



ÓBUDAI EGYETEM
ÓBUDA UNIVERSITY

DOKTORI (PHD) ÉRTEKEZÉS

FEHÉR ANDRÁS ISTVÁN

Nagy létszámú termelővállalatok állományi kapacitásbecslése prediktív modellekkel

Dr. habil. Kovács Tibor egyetemi docens

Komplex vizsga bizottság:

Elnök:

Prof. Dr. Berek Lajos egyetemi tanár

Tagok:

Dr. Kiss Sándor ny. egyetemi docens

Dr. habil. Kovács Tibor egyetemi docens

Nyilvános védés teljes bizottsága:

Elnök:

Prof. Dr. Berek Lajos egyetemi tanár

Titkár:

Dr. Hanka László egyetemi adjunktus

Tagok:

Dr. habil. Simon Ákos ny. egyetemi docens (külső)

Dr. Szűcs Endre egyetemi adjunktus

Dr. Kiss Sándor ny. egyetemi docens

Bírálok:

Prof. Dr. Szunyogh Gábor egyetemi docens (külső)

Dr. Nagy Rudolf egyetemi adjunktus

Nyilvános védés időpontja:

2021.

TARTALOMJEGYZÉK

BEVEZETÉS	6
A kutatás háttere	6
A tudományos probléma megfogalmazása	9
Célkitűzések	10
A téma kutatásának hipotézisei	11
Kutatási módszerek	11
1 TERMELŐVÁLLALATOK ÁLLOMÁNY IGÉNYE	14
1.1 A probléma háttere	15
1.2 A probléma lehetséges megoldása	16
1.3 Beosztás általános gyakorlata	18
1.4 Tudomány állása	19
1.5 Munka törvénykönyvi előírások	21
1.6 Adatvédelmi előírások	23
1.7 A fejezet összefoglalása	24
2 SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK ISMERTETÉSE	25
2.1 Meghibásodási folyamat modellezése	25
2.2 Idősorelemzés	26
2.2.1 Az idősor meghatározása	26
2.2.2 Egy idősor alkotóelemeinek vizsgálata	27
2.2.3 Példák az idősor adataira	29
2.2.4 Bevezetés az idősorelemzésbe	30
2.3 Determinisztikus idősorelemzés	32
2.4 Sztochasztikus idősorelemzés	32
2.5 Következtetés, teendők	34
3 TAPASZTALATI IDŐSOR MODELLEZÉSE A SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK ELMÉLETÉVEL	36
3.1 Matematikai modell	36
3.1.1 Idősor ábrázolása	39

3.1.2	Autokorrelációs vizsgálat (ACF)	40
3.1.3	Doboz ábra (Box Plot diagram)	42
3.1.4	Kiugró (Outlier) elemek vizsgálata	46
3.1.5	Trend komponens vizsgálata	47
3.1.6	Trend- és ciklusleválasztás	51
3.1.7	Illeszkedés vizsgálat	54
3.1.8	Modellalkotás	55
3.2	A fejezet összefoglalása, következtetések	56
4	TAPASZTALATI IDŐSOR ELEMZÉSE ARIMA MODELLEL	58
4.1	Matematikai levezetés	59
4.1.1	Stacionaritás vizsgálat	61
4.1.2	Paraméter meghatározás	65
4.1.3	Autokorreláció vizsgálat (ACF és PACF)	66
4.1.4	Modellalkotás	68
4.1.5	Hibatag vizsgálat	69
4.2	A fejezet összefoglalása, következtetés	70
5	ÁLLOMÁNYI RENDELKEZÉSRE ÁLLÁS BECSLÉSE IDŐSORELEMZÉSSEL	72
5.1	Matematikai levezetés	72
5.1.1	Idősor ábrázolása	73
5.1.2	Nem megjelentek arányának vizsgálata	74
5.1.3	Nem megjelentek arányának eloszlás vizsgálata	76
5.1.4	Autokorrelációs vizsgálat (ACF)	77
5.1.5	Adatsimítás	77
5.1.6	Doboz ábra (Box Plot diagram)	79
5.1.7	Kiugró (Outlier) elemek vizsgálata	80
5.1.8	Nem megjelentek összehasonlítása az összebeosztottakkal	82
5.1.9	Keresztkorreláció vizsgálat (CCF)	83

5.1.10	Egy példa az alkalmazásra	85
5.2	A fejezet összefoglalása, következtetés	86
	ÖSSZEGZETT KÖVETKEZTETÉSEK	88
	A kutatómunka összegzése	88
	Új tudományos eredmények – tézisek	90
	Ajánlások	90
	Jövőbeni kutatási irányok	91
	BEFEJEZÉS	93
	KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS	95
	IRODALOMJEGYZÉK	96
	PUBLIKÁCIÓS LISTA	108
	Tézisekhez kapcsolódó publikációk	108
	További publikációk	108
	RÖVIDÍTÉSJEGYZÉK	110
	TÁBLÁZATJEGYZÉK	113
	ÁBRAJEGYZÉK	114
	MELLÉKLETEK	117
	Beosztásra vonatkozó Mt. előírások	117
	Nyilatkozat a munka önállóságáról	120

BEVEZETÉS

„A tudományos kutatás talán legfontosabb célja, hogy az ember(iség) feltérképezze az őt körülvevő világegyetem törvényszerűségeit, megismerje a társadalom működési elveit, szabályszerűségét, kísérletet tegyen a jövőbeli események előrejelzésére.” [1]

A 2019. novemberi adatok szerint mintegy 50.000 munkavállaló hiányzott hazánkban a feldolgozóiparból, amely tendencia 2020. első negyedévéig fokozódott, majd a járványügyi helyzet hatására némileg enyhült, de nem szűnt meg. Ennek a jelenségnek az egyéb hatásait nem részletezve, az iparvállalatok egyre növekvő problémája a rendelkezésre álló munkavállalói állomány bizonytalansága: hány emberrel számolhatnak az elkövetkezendő napokban, hetekben, hónapokban? [2] [3]

Egyfelől az üzleti célok hatékonyságot ösztönző elvárásrendszere (pl. leanmenedzsment), másfelől a munkaerőpiac átalakulása készíti a nagyvállalatokat a mind pontosabb, és lehetőleg tudományos alapokra támaszkodó prediktív számításokra.

Feltételezésem szerint – megfelelő matematikai módszerrel –, modellezhető egy adott állomány jövőbeli valószínű rendelkezésre állása, historikus adatok segítségével.

Kutatásaim azonban egy nem várt eredményt is hoztak: kiderült ugyanis, hogy e fontos konkrét témának nincs nemzetközi tudományos forrása. Fentiek hatására elhatároztam, hogy doktori kutatási munkámat is ennek a témának szenteltem.

Munkám célja költséghatékony és tudományosan megalapozott jelenlétbiztosítás-tervező megoldást fejleszteni az iparvállalatok számára.

A kutatás háttere

Az elmúlt évtizedben a fejlett országokban jelentős gazdasági, társadalmi és politikai változások történtek. [4] Munkám során magam is tapasztalom e jelenséget, és annak közvetlen, illetve közvetett hatásait a vállalatokra, ezen belül főleg az iparvállalatokra nézve.

A változások egyik elemeként, az utóbbi években, a korábbi évtizedek ellenpólusaként, az iparvállalatoknál is egyre növekvő munkaerőhiány jelentkezik Európa-szerte. [5] A számos következmény között megtalálható a megnövekedett munkavállalói fluktuáció, a vállalatok szervezeti kompetencia kihasználási optimumkeresése, a működési hatékonyság növelésének kényszere, és mindezek biztonsági aspektusai.

Értekezésemben egy eddig kevésbé vizsgált területet, a meglévő munkavállalói állomány jövőbeli rendelkezésre állását vizsgálom. Arra a kérdésre keresek választ, hogy lehet-e előre jelezni egy adott munkaerő állomány kvantitatív megjelenését a munkahelyén.

A termelőcégek napi kiemelt feladatai közé tartozik, kapacitás tervezés nyomán, a jogszerűséget is figyelembe vevő beosztástervezést végezni. Manuálisan vagy szoftveres segítséggel. Nem mindegy azonban, hogy hány emberrel célszerű számolnia egy adott részlegnek/gyárnak/üzemnek ahhoz, hogy a tényszámok végül a tervkapacitásban meghatározott létszámot valamilyen százalékos biztonsági tényező esetén elérjék.

Feltételezem, hogy erre megfelelő előkészítést és elemzést követően lehet kellő pontosságot eredményező matematikai algoritmust találni. Feltételezem továbbá, hogy bizonyos módszertani szabályok betartása mellett erre a becslésre az időszorelemzés megfelelő lehet.

