik bemenethez tartozó redukált méret (az új tagsági függvények száma). [62]

## 2.2 tézis

Megadtam egy általános képletet a HOSVD alapú redukciós hiba hierarchikus rendszerben értelmezett továbbterjedésére vonatkozóan. A képletben a hibakorlát a körülményeknek megfelelően változtatható és figyelembe veszi azt az esetet, ha nem minden bemeneten van továbbterjedő hiba [99].

## 2.3 tézis

A mohó algoritmuson alapuló eljárást dolgoztam ki, ami a HOSVD alapú redukció esetén a teljes (minden dimenzióra értelmezett) kimeneti hibát minimalizálja, miközben a redukció mértékét maximalizálja [99].

## 3. téziscsoport

A dinamikusan változó körülményeknek és a felhasználó adottságainak megfelelő adaptív kiértékelésre alkalmas algoritmust fejlesztettem, valamint kockázatkéértékelő keretrendszert terveztem és implementáltam a realisabb eredmény elérése, a szakértői tudás könnyebb beépíthetősége és a bemenő adatok kölcsönhatásainak kezelése érdekében.

### 3.1 tézis

Kifejlesztettem egy anytime rendszert, ami képes alkalmazkodni a dinamikusan változó körülményekhez, kritikus helyzetekben a teljes modell helyett, annak egy lényegesen kisebb futásidejű, redukált változatát értékeli ki, így a reakcióidő jelentősen csökkenthető. A redukált modell kiértékelési idejének relatív csökkenése 40%, miközben az eredmény pontossága az előre definiált hibahatáron belül marad [23],[55],[56],[69],[100].

### 3.2 tézis

Elő-feldolgozó eljárást fejlesztettem ki, ami a felhasználó adatait figyelembe véve, a rögzített bemeneti tagsági függvények helyett az illető sajátosságainak megfelelően



alakítja a függvényparamétereket, ezáltal pontosabb, felhasználó-specifikus kiértékelést tesz lehetővé. Az elő-feldolgozás a valós idejű kiértékelés előtt még offline történik, így a számítási bonyolultságot nem növeli. [56],[69]

### **3.3 tézis**

Megterveztem és kidolgoztam egy flexibilis, adaptív kockázatkiértékelő keretrendszert, ami a felhasználói profil alapján a személy jellemzőit, illetve a személyre szabott orvosi ajánlásokat figyelembe véve hangolja a bemenő tagsági függvényeket. A rendszer bemenő paramétereinek halmaza, azok leírásának megadásával (tagsági függvényeinek száma, antecedens halmazok elnevezése) bővíthető, valamint a konkrét felhasználó esetén figyelembe veendő paraméterek halmaza dinamikusan változtatható, a meglévő paraméterek egymással szabadon kombinálhatók a személy adottságainak megfelelően. Mind a bővítés, mind a paraméterkombináció megadása végrehajtható a szakértő által, programozási feladatot nem igényel [101].

## **AZ EREDMÉNYEK HASZNOSÍTÁSA, TOVÁBBFEJLESZTÉSI LEHETŐSÉGEK**

A páciensmonitorozó rendszerek elterjedése jelentősen javíthatja a felhasználók életminőségét, nagyobb biztonságot és szabadabb életet biztosítva. Kutatásom során elsősorban sporttevékenység kockázatának értékelésével foglalkoztam [1],[2],[78],[79],[80],[81],[102],[103],[104],[105],[106], de az itt elért eredmények felhasználhatók más hasonló területen is, például idős emberek felügyelete esetén. A két látszólag eltérő területen a rendszer kiépítése szempontjából sok a közös pont, a rendszer lényegi része mindkét esetben azonos, hiszen a feladattól függetlenül élettani jellemzőket figyelnek, aminek segítségével személyre szabottan megállapítható a kockázati szint. Betegfelügyelet esetén az alapbetegségek csoportjának részletes kidolgozására kell nagyobb hangsúlyt fektetni. A páciens életkörülményeinek, személyes adottságainak megfelelően testre szabható modell létrehozásakor a felhasználó-specifikus függvényhangolás [23],[69], és a kockázatértékelő keretrendszer használata jelenthet megoldást. Komplex kockázatkezelő rendszerek esetén a figyelembe vehető kockázati tényezők, valamint azok bonyolult kölcsönhatásainak kezelése leginkább egy általánosított moduláris felépítésű kockázatkezelő rendszert létrehozva valósítható meg, melynek alapjául a specifikus, paramétereizhető alrendszerek szolgálnak [6],[107]. Ezeket a rendszereket a robusztusság, flexibilitás és a nagyfokú adaptációs képesség jellemzi. Egy ilyen típusú rendszer alapjául szolgál a kutatás során létrehozott kockázatkezelő keretrendszer.