A kutatási témám, és annak különböző elemei, számos interdiszciplináris tudományterülettel kapcsolhatók össze: műszaki tudományok, kiemelten a biztonságstudomány, társadalomtudományok (ezen belül jogtudomány és közgazdaságtudomány), valamint a matematika. Céloom feltárni az eddig nem ismert összefüggéseket, és új összefüggések felismerésével hozzájárulni új tudományos megállapításokhoz. E fokozatszerzési törekvésemben ötvözni tudom a napi munkám során tapasztaltakat az egyetemi keretek között kutatott biztonságstudományi aspektusokkal.

Kutatásaim során szembesültem a kutatási területeimet érintő megváltozott körülményrendszerek (legújabbban például a koronavírus okozta hatások), továbbá az iparvállalati munkaerő struktúra átalakulásának hatásaival. Ezek a változások azonban erősítették témáim aktualitását, példaképp az alábbiak szerint:

- erősödtek a fluktuációs hatások, [6]
- melyek nyomán akutabbá váltak az ebből fakadó biztonsági megfontolások, [7]

- az elmúlt években szembesültünk az iparvállalatokat is fenyegető terrorizmus veszéllyel (például a kritikus infrastruktúra hatálya alá tartozó polgári objektumok kapcsán), [8]
- miközben az adatvédelmi változások miatt a korábbi biztonsági megoldásokat néhol részben vagy egészben újra kellett értelmezni, [9]
- Európa-szerte több helyen (például Németországban) állami szintű programmá emelték a vállalati digitalizációra való törekvést, [10]
- s legújabban, a 2020-as világjárvány hatására jelenséggé váló otthoni munkavégzés katalizálja az elektronikus adatrögzítési, és azokból kinyert valós idejű információs fejlesztéseket. [11]

Célom megalkotni folyamatos, a későbbiekben majd szoftver által támogatott mérési és elemzési elveket, és azokat rendszerbe foglalva egy jól követhető elemzési módszert felépíteni. Az iparvállalatok döntéshozói számára egy olyan megoldást fejlesztek ezáltal, amely segítségével folyamatosan követni tudják az egyes munkavállalói csoportok biztonságérzettel és motivációval kapcsolatos változásait, és a jelenlegi kizárólag utólagos lekövetési lehetőséggel szemben már akár előzetesen is be tudnak majd avatkozni a folyamatokba, megelőzve ezzel például a nem kívánt fluktuációs hatásokat és biztonsági maradékkockázatok növekedését. [12]

Munkám eredménye további kutatásokat és fejlesztéseket táplálhat: a folyamatos munkavállalói elégedettségmérés megvalósíthatósága, új munkavállalói kommunikációs és oktatási platform kifejlesztésének lehetősége, a munkavállalói biztonság tudatosság hatása a jelenlétre, és mindezek integrálhatósága a digitalizációs törekvésekbe. Terveim szerint ezeket a munkákat a Login Autonom Kft. keretein belül, az egyetemi tapasztalataim felhasználásával fogom a következő két év során elvégezni.

Az értekezés az alábbi módon épül fel: a következő fejezet a termelővállalatok munkaerővel kapcsolatos, a témához kötődő helyzetét mutatja be: munkaerő piaci okok és hatások, állományigények. Kitérek a tudományos, munka törvénykönyvi és adatvédelmi megfontolásokra is. A második fejezetben ismertetem a sztochasztikus folyamatokat és az idősorelemzést. A harmadik, negyedik és ötödik fejezetben, a hipotéziseim szerint, tudományosan bizonyítom állításaimat. Végül, ezek alapján, kifejtem következtetéseimet, összegzem a dolgozatot.

A tudományos probléma megfogalmazása

Az állományi létszám eltérése az adott napra tervezett létszámtól, ipari tapasztalatok alapján, átlagosan 93% és 101% között mozog a termeléssel foglalkozó vállalatoknál.¹ A +1% akkor fordulhat elő, amikor a kevésbé kötött szerződéssel rendelkező munkaerő egy távolmaradás után máskor szeretné pótolni a kiesett napokat, és ezt előzetesen nem jelzi (például gyakornoki állomány esetén tapasztalhatunk ilyen jelenséget, erről még lesz bővebben is szó).

A kisebb és nagyobb megjelenő létszám is vezethet műszakvezetési problémákhoz. A terven felüli műszakfelvételt a megfelelően paraméterezett szoftverrel támogatott fejlett beléptető rendszerek már kezelik, nem engedik beléptetni a műszakra nem tervezett személyeket. Ez a kezelés megszünteti a +1%-ot, de a nem megjelenést maximum csak regisztrálni és jelenteni tudja. [13]

Fentiek csak tapasztalati úton nyert, átlagolt és elnagyolt szám adatok, nem derül ki belőlük, hogy mi a szórásuk, trendjük, szezonitásuk, stb., ezért a megoldás is csak hasonlóan elnagyolt túltervezéssel lehetséges. Két példa ennek alátámasztására:

Gyakorlati példa 1: 400 szobás szálloda housekeeping (takarító) személyzet beosztására, szoftver alapú nyilvántartó rendszer vezetett be. A rögzített jelenléti adatokból kiderült, hogy az átlagos beosztott kapacitás, adott időszakra, 600 szoba ellátására elegendő volt. Az okok feltárásánál megjelölt magyarázat szerint a cél az üzembiztonság volt. Ugyanott, a vonatkozó szabályzat áttanulmányozásakor kiderült, hogy a beosztást csak 10%-kal kellene túltervezni.

A feltárt napi 40%-os, előíráson felüli tartalék tiszta veszteség, mely a konkrét példában szereplő cégnél, a járulékos költségekkel együtt, éves szinten 100 millió forintos többletkiadást eredményezett. A különbség okainál első helyen a megbízható jelenléti adatok hiánya áll.²

Gyakorlati példa 2: Több ezer fős termelő cég műszakbeosztásánál a következők a sarokszámok: működőképesség alsó határa 470 fő, műszaklétszám döntés alapján 500 fő. Az adott műszakkezdést megelőzően egy héttel történő beosztás tervezésnél – iparági jó gyakorlat (best practice) alapján – 530 főt osztanak be, hogy „biztos” jelen legyen 500

¹ Login Autonom Kft. iparvállalati felmérése alapján

² Login Autonom Kft. – esettanulmány, 2016

munkavállaló. Ez, a fentiek alapján tehát $(530-470)/470$, azaz közel 13%-os valós túltervezést jelent, a működőképesség minimumához képest. A Munka törvénykönyve (Mt.) vonatkozó előírásai alapján, akinek egy adott munkanapra érvényes beosztása van, és meg is jelenik a munkahelyén, annak jár a munkabér. [14] Ez azt is jelenti, hogy amennyiben a szükséges létszám felett veszik fel a munkát, a plusz emberek bére is kifizetendő. A vállalat 2019-es évi jelenléti adatai alapján minden esetben 500 fő feletti volt a létszám. Ebből a túltervezésből a cégnek adott évben 400-500 millió forintos plusz kiadása (vesztesége) keletkezett.³

Ez egy olyan mértékű probléma a jelen munkaerőpiac körülményei és piaci viszonyai között, amely jelentősen befolyásolja a vállalatok hatékonysági mutatóit, ezáltal pedig közvetlenül gyakorol negatív hatást piacképességükre. Mindezt olyan hatékonyságra való törekvések mellett, amely például a selejtképződésben már a ≤ 5 , néhol pedig már a ≤ 3 (!) ppm-et célozzák. [15]

Célkitűzések

Ez a kiindulási probléma, amin a kutatásom eredményeként kifejlesztendő algoritmussal jelentősen javítani szeretnék. Az előzetes értesítés nélkül adott munkanapon nem megjelenő létszám minimum 90%-os becslését (pontosság; konfidencia intervallum) tervezem, amely a módszerem segítségével végzett túltervezés esetén a szükséges és megjelenő létszám között legfeljebb 1%-os eltérést eredményezne.

Példa 1: (az alábbi számok nem valós adatok, csupán a fentiek megértését szolgálják) műszakot felvevők célszáma 4000 fő, algoritmusom szerinti túltervezési létszám 200 fő, 90%-os konfidencia mellett. Ha 180-an nem veszik fel a műszakot, 4020 munkavállaló lesz jelen, ami 0,5% plusz, szemben a jelenlegi gyakorlat számadataival.

Célom megalkotni folyamatos mérési és elemzési elveket, majd azokat rendszerbe foglalva egy jól követhető, adott üzemre paraméterezzhető elemzési módszert felépíteni, mindezt az adatvédelmi előírások maximális figyelembevételével.

Előfeltétel egy adott vállalaton belül a cél eléréséhez egy olyan rendszer alkalmazása, ami a jelenlétre vonatkozó, illetve azzal összefüggésbe hozható múltbeli (historikus) adatokat rögzíteni tudja: a cégek nagy részének ugyanis nincs információja arról, hogy egy adott napon, adott műszakban pontosan hány ember jelent meg. A munkaidő nyilvántartása

³ Login Autonom Kft. – esettanulmány, 2020

általában hónapos követésű, ami azt jelenti, hogy tárgyhó végén összesített adatokkal dolgozik, ezért olyan cég kell, amelyik valós idejű munkaidő nyilvántartást megvalósító, már bevezetett, és napi használatban lévő szoftvermegoldást alkalmaz. [16]

A téma kutatásának hipotézisei

- 1. Feltételezem, hogy historikus adatok ismeretében modellezhető egy adott munkavállalói állomány jövőbeli rendelkezésre állása, és meghatározható a teljes állomány beosztásának karakterisztikája.**
- 2. Feltételezem, hogy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állása valószínűségi becsléséhez nincs szükség az adott személyek egyértelmű beazonosítását lehetővé tevő adatok ismeretére, ezáltal a prediktív matematikai modell jogszerűen használható tetszőleges sokaságra (célszerűen 100+ fő esetén, hogy az egyedszám ne legyen meghatározó tényező).**
- 3. Feltételezem, hogy létezik egy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állása karakterisztikájának leírásához alkalmazható, sztenderd idősorelemző modell.**
- 4. Feltételezem, hogy historikus adatok ismeretében modellezhető, hogy egy adott munkavállalói állomány hány százaléka fogja, munkáltatójának előzetes értesítése nélkül, nem felvenni a műszakot adott jövőbeli napon.**

Kutatási módszerek

Kutatásom alapötlete szerint idősorelemzés eredményeire alapozva fogom a becslő modellt létrehozni. Az adatgyűjtéshez és a kísérletek végrehajtásához megállapodtam olyan szervezettel, amely számára a Login Autonom Kft. már szállított egyesített adatbázist, hitelesen mért és összehasonlítható adatokat rögzítő megoldásokat.

A felhasznált adatok köre az adatvédelmi szempontból legkevésbé aggályos, sokasághoz és nem személyhez köthető, egyébként is gyűjtött adatok lesznek (pl. érkezés, távozás, szabadságok, betegségek stb.). Vannak azonban tudományos bizonytalanságok, melyekre megoldást kell találnom a siker érdekében:

- Nem ismert, hogy a rendelkezésre álló adatok közül melyek lesznek az előrejelzés szempontjából releváns historikus adatok.

- Új alkalmazás lévén nem ismert, hogy hogyan lehetséges az adatokat/eseményeket szétválogatni relevancia szerint.
- Nem ismert, milyen paraméterekre lesz érzékeny a modell.
- Nem ismert, hogy a statisztikailag kívánt pontosságot [17] kezelhető és feltárható adatokból lehet-e hozni, illetve lehetséges-e olyan alkalmazásokkal kiegészíteni az adatgyűjtést, hogy se többletterhelést, se adatvédelmi problémákat ne okozzon.
- Nem ismert, hogy a célkitűzések szerinti eredmények eléréséhez determinisztikus vagy sztochasztikus idősorelemzésre lesz-e szükség, illetve, hogy egyáltalán az idősorelemzés segítségével lehetséges-e olyan adatok generálása, amelyek a kívánt pontosságú becslés (predikció) alapjául szolgálhatnak.

A kutatás rangjához méltó eredmény elérése érdekében az alábbi lépéseket teszem:

- 1) Meghatározom, hogy az üzemekben gyűjtött adatok közül melyik milyen minőségű idősorelemzés szempontjából.
- 2) Megbecsülöm, hogy milyen mennyiségű és minőségű adattal lehetséges a kívánt pontosságú előrejelzés.
- 3) Meghatározom a fejlesztéshez szükséges lépéssort, fejlesztési folyamatot.
- 4) Megvizsgálom, hogy a célkitűzés eléréséhez az idősorelemzés megoldást jelent-e, és milyen kiegészítések mellett lehetséges az adatok leválogatása, minősítése, és a modellalkotás.
- 5) A feltárt összefüggéseket idősorelemzési rendszerben alkalmazom, és a rendszer működőképességét ellenőrzöm számításokkal.
- 6) Amennyiben a kezdetben meghatározott minimál adatkör alapján a kezdeti kísérletek a fenti koncepció szerint nem vezetnek célra, szükséges lesz megvizsgálni olyan új adatok bevonásának lehetőségét, amelyeket még nem rögzít a szervezet, de könnyen meg tudja tenni, és nem ütközik adatvédelmi szabályozásokba.
- 7) Ha ez sem vezet célra, megvizsgálom annak lehetőségét, hogy milyen mértékben kell elmozdulni az adatoknak a személyhez való kötés skáláján. Lehetséges ugyanis az adatok alapján olyan személyi kört behatárolni, ami nem azonosítja egyértelműen a

személyeket, de mégis részletesebb információt biztosít, mint a kezdeti adathalmaz.

A kiterjesztett adathalmazokkal újra el kell végezni a fenti lépéseket.

Kutatásaimat a járványügyi helyzet okozta körülményrendszer változások miatt a lehetőségek szerinti legkésőbbi időpontig, 2020. október 30-ig folytattam, e dátummal zártam, majd a bírálatok alapján 2021. március 11-ei dátummal aktualizáltam.

1 TERMELŐVÁLLALATOK ÁLLOMÁNY IGÉNYE

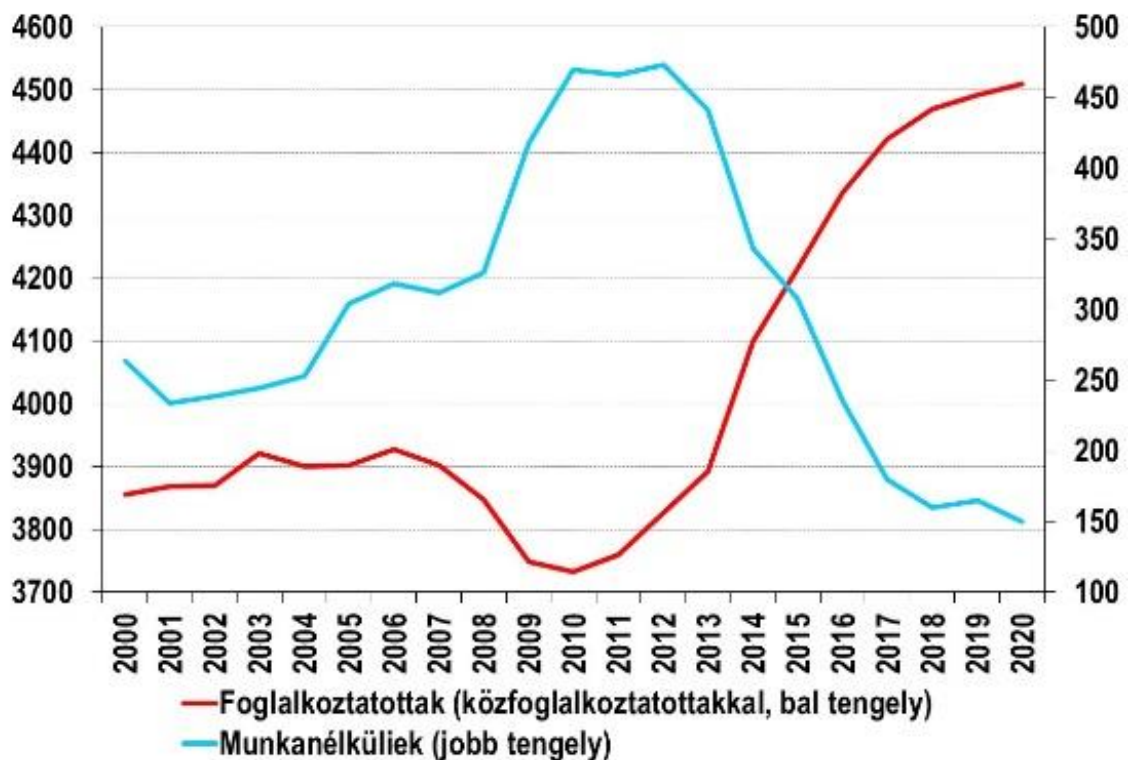
A munkaerőpiac pár évvel ezelőtti, régóta tartó állapota alapjaiban változott meg. Keresletből kínálati lett az állás piac, ami a gyakorlatban azt jelenti, hogy amíg korábban a munkáltatók válogathattak, napjainkban már inkább a munkavállalók, amin a jelen járványügyi helyzet sem fog várhatóan hosszútávon változtatni. [18] [19]

A gyártócégeket sújtó egyik legkomolyabb probléma, a munkaerőhiány mellett, a fenti jelenség egyik közvetett hatása, a munkavállalók megnövekedett vándorlása. Szekunder hatásként sokszor maga a megnövekedett fluktuáció a munkaerőhiány lokális oka. Számos vállalat küzd ma a fejlett társadalmakban ezzel, amely a további fejlődés, sőt, gyakran már a további működés egyik jelentős gátja is (1. ábra).