Az általam kidolgozott, vagy módosított komplexitás csökkentő eljárások [23],[25],[56],[62],[98], a kifejlesztett anytime modell [55],[70], illetve a megadott hibaszámítási módszerek [99] más komplex rendszerek használatát igénylő területen is hatékonyan alkalmazhatók. Különösen igaz ez a bemutatott modellhez hasonlóan strukturált felépítésű hierarchikus csoportosított rendszerekre, melyek könnyű kezelhetőséget, bővíthetőséget és fejleszthetőséget tesznek lehetővé, valamint a dinamikusán változó körülményekhez alkalmazkodni képes anytime rendszerek esetében, amikor a kiértékelés ideje kritikus fontosságú.

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] E. Tóth-Laufer, I. Krómer, M. Takács, “Fuzzy Logic-based Risk Evaluation of Physiological Processes and the Inherent Uncertainties”, in Proc. of the *1st Regional Conference – Mechatronics in Practice and Education (MECH-CONF 2011)*, Subotica, Serbia, December 8-10, 2011, pp. 398-406., ISBN: 978-86-85409-67-7
- [2] I. J. Rudas, M. Takács, E. Tóth Laufer, “Risk and Uncertainties of Physiological Processes Handled by the Fuzzy Implementation”, in *LATEST ADVANCES in SYSTEMS SCIENCE and COMPUTATIONAL INTELLIGENCE: Proceedings of the 11th WSEAS International Conference on Computational Intelligence, Man-Machine Systems and Cybernetics (CIMMACS '12)*, Singapore City, Singapore, May 11-13, 2012, pp. 37-42, ISBN: 978-1-61804-094-7, <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2012/Singapore/ICISCISCO/ICISCISCO-04.pdf>
- [3] J. Min Kang, T. Yoo, H.Chan Kim, “A Wrist-Worn Integrated Health Monitoring Instrument with Tele-Reporting Device for Telemedicine and Telecare”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 55, No. 5, October 2006, pp. 1655-1661, doi: 10.1109/TIM.2006.881035.
- [4] B. Meade, “Emergency care in a remote area using interactive video technology: A study in prehospital telemedicine”, *J. Telemed. Telecare*, Vol. 8, No. 2, Apr. 2002, pp.115-117, PMID: 11972948.
- [5] M. Takács, „Multilevel Fuzzy Approach to the Risk and Disaster Management”, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 7, Issue No.4, 2010, [http://www.uni-obuda.hu/journal/Takacs\\_25.pdf](http://www.uni-obuda.hu/journal/Takacs_25.pdf)
- [6] M. Takács, E. Tóth-Laufer, "The AHP Extended Fuzzy Based Risk Management" in *The 10th WSEAS International Conference on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases (AIKED'11)*, Cambridge, UK, February 20-22, 2011, pp:269-272, ISBN: 978-960-474-273-8, pp:269-272, <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2011/Cambridge/AIKED/AIKED-45.pdf>
- [7] I. Bélyácz, “Kockázat vagy bizonytalanság? Elméletörténeti töredék a régi dilemmáról”, *Közgazdasági Szemle*, LVII. évf., 2010. július-augusztus, pp. 652-665.
- [8] ISO 31000 – Risk management – Standards [Online]. Available: <http://www.iso.org/iso/home/standards/iso31000.htm> [Febr 04, 2014]
- [9] “A risk management standard”, AIRMIC, ALARM, IRM, 2002 [Online]. Available:[http://www.theirm.org/publications/documents/Risk\\_Management\\_Standard\\_030820.pdf](http://www.theirm.org/publications/documents/Risk_Management_Standard_030820.pdf) [Febr 04, 2014]
- [10] H. Douglas, “The Failure of Risk Management: Why it’s Broken and How to Fix it”, *John Wiley & Sons*, 2009, pp. 46.
- [11] “The Risk Management of HAI: A Methodology for NHSscotland” [Online]. Available:<http://www.scotland.gov.uk/Publications/2008/11/24160623/3> [Febr 04, 2014]
- [12] E. Nováky, “Jövő kutatás és biztonság”, *Polgári szemle*, 7. évf. 5-6. szám,