Csikós-Nagy szerint „a munkaerőpiac kibillent egyensúlyi helyzetéből.” [20]

Mivel egyre kevesebb az alkalmas jelölt, előtérbe került – egyebek mellett - a cégek szervezeti kompetencia kihasználási optimumkeresése annak érdekében, hogy kiszolgálják a mindenkori üzleti igényt.

A 2020-as járványügyi helyzet tovább bolygatja a fluktuációs jelenséget. Egyfelől a csökkenő gazdasági teljesítmény közvetlen hatása, másfelől a munkavállalók fokozott állásváltoztatási kedve okoz az eddigieknél is turbulensebb munkaerőpiaci jelenséget. [21]



1. ábra: Foglalkoztatottak és munkanélküliek, forrás: KSH [22]

Jelen fejezet célja megvizsgálni az állományigény és beosztás különböző aspektusait, amelyek rávilágítanak a tudományos problémára és annak megoldási kereteire: a munka törvénykönyvi, adatvédelmi (ezen belül GDPR) [23] és üzleti-gyakorlati megfontolások ugyanis meghatározzák azt a mozgásteret, amelyen belül lehet és érdemes a kutatásokat elvégezni.

1.1 A probléma háttere

A 2008-as válság nagy változást hozott magával minden téren. A foglalkoztatás a keresletcsökkenés miatt nagy mértékben visszaesett, mivel a gazdasági válság hatásai érintették a termelést is. A vállalatok döntéshelyzetbe kerültek, és a szám adatok alapján leggyakrabban a munkaerő csökkentésében látták a megoldást. A gyárak, csődhelyzet miatt, sok esetben már nem is működtek, a munkavállalókat elbocsátották. A munkanélküliségi ráta megnőtt, a foglalkoztatási ráta csökkent, a munkaerőhiány erre az időszakra távolról sem volt jellemző. [24]

A mai munkaerőpiacon jelentősen eltérő a helyzet, amelyet leginkább a munkaerőhiány jellemez: a munkanélküliségi ráta alacsony, míg a foglalkoztatottsági ráta magas. Ennek számos oka van, azonban ezek nem a jelen dolgozat tárgykörébe tartoznak.

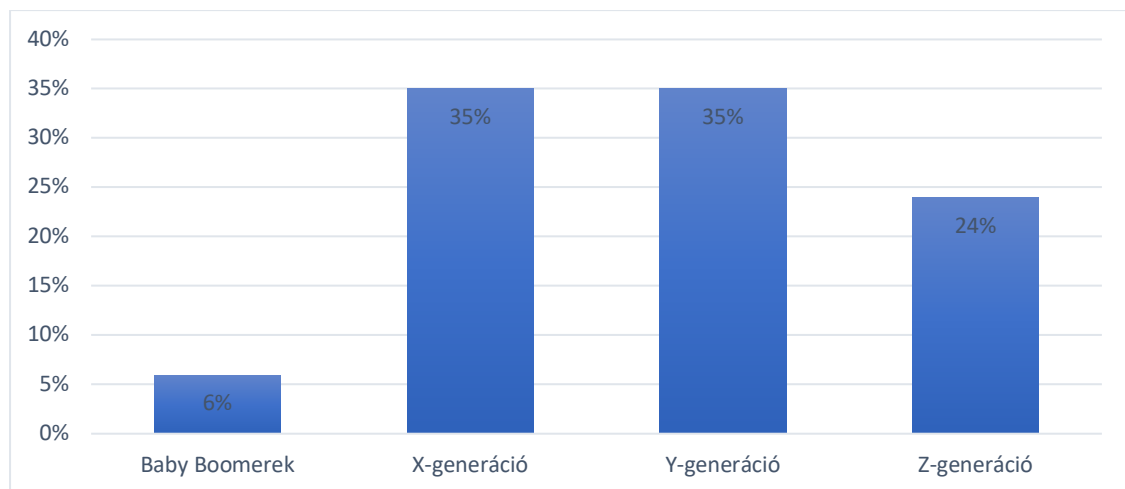
Ami azonban lényeges, hogy a vállalatoknak növekvő igénye van a szakképzett munkaerőre, mely jelenséget az elmúlt 5 év hozta magával. [25] A munkanélküliségi ráta alacsony mutatója is, egyebek mellett, ennek köszönhető.

A statisztikai számok alapján feltételezhető, hogy a közeljövőben a jelenség fokozódni fog, mely jelenséget a jelen járványügyi helyzet várhatóan nagymértékben nem befolyásolja majd. [19] [26]

Ebben a makrokörnyezetben válik mind fontosabbá működési hatékonyság növelésének kérdése, függetlenül attól, hogy recessziós vagy konjunktúrahatalás érvényesül-e.

1.2 A probléma lehetséges megoldása

A megoldás nem kézenfekvő. A hagyományos közgazdasági módszerek újragondolása, az informatika és telekommunikáció robbanásszerű fejlődése, az Y és Z generáció munkaerő piaci megjelenése (2. ábra), valamint az elsődleges biztonsági kockázatok megváltozása eddig ismeretlen, komplex megközelítést igényel. [27]



2. ábra: Generációk a munkaerőpiacon 2020-ban, forrás: [27] alapján saját szerkesztés

A kihívást nehezíti, hogy gyors, mindössze akár heteken belül ható módszerekre van szükség, ezt diktálják ugyanis a gazdasági megfontolások.

Szakmai körökben mára már ismert tény, hogy a biztonság (safety & security), motiváció és fluktuáció összefüggnek. [28] A hogyan-ok és miért-ek, továbbá ezek folyamatos időbeli mérése, elemzése, és a historikus adatok prediktív célú felhasználása azonban nem megoldott. Erre jelenleg nincs megoldás, sőt, a múltbeli és jelenlegi módszerekkel egyértelműen nem is lehetséges adekvát válaszokat kapni, mivel eddig nem kerültek megalkotásra azok a komplex módszertanok, amelyek ezt lehetővé tennék. [29]

A működési hatékonyság növelésének egyik legkézenfekvőbb módja a pontos tervezés. Amennyiben a tervezést a munkavállalói állomány műszakbeosztására vonatkoztatjuk, könnyű belátni a következőket:

- A kellően megalapozott (értsd: a tervezett termelési kapacitáshoz illeszkedő) humán kapacitás hozzárendelés nagyobb fajlagos produktivitáshoz vezet.
- Ebből következően, csökken a feleslegesen beosztott munkavállalói óra.
- Időben jobban eloszlik a rendelkezésre álló elméleti kapacitás: mivel feleslegesen nem rendeljük be, nem használjuk el a ledolgozható órák számát. Máskor, amikor szükség van a kapacitásra, jogszerűen beosztható állományunk marad.
- Mindezek eredményeként, adott munkavállalói állományt több produktív munkára lehet beosztani, ráadásul többletköltség nélkül.

Ahhoz, hogy az üzleti érdekeket megfelelően szolgálhassuk, tudni kell egyrészt, hogy adott napra, időszakra hány emberre lesz szükség, továbbá, hogy a megjelölt létszámból várhatóan hányan lesznek jelen.

Példa 2: a Példa 1 során használt számokat itt is alkalmazva, 4000 fő a szükséges létszám, 180 fő az előzetes értesítés nélkül nem megjelenők száma. Ha a túltervezés > 180 fő, a szükségesnél többen lesznek, ha pedig < 180 fő, akkor kevesebben. Könnyű belátni, hogy mindkét esetben sérülhetnek az üzleti igények (többlet = pluszköltség, hiány = kapacitásproblémák), a cél ez esetben pontosan 4180 fő előzetes beosztása.

A kapacitás tervezésére több módszer és számos szoftver rendelkezésre áll, és jellemzően nem ez okoz gondot a vállalatoknak, hanem a várható rendelkezésre állás bizonytalansága, azaz az adott jövőbeni napon nem megjelenők számának előzetes ismeretlensége (fenti példa alapján ez a 180 fő).

Feltételezésem szerint, a megfelelő matematikai modell(-ek) kiválasztásával és szakszerű paraméterezéssel, statisztikailag elfogadható pontossággal kiszámítható a rendelkezésre állás (nem megjelenők) száma. Amennyiben ez a feltételezés helytálló, az eredményeül szolgáló módszertan komoly áttörést jelentene az iparvállalatok tervezési munkáiban, szolgálva ezzel az egyre nagyobb hangsúlyt élvező szervezeti kompetencia kihasználási optimumkeresést és működési hatékonyságot.

A kitűzött cél ebből következően egy jól definiálható közege (legalább 100 fő kékgalléros foglalkoztatott, de tetszőleges iparágban) állományi előrejelzést adni. Az előrejelzésnek legfeljebb 2 hetes, de legalább 96 óránál nagyobb időintervallumon belül kell érvényesnek lennie, így feltételezésem szerint lehetséges lesz a szükséges és ténylegesen megjelenő munkavállalói létszám eltérését akár 1% alá szorítani a létszám tudatos, és szükséges mértékű túltervezésével. [30]

1.3 Beosztás általános gyakorlata

A munkaidőbeosztás kereteit a Munka törvénykönyve is szabályozza, ezt az 1.5 alfejezetben elemzem, azonban fontosnak tartom megvizsgálni a jogi kereteken túli napi gyakorlatot is, mert az eredmény használhatóságát – valamint még előbb, az adattömeg jellegét is – e valóság nagyban meghatározza.

Sokféleképpen meg lehet beosztástervezési alapon különböztetni a vállalatokat, én a konkrét kutatás okán aszerint sorolom őket két csoportba, hogy alkalmaznak-e beosztástervező funkcióval kiegészített munkaidő nyilvántartó szoftvert, vagy sem. Utóbbi kategóriába eső cégek gyakorlatát nem szeretném elemezni, mert informatikai adatbázis hiányában a kutatásokat nem lehet náluk elvégezni. A digitalizációs törekvések miatt a részarányuk ráadásul folyamatosan csökken, és várható, hogy pár éven belül ez a jelenség az iparvállalati szegmensben megszűnik. [31]

Számunkra tehát azok a cégek érdekesek, amelyeknél működik célszoftver. Ezek a rendszerek lehetővé teszik, hogy bármilyen időtávra előre elvégezhessek segítségükkel a műszakbeosztást az arra hivatott műszak- vagy sori vezetők, esetleg termelési adminisztrátorok. A tervezhetőség és üzleti érdekek, valamint a munkavállalók jogos igénye motiválják a minél hosszabb távú beosztást, másrészt a praktikum szorgalmazza a rövidtávot.

Ennek logikája a következő: a fejlettebb szoftverekben néhány kattintással be lehet osztani egy egész kékgalléros⁴ állományt a maga sok műszakrendjével egy évre előre, aminek előnye, hogy az adatokkal cégszinten dolgozó társterületek (pl. kontrolling, HR, pénzügy, termelésstervezés) lássanak feldolgozható nyers adatokat a tervezéshez. Csoport vagy egyéni szinten azonban ezek kevésbé beszédesek, ugyanis a fluktuáció,

⁴ A fizikai munkakörben dolgozók általános megnevezése

szabadságok, betegségek és rövidtávú üzleti események, mint például megrendelés csúcs vagy hullámvölgy, jelentősen befolyásolják a megvalósuló beosztást.

A hosszútávú első beosztást követően a vállalatok belső működési logikája, illetve a jogszabályi előírások határozzák meg a konkretizálás (finomhangolás) gyakorlatát.

Gyakorlati példa 3: Magyarországon működő sokszáz főt foglalkoztató sörgyár gyártástervezését, ezáltal magát a beosztástervezést is az értékesítési terület számai vezérlik. Minden hét pénteki napján leadják a következő utáni hét megrendelési számait, sörfajtákra lebontva. E számok alapján az üzemben megtervezik a szintén fajtákra lebontott gyártási tervet a szükséges szakmai korrekciókkal kiegészítve, majd még aznap kihirdetik az aktuális következő heti időszak műszakbeosztását.

Amióta működik náluk a feladatra optimalizált szoftverrendszer, a már korábban (náluk praktikusán adott szezon elején) felvitt előzetes beosztástervet pontosítják péntekenként a konkrét értékesítési számok által meghatározottak szerint.

Ez egy konkrét példa, ami cégenként változik, de az általános rövidtávú beosztási gyakorlat szinte mindig az üzleti érdekek által diktált legfeljebb két hét, és a jogszabály által előírt 168 óra, de minimum 96 óra között mozog [32]

Fentiek alapján belátható, hogy bár szoftveres segítséggel előzetesen bármilyen időtávra lehet tervezni, az üzleti és jogi megfontolások a célkitűzésben megfogalmazott időintervallumok szerinti kutatást igazolják.

1.4 Tudomány állása

Ebben az alfejezetben azokat a már publikált módszereket és megoldásokat veszem sorra, amelyek az én témám határterületein mozognak. Célom ezzel a következő:

- Tájékoztatást adni ezekről a rendszerekről.
- Rávilágítani, hogy kutatásom tárgya igen speciális területe a nagyvállalatok működésének és hatékony működtetésének.
- Bebizonyítani, hogy az eredmény, valamint a használhatóság (pl. adatvédelmi okok) szempontjából mennyire nem közömbös, pontosan mit és hogyan vizsgálunk.

Léteznek munkaerő felmondási kockázatot jelző rendszerek, amelyek a munkaerő megtartását célozzák. Elsődleges céljuk, hogy a 2-3 hónapos előrejelzések lehetővé

tegyék a menedzsment beavatkozását, a megfelelő intézkedések foganatosítását. Ilyen rendszert fejlesztett az IBM is, amely nyilatkozatuk alapján mesterséges intelligencia segítségével jelzi előre az adott személyekre vonatkozó becsléseket. [33]

A személyes adatok kezelése az IBM megoldásának működtetését Európában jogellenessé teszi (ld. 1.6 alfejezet), míg az általam megoldani kívánt probléma nem igényli személyes adatok kezelését, ha a teljes állományi adathalmaz historikus adatait értékelem ki. Azokat a fő szakmai különbségeket, melyek a fentiek tükrében is a témám újszerűségét támasztják alá, az 1. táblázatban láthatjuk:

1. táblázat: IBM MI algoritmus és Fehér módszere szakmai különbségek, forrás: saját szerkesztés

Előrejelző rendszer (IBM)		Fejleszteni kívánt megoldás (saját)
nagy időtáv	↔	2-3 hetes
nem kezeli az impulzív felmondási kockázatot	↔	tervezett és impulzív felmondást is előre jelzi
konkrét személyekkel számol (adatvédelmi problémák)	↔	állományi adatokkal számol
felmondási kockázatot számol (egy dimenziós)	↔	nem csak a felmondási kockázattal számolok

Kevésbé személyhez kötöten létezik olyan rendszer, amely képes a betegségek statisztikája és egyéb adatok alapján a rövid és hosszú távon várható távolmaradásokat előre jelezni [34], jelen projekthez való felhasználhatóságát azonban két tényező akadályozza:

- Az ismertett megoldás leírja konklúzióként, hogy ugyan sikerült előre jelezni bizonyos eseteket, de a modell még nem kidolgozott és nem kellően pontos, a pontosításhoz több bemenő adat szükséges.
- A modell olyan adatokat használ, amelyek kezelése a hatályos adatvédelmi előírások szempontjából aggályos (pl. házasságkötés időpontja).

Az én hipotézisem szerint, a jogszerűen gyűjthető/hozzáférhető, nem személyhez köthető adatokból is ki lehet indulni, majd az előző fejezetben rögzített célokat segítő eredményre jutni.⁵

Az említett megoldások mellett ismertek a munkavállalók (mint sokaság) jellemző viselkedését leíró olyan évszakos, havi vagy heti eseményekhez köthető összefüggések, amelyek alapján következtetni lehet a rendelkezésre állási hajlandóságra. Ilyen például a „Monday-itis” néven említett jelenség, mely egy 11 ezer fős munkavállalói adatbázis statisztikái szerint kiugró, hétfői napokra eső hiányzásokról kapta a nevét. [35] Ezeket az általános tapasztalatokat azonban a kulturális jellegzetességek erősen befolyásolják, és mivel a tudományos alapot is nélkülözik, használatuk kutatásom során nem lehetséges.

Összességében elmondható, hogy bár személyre vonatkoztatva, vagy érzékeny személyes adatokból kiindulva, esetleg általános megfigyelésekre alapozva léteznek előrejelző modellek, esetenként ezekre kidolgozott rendszerek is, nincs olyan modell, amely a célkitűzésben szereplő problémára megoldást nyújt (100+ fő kékgalléros állomány rendelkezésre állása 96 óra – 2 hét intervallumban a hozzáférhető historikus adatok alapján).

Annak megnyugtató tisztázása céljából, hogy időszorelemzés rögzített célú alkalmazását még más nem kutatta, széleskörű vizsgálatokat végeztem az elmúlt években a hazai tudományos forrásokban, valamint angol, német, norvég és svéd nyelveken tekintettem az elérhető nemzetközi oldalakat, például Google Scholar, Mendeley, Research Gate és Academia.edu.

Kutatásomban a szigorú adatvédelmi szabályozások mellett is jogszerűen gyűjthető adatokra alapozott időszorelemzésre kívánom létrehozni a becselő modellt, amely fenti célú alkalmazhatósága teoretikus úton nem eldönthető, így alkalmazása újszerű és bizonytalansággal is jár.