2012. február, [http://www.polgariszemle.hu/app/interface.php?view=v\\_article&ID=464](http://www.polgariszemle.hu/app/interface.php?view=v_article&ID=464)
- [13] M. Grabowski, "Prince William Sound Risk Assessment Overview", 2005 [Online]. Available: <http://www.arlis.org/docs/vol1/191825178.pdf>, 30 June 2005 [Febr 04, 2014]
- [14] E. Paté-Cornell, „Risk and Uncertainty in Government Safety Decisions” [Online]. Available: <http://www.ce.ncsu.edu/risk/pdf/pate.pdf>, 2002 [Febr 04, 2014]
- [15] M. Takács, „Extended Fuzzy Methods in Risk Management”, Proc., of 14<sup>th</sup> WSEAS International Conference on Applied Mathematics, 2009, ISBN 978-960-474-138-0, pp-300-304, <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2009/tenerife/MATH/MATH-51.pdf>
- [16] L. T. Kóczy, D. Tikk, Fuzzy rendszerek, *Kempelen Farkas Tankönyvtár*, 2001 [Online]. Available: <http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/fuzzy-rendszerek-fuzzy/adatok.html> [Febr 04, 2014]
- [17] D. Vose, "Risk analysis: a quantitative guide", 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley & Sons, 2009
- [18] T. Móri, "Statistikai hipotézisvizsgálat", *Typotex Kft*, 2011, ISBN-13 978-963-2794-32-7
- [19] T.M. Bedford, R.M. Cooke, "Probabilistic Risk Analysis: Foundation and Method", Cambridge, *Cambridge University Press*, 2001
- [20] Y.Y. Haimes, "Risk Modeling, Assessment and Management", 3<sup>rd</sup> Edition, John Wiley & Sons, 2009
- [21] L. Pokorádi, B. Molnár, "A Monte Carlo szimuláció szemléltetése", *Szolnoki Tudományos Közlemények XIV*, Szolnok, 2010, pp. 1-13
- [22] L.A. Zadeh, "Fuzzy sets", *Information and Control*, Vol. 8, No. 3, 1965, pp. 338-353.
- [23] E. Tóth-Laufer, "Soft computing-based techniques in real-time health monitoring systems", in Proc. of the *International Engineering Symposium at Bánki, Efficiency, Safety and Security (IESB 2013)*, Budapest, Hungary, November 19, 2013, ISBN: 978-615-5018-86-2.
- [24] Y. Kleiner, B. Rajnai, R. Sadiq, "Failure risk management of buried infrastructure using fuzzy based techniques", *Journal of Water Supply Research and Technology: Aqua*, Vol. 55, No. 2, March 2006, pp. 91-94, DOI: 10.1.1.136.2727.
- [25] M. Takács, E. Tóth-Laufer, "System Model for the Risk Level Calculation of the Leisure Activity" in *Advances in Accounting, Auditing and Risk Management, Proc. of the 2nd International Conference on Risk Management, Assessment and Mitigation (RIMA '13)*, Brasov, Romania, June 1-3, 2013, pp. 17-21, ISBN: 978-1-61804-192-0, <http://www.wseas.us/e-library/conferences/2013/Brasov/FARI/FARI-01.pdf>
- [26] „Description of Selected Key Generic Terms used in Chemical Hazard/Risk Assessment, OECD Environment”, *Health and Safety Publications Series on Testing and Assessment No. 44*, ENV/JM/MONO(2003)15, Joint Project with IPCS on the Harmonisation of Hazard/Risk Assessment Terminology, [www.oilis.oecd.org/oilis/2003doc.nsf/engdatcorplook/nt00004772/\\$file/jt00152](http://www.oilis.oecd.org/oilis/2003doc.nsf/engdatcorplook/nt00004772/$file/jt00152)