1.5 Munka törvénykönyvi előírások

Fontos megvizsgálni, hogy a jogszerű beosztástervezésnek milyen munka törvénykönyvi szabályozása van, annak paragrafusai ugyanis közvetlenül befolyásolják a cégek

⁵ Amennyiben valamely rendkívüli helyzetre való tekintettel, bizonyos személyes információk is beépíthetők lesznek a modellbe (pl. koronavírus miatti átvezénylés esetén), a tervezés pontossága nőhet. Ez jelen kutatásnak nem tárgya, továbbiaknak azonban alapja lehet.

tervezéssel kapcsolatos gyakorlatát, továbbá kutatásom paraméterezését (pl. küszöbórán belüli beosztás esetén fizetendő pótlék miatti paraméterezés).

Az iparban, operátori munkakörben, hazánkban a következő, a Munka törvénykönyvében meghatározott munkarendeket alkalmazzák: [36]

- Általános munkarend: ha a munkáltató a munkaidőt heti öt napra, hétfőtől péntekig, naponta egyenlő óraszámban osztja be.
- Megszakítás nélküli tevékenység:
 - ha a munkáltató tevékenysége naptári naponként hat órát meg nem haladó tartamban,
 - vagy naptári évenként kizárólag a technológiai előírásban meghatározott okból, az ott előírt időszakban szünetel, és a munkáltató tevékenysége társadalmi közszükségletet kielégítő szolgáltatás biztosítására irányul,
 - vagy a termelési technológiából fakadó objektív körülmények miatt gazdaságosan vagy rendeltetésszerűen másként nem folytatható.
- Többműszakos tevékenység: ha a munkáltató tevékenységének tartama hetente eléri a nyolcvan órát.
- Készenléti jellegű tevékenység:
 - ha - hosszabb időszak alapulvételével - a munkavállaló, feladatainak jellege miatt, a rendes munkaidő legalább egyharmadában munkavégzés nélkül áll a munkáltató rendelkezésére,
 - vagy a munkavégzés a munkavállaló számára az általánoshoz képest lényegesen alacsonyabb igénybevétellel jár.

Munkaidőbeosztás elrendelésére vonatkozó szabály: legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó. [37]

A munkaidőbeosztás változtatását a következőképpen szabályozza a törvény: a napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A

munkavállaló írásbeli kérése alapján azonban bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul. [38]

Ha 96 órán belül változtatja munkáltató a beosztást, akkor munkáltatónak, a munkavállaló hozzájárulása ellenére, túlóra fizetési kötelezettsége keletkezik, amit – érthető módon – a cégek igyekeznek elkerülni. A 96 órán belüli átosztás továbbá kockázatokat is jelent, mert részben a törvényi korlátozások, részben pedig az emberi tényező miatt kérdéses, hogy rendelkezésre fog-e állni adott pillanatban elegendő beosztható munkavállaló. [14]

Fentiek miatt alakult ki a túltervezés gyakorlata, mint konzervatív de költséges módja az üzembiztonság fenntartásának. Ennek a módszernek a javítását, tudományos alapra helyezését szolgálja kutatásom.

1.6 Adatvédelmi előírások

Az adatvédelem napjainkban – joggal – kiemelt fontossággal bír. Elkerülhetetlen, hogy kutatásaimat e tárgykör körültekintő figyelembevételével valósítsam meg. A személyes adatok kezelését az alábbiak szabályozzák:

- Az Európai Parlament és a Tanács (EU) 2016/679 rendelete a természetes személyeknek a személyes adatok kezelése tekintetében történő védelméről és az ilyen adatok szabad áramlásáról, valamint a 95/46/EK rendelet hatályon kívül helyezéséről. [39]
- Az információs önrendelkezési jogról és az információszabadságról szóló 2011. évi CXII. törvény (Infotv.). [40]
- Nemzeti Adatvédelmi és Információszabadság Hatóságának (NAIH) ajánlásai. [41]

Annak érdekében, hogy a kutatás és majdani alkalmazás során mindenképpen helyesen járjak el, a felhasznált adatok köre az adatvédelmi szempontból legkevésbé aggályos, konkrét személyhez nem, csak sokasághoz köthető, egyébként is gyűjtött adatok lesznek (érkezés, távozás, távollét).

Ezzel a lépéssel nem csupán az adatvédelmi megfontolásokat szolgálom, hanem a sokaság alapján történő vizsgálat egyben lehetővé fogja tenni a modell széleskörű használatát. Másképpen fogalmazva, a nem egyénhez kötöttség miatt az eredmény egy általánosan alkalmazható módszertan lesz – természetesen abban az esetben, ha statisztikailag szignifikáns eredményt kapok.

Az adatgyűjtéshez és a kísérletek végrehajtásához megállapodást kötöttem olyan szervezettel, amely számára munkáltatóm révén már szállítottunk egyesített adatbázist, hitelesen mért és összehasonlítható adatokat rögzítő megoldásokat.

1.7 A fejezet összefoglalása

Ebben a fejezetben a témaválasztás háttérét képező szakmai szempontokat jártam körbe. A munkaerőpiac elmúlt tizenkét évének változásai, a kínálatból keresletivé válása a vállalatok munkaerőgazdálkodással összefüggő feladatait növelték.

Míthogy a cégek egyik legnagyobb költségtetele a személyi jellegű ráfordítások, a mind fontosabbá váló működési hatékonyság növelés jelensége az állományi költségek optimumkeresésére is ösztönzőleg hatnak.

A fentiek egyik következménye a különféle feladatorientált szoftvermegoldások elterjedése. Ezek nagy része leginkább nyilvántartási és adminisztrációs célokat szolgál, és vannak algoritmizálható folyamatokat hozzáadott értékkel támogató rendszerek is.

Az előző pontokban rámutattam, hogy a fenti igények és a szoftvermegoldásokban rendelkezésre álló adattömeg újszerű és célhoz kötött felhasználása milyen eredményeket hozhat az állományi kapacitásgazdálkodás területén.

A szintén megvizsgált adatvédelmi szabályok egyfelől a személyes adatok felhasználásának korlátozása miatt nehezítik az elemzést, ugyanakkor lehetővé teszik a fejlesztendő modell kiterjedtebb használatát azáltal, hogy eredményesség esetén nem egyénekre, hanem egy vizsgált sokaságra lesznek alkalmazhatók. A munkajogi rendelkezések ismerete további lehetőség a kutatás fókuszának szűkítésére.

A terület tudományos kiaknázatlansága újszerűvé és doktori témaként is kutathatóvá teszi választott témámat.

2 SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK ISMERTETÉSE

Ebben a fejezetben a kutatásom során alkalmazott matematikai eljárások elméleti alapjait, háttérét és felépítését veszem sorra azzal a logikával, amelyen keresztül az elmúlt évek során eljutottam a hipotéziseimet alátámasztó módszerekhez, kezdve az első ránézésre teljes véletlen folyamatok (hányan (nem) lesznek bent a gyárban egy adott jövőbeni pillanatban?) matematikai megközelítésével.

A véletlenszerű (vagy más néven sztochasztikus) folyamat az a folyamat, melyet valószínűségi változók jellemeznek. Ellentéte a determinisztikus folyamat, ahol a folyamatot leíró változók nem véletlenszerűen változnak. [42]

A sztochasztikus folyamat valószínűségi változók időbeli változását leíró folyamat. Ez történhet diszkrét időben, ahol a valószínűségi változók egy idősortnak felelnek meg, vagy folytonos időben, amikor egy adott időintervallumban folytonosan változik a folyamatot jellemző valószínűségi változók t paramétere ($t = \text{idő}$). Velük szemben támasztott közös követelmény, hogy a változók hasonló típusúak legyenek. [43] [44]

A statisztikában az idősorelemzés különböző módszereket alkalmaz az elmúlt időszak tendenciáinak, összefüggéseinek a feltárására, és egyben támpontot nyújt a jövő várható folyamatainak előrelátásához. [45] Másképpen megfogalmazva ez azt is jelenti, hogy a jelen megfelelő leírása tartalmazza az összes olyan információt, ami befolyásolhatja a folyamat jövőbeli helyzetét. [46]

2.1 Meghibásodási folyamat modellezése

Az állományi kapacitásbecslés gondolata egy meghibásodási folyamat elemzése során jutott eszembe. Felmerült, hogy esetleg az általam vizsgálni kívánt állományira is vonatkoztatható a megközelítés, ennek logikáját tekintem az alábbiakban.

Amennyiben egy technikai rendszer meghibásodási folyamatát akarjuk elemezni, az egyik módszer annak úgynevezett valószínűségi modellvizsgálata, amelynek segítségével fontos műszaki döntéseket hozhatunk meg.

Az egyik legáltalánosabb példa az egy rendszeren belüli elemek meghibásodási bekövetkezésének valószínűségi modelljei segítségével kialakítható rendszer karbantartási ciklusrend kérdésköre. [47]

A meghibásodási valószínűségi modell alapján történő ciklusidő meghatározásának általános menete vázlatosan:

- Adatgyűjtés
- Eloszlásfüggvény felvétele
- Elméleti eloszlás illesztés
- Célmeghatározás
- Számítások elvégzése

Pokorádi szerint: „Matematikai szempontból technikai rendszerek és berendezések üzemeltetése egy diszkrét állapotterű, utóhatásmentes sztochasztikus folyamat” [48]

2.2 Idősorelemzés

Az idősorok adatai olyan mennyiségekre vonatkoznak, melyeket rendszeresen, meghatározott időközönként figyelnek meg. Lehetnek pénzügyi, közgazdaságtani, állományi és még számos más területről származó adatok, gyűjthetők évente, havonta, naponta, vagy akár óránként, stb. is. Fontos azonban, hogy az adatoknak időben rendezettnek kell lenniük, sorrendjük meghatározott, bár az egyenletes időköz nem feltétel (lehet pl. a mintavételezés naponta-naponta-hetente-kétnaponta stb.). [49] [50]

Az idősoros adatok használatának célja valamilyen modell segítségével elemezni az idősort az adatai összefüggésének megértése, és/vagy az idősor alapján történő előrejelzés céljából.

Az idősor elemzésének első lépése a karakterisztika megértése, majd ezt követi – amennyiben ez is cél – a jövőre vonatkozó becslés, a predikció. [51]

2.2.1 Az idősor meghatározása

Az idősor egy adatsorozat, amelyet általában egymást követő időpontokban mérnek. Matematikailag az

$$x_t \text{ függvény halmaza, ahol } t = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

és t az idő, és az x_t változót véletlenszerű változóként kezeljük. Az idősorban egy esemény során rögzített adatokat megfelelő időrendi sorrendbe rendezzük.

Egy idősort, amely egyetlen változó adatait tartalmazza, egyváltozósnak nevezzük, ha pedig egynél több változó adatait vesszük figyelembe, akkor többváltozósnak. Az idősor lehet folytonos vagy diszkrét. Folytonos idősor esetén a megfigyeléseket egy adott időintervallumban folyamatosan, minden időpontban mérjük, míg a diszkrét idősorok különálló időpontokban mért megfigyeléseket tartalmaznak. [52] Például hőmérséklet leolvasásokat, különböző folyadékáramlásokat, egy adott kémiai folyamat változását stb. folytonos idősorként (is) lehet rögzíteni. Másrészt egy adott város népessége, egy vállalat termelése, két különféle valuta közötti átváltási árfolyamok adott, különböző időpontokban mért adatai a diszkrét idősorokat képviselik. Ez esetben, általában, de nem szükségszerűen (ld. 2.2 alfejezet), az egymást követő megfigyeléseket azonos időközönként, például óránkénti, napi, heti, havi vagy éves időközönként rögzítjük.

A folytonos idősorok is átalakíthatók különálló, ezáltal akár diszkrét sorokká úgy, hogy meghatározott időközönkénti adathalmaz adatait egyesítjük. [53]

2.2.2 Egy idősor alkotóelemeinek vizsgálata

Az idősorokat általában négy fő összetevő határozza meg, amelyek leválaszthatók a megfigyelt adatoktól annak érdekében, hogy megértsük és meghatározhassuk az idősor karakterisztikáját, elemzés céljából. Ezek a komponensek a trend, a szezonális, a ciklus, és a véletlen, melyek jellemzői a következők: [54] [55]

- **Trend:** az idősorok azon tulajdonsága, mely során valamilyen általános tendencia meghatározott ideig fennáll. Ilyen a növekedés, a csökkenés vagy a stagnálás. A trend az idősorokban a hosszú távú folyamatokat írja le. Például a hazai sörfogyasztás növekedése évről évre, a születés kori várható élettartam növekedése, vagy az erőszakos bűncselekmények folyamatos csökkenő tendenciája (amennyiben egy idősorban a trend komponens ~konstans, a modellalkotás során nem lesz befolyásoló szerepe).
- **Szezonális:** az idősoron belüli szabályos vagy nem szabályos mozgás, mely sokszor például az évszakváltásokkal függ össze, így jelentését jellemzően csak hosszabb, éven túli adatokkal bíró idősorok alapján lehet felfedni és tanulmányozni. Ilyenek lehetnek a sör- illetve fagyaltfogyasztás nyári emelkedése, a gyapjúszövet eladások őszi emelkedése, vagy akár a Karácsonnyal összefüggő libamáj iránti kereslet szezonális növekedése.

Habár a szezonális eltérések feltárása sokszor nehéz az akár több évre vonatkozó idősor igénye miatt, fontos tényező lehet a mindennapi gyakorlatban is (idősortól függően) például az ipar, gazdaság, vagy akár agrárium és politika számára a megfelelő jövőbeli tervek kidolgozása során.

- Ciklus: az idősorok ciklustagja leírja a sorozat ultrarövid vagy középtávú változásait, amelyeket ciklusokban megismétlődő körülmények okoznak. A ciklus akár hosszabb időtartamra, két vagy annál több évre is kiterjedhet. A gazdasági és pénzügyi idősorok többsége valamilyen ciklikus eltérést mutat.
- Véletlen: szabálytalan mozgás, amely jellemzően nem mutat semmilyen szisztematikusságot, és többnyire sok, különböző véletlen hatás eredője. Megfelelő eljárásokkal az idősorra gyakorolt hatását a múltra vonatkozóan ki tudjuk mutatni, ám szabálytalan jellege miatt előre jelezni nem lehet.

Megjegyzés: a különböző nemzetközi irodalmak fenti fogalmakat gyakran különböző módon definiálják. Néhol a ciklus és szezonális tagokat a különböző leírásokban különböző időtávban határozzák meg (változó, hogy melyiket tekintik a hosszabb tagnak), míg sokszor összesen három komponenst azonosítanak, összevonva a ciklus- és szezonális tagokat. [56] [57]

Egy kellő gondossággal elvégzett elemzés esetén nagy jelentősége nincs a tagolás szóhasználatának és definíció szerinti időtávjának, ezért én azt a fogalomrendszert írtam le, amelyik számomra logikusabb.

A jelen dolgozat tárgyát képező idősor elemzésekor ugyanakkor kiderült egy jelenség, ami a ciklus- és szezonális tagok különválasztása mellett szól. Amennyiben együtt értelmezzük őket, ennél fogva esetleg csak egy algoritmust alkalmazunk az azonosításukra (pl. autokorrelációs vizsgálat), egy szignifikánsabb összefüggés „alatt” rejtve maradhat egy másik tag. Ez a jelenség ezáltal a karakterisztika nem megfelelő meghatározását, végső soron pedig a becslő modell pontatlanságát eredményezheti. Azt a látszatot is keltheti továbbá, hogy adott idősorra nem illeszthető a feladatnak megfelelő pontosságú modell.

Fontos jellemzője a fenti komponensekből álló idősoroknak a komponensek kapcsolata egymással. Figyelembe véve e négy alkotóelem hatásait, elkülönítjük egymástól az additív modellt, ahol a négy komponens hatása összeadódik, illetve a multiplikatív

modellt, ahol az elemek hatása összeszorózik. A multiplikatív modell azon a feltevésen alapul, hogy az idősorok négy alkotóeleme nem feltétlenül független, hanem egymást befolyásolhatják is. [58]

Matematikailag:

- Additív modell:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t - \text{lineáris trendtag esetén} \quad (2)$$

- Multiplikatív modell:

$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t - \text{exponenciális trendtag esetén} \quad (3)$$

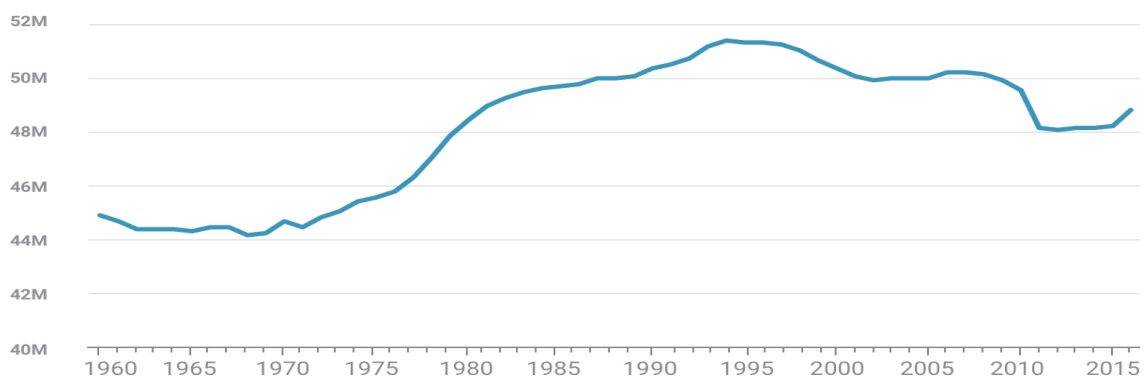
ahol a T,S,C és I jelölések a trend, szezonáltság, ciklus és hibtag (véletlen).