557.pdf

- [27] F. Gondi, Sz. Halmóczy, Gy. Dankó, Gy. Dura, Zs. Ligeti, I. Szabó, “A mennyiségi kockázatfelmérés módszertana”, *Kármentesítési útmutató* 7, KVM Budapest, 2004, 236 p.
- [28] E. Gazdagné Rózsa, “Fuzzy koncepció alapuló környezeti és egészségkockázat becslés Gyöngyösorszi környékén”, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Földtudományi Doktori Iskola, *PhD értekezés*, 2009
- [29] J. Min Kang, T. Yoo, H.Chan Kim, “A Wrist-Worn Integrated Health Monitoring Instrument with Tele-Reporting Device for Telemedicine and Telecare,” *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 55, No. 5, Oct. 2006, pp. 1655-1661, doi: 10.1109/TIM.2006.881035.
- [30] F. Rahnman, A. Kumar, G. Nagendra, G. Sen Gupta, “Network Approach for Physiological Parameters Measurement,” *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 54, No. 1, Feb. 2005, pp. 337-346., doi: 10.1109/TIM.2004.834595.
- [31] L. Fanucci, S. Saponara, T. Bacchillone, M. Donati, P. Barba, I. Sánchez-Tato, C. Carmona, “Sensing Devices and Sensor Signal Processing for Remote Monitoring of Vital Signs in CHF Patients,” *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 65, No. 3, March 2013, pp. 553-569, doi: 10.1109/TIM.2012.2218681
- [32] M. Kozlovszky, J. Sicz-Mesziár, J. Ferenczi, et.al., “Combined Health Monitoring and Emergency Management through Android Based Mobile Device for Elderly People,” *Wireless Mobile Communication and Healthcare, Lecture Notes of the Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering*, Vol. 83, 2012, pp. 268-364, DOI: 10.1007/978-3-642-29734-2\_37
- [33] E. P. Klement, R. Mesiar, E. Pap, „Triangular Norms,” Kluwer Academic Publishers, 2000, <http://getebook.org/?p=162783>
- [34] Fuzzy Logic Toolbox – R2012a Documentation [Online], Available: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/fuzzy/fp351dup8.html> [Febr 04, 2014]
- [35] J. Dombi, „Towards a General Class of Operators for Fuzzy Systems”, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2008, Vol. 16, No. 2, pp. 477-484, doi: 10.1109/TFUZZ.2007.905910
- [36] R. Fullér, „Fuzzy Reasoning and Fuzzy Optimization,” Turku Centre for Computer Science, 1998, <http://uni-obuda.hu/users/fuller.robert/sda1.pdf>
- [37] Zs.Cs. Johanyák, „Fuzzy logika”, Oktatási segédlet, 2004 [Online]. Available: [http://www.johanyak.hu/files/u1/publi/J\\_Fuzzy\\_logika\\_segedlet.pdf](http://www.johanyak.hu/files/u1/publi/J_Fuzzy_logika_segedlet.pdf) [Febr 04, 2014]
- [38] Fuzzy Logic Toolbox – Defuzzification Methods, Mathworks, <http://www.mathworks.com/products/fuzzy-logic/demos.html?file=/products/demos/shipping/fuzzy/defuzzdm.html#2> [Febr 04, 2014]
- [39] A.V. Patel, “Simplest Fuzzy PI Controllers under Various Defuzzification Methods”, *International Journal of Computational Cognition*, Vol. 3, No. 1, March 2005, <http://www.yangsky.yangijcc.htm>
- [40] M-L. Lee, H-Y. Chung, F-M. Yu, “Modeling of Hierarchical Fuzzy Systems”,

- Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 138, No. 2, pp. 343-361, Sept. 2003, DOI: 10.1016/S0165-0114(02)00517-1.
- [41] A. Gegov, “Complexity Management in Fuzzy Systems”, *Studies in Fuzziness and Soft Computing*, Springer, Heidelberg, 2007.
- [42] S.A. Torabi, M. Ebadian, R. Tanha, “Fuzzy hierarchical production planning (with a case study)”, *Fuzzy Sets and Systems*, 161 (11) (2010), pp. 1511-1529, DOI: 10.1016/j.fss.2009.11.006
- [43] V.S. Kouikoglou, Y.A. Phillis, “On the monotonicity of hierarchical sum-product fuzzy systems”, *Fuzzy Sets and Systems*, 160 (24) (2009), pp. 3530-3538, DOI: 10.1016/j.fss.2009.02.001
- [44] S.L. Chiu, „Fuzzy model identification based on cluster estimation”, *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, Vol. 2, pp. 267-278, 1994, CCC:1064-1246/94/030267-12.
- [45] S. Chopra, R. Mitra, V. Kumar, „Reduction of Fuzzy Rules and Membership Functions and its Application to Fuzzy PI and PD Type Controllers”, *International Journal of Control, Automation, and Systems*, Vol. 4, No. 4, pp. 438-447, August, 2006, DOI: 10.1.1.118.9623
- [46] T. Faisal, M. N. Taib, F. Ibrahim, “Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System for Diagnosis Risk in Dengue Patients”, *Expert System with Applications*, Elsevier, 2012, pp. 4483-4495, DOI: 10.1016/j.eswa.2011.09.140.
- [47] M. Cococcioni, L. Foschini, B. Lazzarini, F. Marcelloni, “Complexity Reduction of Mamdani Fuzzy Systems through Multi-valued Logic Minimization”, in proc. of the *IEEE International Conference on System, Man and Cybernetics*, 2008, pp. 1782-1787, Oct. 2008, DOI: 10.1109/ICSMC.2008.4811547
- [48] N. Xiong, L. Litz, “Reduction of fuzzy control rules by means of premise learning – method and case study”, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 132 No. 2, 2002, pp. 217-231, DOI: 10.1016/S0165-0114(02)00112-4
- [49] S. Szénási, Z. Vámosy, “Implementation of a Distributed Genetic Algorithm for Parameter Optimization in a Cell Nuclei Detection Project”, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 10, No. 4, 2013, pp. 59-86, ISSN: 1785-8860, DOI: 10.12700/APH.10.04.2013.4.4
- [50] Gy. Retter: “Fuzzy, neurális, genetikus, kaotikus rendszerek”, *Akadémiai Kiadó*, 2006, ISBN: 963 05 8353 4.
- [51] J. Dombi, “Intelligens rendszerek és alkalmazásai”, 2009 [Online]. Available: [http://www.inf.u-szeged.hu/~dombi/imrsz/int\\_rsz.pdf](http://www.inf.u-szeged.hu/~dombi/imrsz/int_rsz.pdf) [Febr 04, 2014]
- [52] J-S. R. Jang, C-T. Sun, E. Mizutani, „Neuro-Fuzzy and Soft Computing – A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence”, *Prentice Hall*, 1997, pp. 74-81.
- [53] G. Stoyan, G. Tako, „Numerikus módszerek 1.”, *Digitális tankönyvtár*, 2005 [Online]. Available: <http://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tkt/numerikus-modszerek-1/adatok.html> [Febr 04, 2014]
- [54] T.L. Dean, M. Boddy, “An Analysis of Time-Dependent Planning”, in Proc. of the 7<sup>th</sup> *National Conference on Artificial Intelligence*, Minneapolis, Minnesota, 1988, pp. 49-54, <https://www.aaai.org/Papers/AAAI/1988/AAAI8>

- [55] E. Tóth-Laufer, A.R. Várkonyi-Kóczy, "Anytime Sport Activity Risk Level Calculation using HOSVD based Hierarchical Fuzzy Models" in Proc. of the *IEEE International Symposium on Medical Measurements and Applications (MeMeA)*, Gatineau, Quebec, Canada, May 4-5, 2013, pp. 300-305, ISBN: 978-1-4673-5196-6, IEEE Catalog Number: CFP13MEA-CDR, DOI: 10.1109/MeMeA.2013.6549756, Scopus: 84881326230.
- [56] E. Tóth-Laufer, M. Takács, I.J. Rudas, "Real-Time Fuzzy Logic-Based Sport Activity Risk Calculation Model Optimization", in Proc. of the *14<sup>th</sup> IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics*, Budapest, Hungary, November 19-21, 2013, DOI: 10.1109/CINTI.2013.6705209, Scopus: 84893722824.
- [57] O. Takács, „Eljárások és hibakorlátok lágy számítási módszerek anytime rendszerekben való alkalmazásához”, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Informatikai Tudományok Doktori Iskola, *PhD Értekezés*, 2005
- [58] A.R. Várkonyi-Kóczy, "Model Based Anytime Soft Computing Approaches in Engineering Applications." In Balas, V., J. Fodor, A.R. Várkonyi-Kóczy (eds.), *Soft Computing Based Modeling in Intelligent Systems (Ser. Studies in Computational Intelligence)*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, 2009, pp. 63-92, DOI: 10.1007/978-3-642-00448-3\_4
- [59] P. Baranyi, Y. Yam, C.T. Yang, A.R. Várkonyi-Kóczy, „Practical Extension of the SVD Based Reduction Technique for Extremely Large Fuzzy Rule Bases”, *IEEE Int. Workshop on Intelligent Signal Processing (WISP'99)*, 1999, Budapest, Hungary, pp. 29-33.
- [60] C.T. Yang, P. Baranyi, Y. Yam, Sz. Kovács, "SVD Reduction of a Fuzzy Controller in an AGV Steering System", *EFDAN'99*, Dortmund, Germany, 1999, pp.118-124.
- [61] P. Baranyi, Y. Yam, "Fuzzy rule base reduction", *Chapter 7 of Fuzzy IF-THEN Rules in Computational Intelligence: Theory and Applications*, Eds., D. Ruan and E.E. Kerre, Kluwer, 2000, pp. 135-160, DOI: 10.1.1.18.8458
- [62] E. Tóth-Laufer, A. Rövid, M. Takács, I.J. Rudas, "A Novel Method for New Membership Function Calculation in HOSVD-based Reduction to Improve the Operation Needs", in Proc. of the *IEEE 11th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics (SISY 2013)*, Subotica, Serbia, September 26-28, 2013, pp. 281-285, ISBN: 978-1-4799-0303-0, IEEE Catalog Number: CFP1384C-PRT, DOI: 10.1109/SISY.2013.6662586, Scopus: 84892499790
- [63] A. Galántai, A. Jenei, „Numerikus módszerek”, *Miskolci Egyetemi Kiadó* 2005
- [64] O. Takács, A.R. Várkonyi-Kóczy, "Improved Error-bound for the SVD based Complexity Reduction", in proc. of the *IEEE 6<sup>th</sup> Int. Conf. on Intelligent Engineering Systems*, INES 2002, pp. 215-218, May 2002
- [65] A.R. Várkonyi-Kóczy, O. Takács, "SVD-based Complexity Reduction of Rule-bases with Nonlinear Antecedent Fuzzy Sets", *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 51, No. 2, 2002, pp. 217-221, DOI: 10.1109/19.997815
- [66] C. Ding, Heng Huang, Dijun Luo, "Tensor Reduction Error Analysis –

- Applications to Video Compression and Classification”, in proc. of the *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 1-8, June 2008, DOI: 10.1109/CVPR.2008.4587736
- [67] L. Rónyai, G. Ivanyos, R. Szabó, “Algoritmusok”, *Typotex*, 1999, ISBN: 963 9132 16 0.
- [68] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, “Introduction to Algorithms”, *Mcgraw-Hill College*, 1990, ISBN: 0070131430, Chapter 17 "Greedy Algorithms", p. 329.
- [69] E. Tóth-Laufer, M. Takács, Z. Keresztényi, "Current Physical Status Evaluation Subsystem using User-specific tuned Membership Functions in Sport Activity Risk Calculation" in Proc. of the *IEEE 9th International Conference on Computational Cybernetics (ICCC 2013)*, Tihany, Hungary, July 8-10, 2013, pp. 185-190, ISBN: 978-1-4799-0060-2, IEEE Catalog Number: CFP13575-PRT, DOI: 10.1109/ICCCyb.2013.6617585, Scopus: 84886822432
- [70] J.H.M. Carr, V. Tah, “A Fuzzy Approach to Construction Project Risk Assessment and Analysis: Construction Project Risk Management System”, *Advances in Engineering Software*, Vol. 32, No. 10, pp. 847-857, October, 2001, DOI: 10.1016/S0965-9978(01)00036-9.
- [71] T.L. Saaty, “The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation”, *McGraw-Hill*, 1980, ISBN 0-07-054371-2
- [72] T.L. Saaty, L.G. Vargas, “Models, Methods, Concepts and Applications of the Analytic Hierarchy Process”, *International Series in Operations Research & Management Science*, Vol. 175, 2001, ISBN: 978-1-4614-3597-6.
- [73] L. Mikhailov, “Deriving Priorities from Fuzzy Pairwise Comparison Judgements”, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 134, pp. 365–385, 2003, DOI: 10.1016/S0165-0114(02)00383-4.
- [74] T.L. Saaty, “Decision making with the analytic hierarchy process”, *Int. J. Services Sciences*, Vol. 1, No. 1, 2008, pp. 83-98, DOI: 10.1.1.409.3124
- [75] E.F. Codd, „A relational model for large shared data banks”, *Comm. ACM*, 136, pp. 377-387, DOI: 10.1145/362384.362685.
- [76] J.D. Ullman, J. Widom, „Adatbázisrendszerek”, *Panem-Prentice-Hall*, 1998, ISBN: 963-545-190-3
- [77] Y. Wu, Y. Ding, H. Xu, ”Comprehensive Fuzzy Evaluation Model for Body Physical Exercise” in *Risk Life System Modeling and Simulation Lecture Notes in Computer Science*, 2007, Vol. 4689/2007, pp. 227–235, DOI: 10.1007/978-3-540-74771-0\_26.
- [78] E. Tóth-Laufer, M. Takács, “Comparative Analysis of Fuzzy Logic-based Risk Evaluation Models”, in Proc. of the *International Engineering Symposium at Bánki, Efficiency, Safety and Security (IESB 2011)*, Budapest, Hungary, November 15-16, 2011, pp. 78-90, ISBN: 978-615-5018-15-2.
- [79] E. Tóth-Laufer, M. Takács, “Risk Level Calculation for Body Physical Exercise with Different Fuzzy Based Methods”, in Proc. of the *12th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2011)*, Budapest, Hungary, November 21-22, 2011, pp. 583-586, ISBN: 978-1-4577-0043, IEEE Catalog Number: CFP1124M-CDR, DOI:



10.1109/CINTI.2011.6108469, Scopus: 84855959086

- [80] A. R. Várkonyi-Kóczy, I. Nagy, I. Langer, E. Tóth-Laufer, "Research Activities in the Intelligent Space Laboratory of the Óbuda University", in Proc. of the *1st Regional Conference – Mechatronics in Practice and Education (MECH-CONF 2011)*, Subotica, Serbia, December 8-10, 2011, pp. 411-421., ISBN: 978-86-85409-67-7.
- [81] A.R. Várkonyi-Kóczy, I. Nagy, E. Tóth-Laufer, I. Langer, "Intelligent Space: New Challenges in Research and Education", in Proc. of the *International Workshop on Intelligent Methods in Engineering, Education and Informatics (IMEEi 2013)*, Costa Rica, June 22-23, 2013, pp. 357-364, ISBN: 978-1-4799-0828-8, DOI: 10.1109/INES.2013.6632841, Scopus: 84889653965.
- [82] R. J. Gibbons et al., „ACC/AHA Guidelines for Exercise Testing: Executive Summary: A Report of the American College of Cardiology/ American Heart Association Task Force on Practice Guidelines (Committee on Exercise Testing)”, *Circulation – Journal of the American Heart Association*, 1997, Vol. 96, pp. 345-354, DOI: 10.1161/01.CIR.96.1.345
- [83] M. E. Nelson, „Physical Activity and Public Health in Older Adults: Recommendations From the American Collage of Sports Medicine and the American Heart Association”, *Circulation – Journal of the American Heart Association*, 2007, Vol. 116, pp. 1094-1105, DOI: 10.1161/CIRCULATIONAHA.107.185650
- [84] A. Thomas, „What is Moderate Intensity in Cardio Exercise” [Online]. Available: <http://www.livestrong.com/article/75365-moderate-intensity-cardio-exercise/> [Jan 21, 2014]
- [85] W. L. Haskell et al., „Physical Activity and Public Health: Updated Recommendation for Adults From the American Collage of Sports Medicine and the American Heart Association”, *Circulation – Journal of the American Heart Association*, 2007, Vol. 116, pp. 1081-1093, DOI: 10.1161/CIRCULATIONAHA.107.185649
- [86] AHA Guidelines on Exercise for Seniors [Online]. Available: <http://www.livestrong.com/article/529168-aha-guidelines-onexercise-for-seniors/>, [Oct 20, 2011]
- [87] O. A. Postolache, P.M.B.S. Girao, J. Mendes, E.C. Pinheiro, “Physiological Parameters Measurement Based on Wheelchair Embedded Sensors and Advanced Signal Processing”, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59, No. 10, Oct. 2010, pp. 2564-2574, DOI: 10.1109/TIM.2010.2057590
- [88] E. Dömötör, “Pulzuskontroll, testsúlykontroll”, *Carita Bt*, 2005, ISBN: 963-86741-0-5
- [89] Polar RS800CX User Manual - Polar USA [Online]. Available: [http://www.polar.com/e\\_manuals/RS800CX/Polar\\_RS800CX\\_user\\_manual\\_English/manual.pdf](http://www.polar.com/e_manuals/RS800CX/Polar_RS800CX_user_manual_English/manual.pdf) [Febr 04, 2014]
- [90] Z.D. Kobalava, L.V. Kotovskaia, O.S. Rusakova, L.A. Babaeva, „Validation of UA-767 Plus device for self-measurement of blood pressure”, *Am. J. Hypertens*, 2004, Vol. 17, No. S1, DOI: 10.1016/j.amjhyper.2004.03.119
- [91] A&D Digital Blood Pressure Monitor Model UA-767 Plus BT Instruction Manual [Online]. Available: <http://www.aandd.jp/products/manual/medical/>

ua767plus\_bt.pdf [Febr 04, 2014]

- [92] K. Barbé, W. Van Moer, D. Schoors, “Analyzing the Windkessel Model as a Potential Candidate for Correcting Oscillometric Blood-Pressure Measurement”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 61, No. 2, February 2012, pp. 411-418, DOI: 10.1109/TIM.2011.2161933
- [93] L. Soojeong, M. Bolic, V.Z. Groza, H.R. Dajani, S. Rajan, “Confidence Interval Estimation for Oscillometric Blood Pressure Measurement Using Bootstrap Approaches”, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 60, No. 10, Oct. 2011, pp. 3405-3415, DOI: 10.1109/TIM.2011.2161926
- [94] RAD Studio – Embarcadero Technologies Product Documentation [Online]. Available: [http://docs.embarcadero.com/products/rad\\_studio/](http://docs.embarcadero.com/products/rad_studio/) [Febr 04, 2014]
- [95] S. Ahmad, M. Bolic, H. Dajani, V. Groza, I. Batkin, S. Rajan, “Measurement of Heart Rate Variability Using an Oscillometric Blood Pressure Monitor”, *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 59, No. 10, Oct. 2010, pp. 2575-2590, DOI: 10.1109/TIM.2010.2057571
- [96] M. C. Sieira, A. O. Ricart, R. S. Estrani, “Blood pressure response to exercise testing,” in *Apunts Med Esport.*, Elsevier, 2010, pp. 191-200, [http://www.elsevier.es/ficheros/pdf/277/277v45n167a13154565pdf001\\_2.pdf](http://www.elsevier.es/ficheros/pdf/277/277v45n167a13154565pdf001_2.pdf)
- [97] Zs. Cs. Johanyák, O. Papp, “A Hybrid Algorithm for Parameter Tuning in Fuzzy Model Identification”, *Acta Polytechnica Hungarica*, Vol. 9, No. 6, 2012, pp. 153-165, [http://www.uni-obuda.hu/journal/Johanyak\\_Papp\\_38.pdf](http://www.uni-obuda.hu/journal/Johanyak_Papp_38.pdf)
- [98] E. Tóth-Laufer, I.J. Rudas, M. Takács, „Operator Dependent Variations of the Mamdani-type Inference System Model to Reduce the Computational Needs in Real-Time Evaluation“, *International Journal of Fuzzy Systems*, Vol. 16, No. 1, March 2014, pp. 57-72.
- [99] E. Tóth-Laufer, A. Rövid, M. Takács, „Reduction Error Calculation of the HOSVD-based Rule Base Reduction in Hierarchical Fuzzy Systems”, *Fuzzy Sets and Systems* (benyújtott)
- [100] E. Tóth-Laufer, A.R. Várkonyi-Kóczy, “A Soft Computing Based Hierarchical Sport Activity Risk Level Calculation Model for Supporting Home Exercises”, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Vol. 63, No. 6, 2014, pp. 1400-1411, DOI: 10.1109/TIM.2014.2299523
- [101] E. Tóth-Laufer, M. Takács, I.J. Rudas, “Fuzzy Logic-Based Risk Assessment Framework to Evaluate Physiological Parameters”, *Acta Polytechnica Hungarica* (benyújtott)
- [102] E. Tóth-Laufer, M. Takács, “The Effect of Aggregation and Defuzzification Method Selection on the Risk Level Calculation”, in Proc. of the *IEEE 10th Jubilee International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMi 2012)*, Herl’any, Slovakia, January 26-28, 2012, pp. 131-136, ISBN: 978-1-4577-0195-5, IEEE catalog number: CFP1208E-CDR, DOI: 10.1109/SAMI.2012.6208943, Scopus: 84862737942.
- [103] E. Tóth-Laufer, M. Takács, "Comparative Study of Fuzzy Operators in Risk Level Calculation" in Proc. of the *11th International Conference on Global Research and Education (inter-Academia)*, Budapest, Hungary, August 27-30, 2012, pp. 237-246, ISBN: 978-615-5018-37-4.

- [104] E. Tóth-Laufer, M. Takács, I. J. Rudas, "Neuro-Fuzzy Risk Calculation Model for Physiological Processes" in Proc. of the *IEEE 10th Jubilee International Symposium on Intelligent Systems and Informatics (SISY 2012)*, Subotica, Serbia, September 20-22, 2012, pp. 255-258 , ISBN: 978-1-4673-4748-8, IEEE catalog number: CFP1284C-PRT, DOI: 10.1109/SISY.2012.6339524, Scopus: 84870722290.
- [105] E. Tóthné Laufer, M. Takács, "Neuro-fuzzy kockázatértékelő modell neurális alrendszerének vizsgálata" in Proc. of the *International Engineering Symposium at Bánki, Efficiency, Safety and Security (IESB 2012)*, Budapest, Hungary, November 21, 2012, pp. 89-97, ISBN: 978-615-5018-35-0.
- [106] E. Tóth-Laufer, M. Takács, I.J. Rudas, "Conjunction and Disjunction Operators in Neuro-Fuzzy Risk Calculation Model Simplification" in Proc. of the *13th IEEE International Symposium on Computational Intelligence and Informatics (CINTI 2012)*, Budapest, Hungary, November 20-22, 2012, pp. 195-200, ISBN: 978-1-4673-5204-8, IEEE Catalog Number: CFP1224M-PRT, DOI: 10.1109/CINTI.2012.6496759, Scopus: 84875589332.
- [107] E. Tóth-Laufer, M. Takács, I. J. Rudas, "Interactions Handling Between the Input Factors in Risk Level Calculation" in Proc. of the *IEEE 11th International Symposium on Applied Machine Intelligence and Informatics (SAMI 2013)*, Herl'any, Slovakia, January 31-February 2, 2013, pp. 71-76, ISBN: 978-1-4673-5926-9, IEEE catalog number: CFP1308E-PRT, DOI: 10.1109/SAMI.2013.6480947, Scopus: 84875597939.