Léteznek olyan idősorok is, amelyekben a fenti komponensek nem azonosíthatók, azok esetében a karakterisztika megértéséhez más megközelítés szükséges (például sztochasztikus idősorelemzés). Erre fogunk részletezett példát és levezetést látni a 4. fejezetben. A fehérzaj pedig egy olyan szélsőséges idősor, amelynek csak véletlen komponense van, ezáltal nem prediktálható. [59]

2.2.3 Példák az idősor adataira

Idősoros megfigyelésekkel gyakran találkozunk olyan területeken, mint például az üzleti élet, a gazdaság, az ipar, a mérnöki és tudományos élet, stb. [60] A kívánt elemzés jellegétől és gyakorlati hasznától függően különféle típusú idősorok léteznek.

Egy idősort általában könnyen lehet grafikonon ábrázolni, ahol a megfigyeléseket a megfelelő időpontokhoz viszonyítva láthatjuk. A 3. és 4. ábrán, példaképpen, két eltérő tartalmú és jellegű idősor diagramot láthatunk.



3. ábra: A sörfogyasztás alakulása Németországban, forrás: [61]



4. ábra: HUF/EUR árfolyam alakulása az elmúlt két évtizedben, forrás: [62]

- A 3. ábra grafikonja a németországi sörfogyasztás összmenyiségi alakulását mutatja 1960 és 2015 között, a 15 és 59 éves populáció körében.
- A 4. ábra időSORa a napi árfolyamot mutatja a magyar forint és az euró között 1998 és 2020 között.

Látható, hogy bár mindkettő nagyon eltérő képet mutat, egyformán valamilyen időtávon észlelt mennyiségek, értékek, megfigyelések időbeli alakulását illusztrálja. Idősorelemzés esetén az első lépés az, hogy a vizsgálandó cél szerinti adatgyűjtéssel, vagy a már rendelkezésre álló adathalmaz megfelelő strukturálásával, fentiekhez hasonló diagramot kapjunk – a hozzá tartozó analitikával együtt.

2.2.4 Bevezetés az idősorelemzésbe

Az idősorelemzésnek nevezzük azt a gyakorlatot, amely során a vizsgálandó idősorhoz a megfelelő matematikai modellt illesztjük azzal a céllal, hogy megismerjük az idősor karakterisztikáját. [63] Az említett modellek olyan matematikai módszerek, amelyek segítségével az idősor egészének, vagy az elemeinek összefüggéseit tárhatjuk fel. A karakterisztika feltárása, azaz a viselkedés megértése alapul szolgálhat különféle jövőbeli előrejelzések, szimulációk elvégzésére. A módszer különösen azokban az egyébként gyakori esetekben hasznos, amikor nem rendelkezünk részletes ismerettel a mintával kapcsolatban, illetve ha a tapasztaltaknak hiányzik a magyarázó modellje. [64]

A jövőre vonatkozó becslések gyakran szolgálják stratégiai, és nagy nagyhatású döntések alapját, így pontosságuk, és a modellalkotás maradékkockázatának ismerete, különösen

fontos. Ezt, első lépésben, a megfelelő alkalmazandó modell kiválasztásával szolgálhatjuk, amely azonban nem mindig könnyű feladat.

Az elmúlt pár évtizedben, részben az informatika és számolási kapacitás fejlődése, részben pedig az ezzel is összefüggő autonóm jármű- és eszközfejlesztések, mesterséges intelligencia fejlesztések és egyéb legújabbkori tudományágak fejlődése miatt, sokasodtak és nagyot fejlődtek is a különböző előrejelzési modellek.

Látni fogjuk, hogy bár a megfelelő matematikai szoftverek (pl. Matlab, R) segítségével elérhető, hogy a modellek számításait ne kelljen teljesen manuálisan levezetni, a modellek, és főleg azokon belüli különböző célalgoritmusok számának drasztikus növekedése megnehezíti a kutatók számára a mindenkor célszerű modell és algoritmus kiválasztását. Alábbiakban a megfelelő megközelítés elméleti lépéseit elemzem. [65]

- 1) Megértés: első lépésben megpróbáljuk megérteni az idősort. Valamilyen egyszerű matematikai modell segítségével (pl. trendelemzés, ciklustag vizsgálat) megpróbáljuk megkeresni, hogy van-e benne valamilyen visszatérő szabályosság, illetve lineáris vagy exponenciális trend. Ezek egy része akár ránézésre is látszik (például ahogyan a 2.2.3. pontban látható, az árfolyam alakulását vizualizáló diagram növekvő tendenciája nyilvánvaló), míg mások rejtve maradnak a szemnek, és csupán a megfelelő matematikai módszerek alkalmazásával mutatkoznak meg. Minden idősor vizsgálatakor számolni kell továbbá a véletlen komponens jelenlétével is.
- 2) Magyarázat: második lépésben az imént feltárt jellemzők alapján megpróbáljuk értelmezni az idősort, más szóval meghatározni a karakterisztikáját. Leírjuk például az időben zajló események kapcsolatát, mondjuk regressziós modellekkel.
- 3) Előrejelzés: az idősorelemzések leggyakoribb célja a feltárt és értelmezett karakterisztika alapján megkísérelt becslés. A konkrét idősort leíró modell előrejelző képességének valószínűsége kiszámítható, robusztusságát jellemzően a rendelkezésre álló historikus adatok mennyisége, az előrejelzés időtávja, és a predikció célja határozzák meg. E témakörben is, mint ahogy a biztonságtudomány megannyi témakörében is, jelentős szerepe van a MOA szempontnak (Mission Oriented Application, magyarul feladatorientált alkalmazás). Nem mindegy ugyanis, hogy sebészeti célra fordított, nagypontosságú előrejelzésre van szükségünk, vagy valamilyen gazdasági változás jóslására, mely „elbír” nagyobb pontatlanságot is. Utóbbira jellemző példa jelen kutatás is, ahol még a legjobb iparági módszerek is csak

10% körüli becsléssel dolgoznak (ld. tudományos probléma megfogalmazása, „Gyakorlati példa 2”).

A szükséges lépések betartása, és megfelelő matematikai modell kiválasztása elengedhetetlen annak érdekében, hogy az előrejelzés az elvárásoknak megfelelő pontosságú eredményt adjon.

2.3 Determinisztikus idősorelemzés

A determinisztikus idősorelemzés alapvetése, hogy minden előre elrendelt, az események előre determinált pályán mozognak. [66] Ebből a logikából kiindulva, meg kell ismerni ezt a pályát annak érdekében, hogy megfelelő, jövőre vonatkozó becslést tudjunk adni.

Additív modell:
$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \quad (4)$$

Multiplikatív modell:
$$Y_t = T_t \times S_t \times C_t \times I_t \quad (5)$$

Ez az egyik legáltalánosabban alkalmazott modell típus, melyet azért nevezünk determinisztikusnak, mert az idősornak csupán a determinisztikus komponenseit veszi figyelembe. Ezek a trend, szezonális és ciklus, amelyek egyenkénti meghatározásával (dekompozícióval) igyekszünk a modellt teljesen determinisztikusként értelmezni, a véletlen komponens pedig a lehető leginkább kiküszöbölni (ld. még 2.2.2 pont).

A véletlen komponens azon hatások összessége, amelyek a determinisztikusan modellezett függvény körüli sztochasztikus ingadozásokért felel. Amennyiben megfelelő a modellalkotásunk, ez a komponens lesz majd a maradékkockázatunk, a becslés bizonytalansága. [67] Fontos azonban tudni, hogy a nem megfelelő, vagy csupán nem ideális vizsgálati modell kiválasztása, vagy nem kellő körültekintéssel alkalmazott algoritmus(ok) keltheti(k) azt a látszatot, hogy a véletlen komponens nagyobb, mint valójában. Ismét hangsúlyozom, hogy a megfelelő elemzés elengedhetetlen a kellő pontosságú végeredmény eléréséhez.

2.4 Sztochasztikus idősorelemzés

Amíg a módszerek egyik csoportja elfogadja, hogy minden előre elrendelt, addig a másik csoport ezt másképpen közelíti meg. A determinisztikus modellekben a véletlen passzív komponens, és nem képezi lényeges alkotóelemét a modellnek. Ebből következően akkor

tekinthetjük jónak a megalkotott modellt, ha a hibatag (véletlen) minél kisebb hatást gyakorol a folyamatra.

A sztochasztikus modellek esetében, ezzel szemben, a véletlen a folyamat alkotóelemévé, aktív részévé válik. A sztochasztikus és determinisztikus idősorelemzés közötti alapvető elvi különbség, hogy ugyan a sztochasztikus modell is ad egy becsült értéket az idősor adott jövőbeli értékére, és e modell is feltételezi, hogy a valós érték ettől véletlen módon eltér, ám abból indul ki, hogy a mindenkori véletlen eltérésnek később is hatása lesz, az idősor későbbi alakulását is befolyásolja. [68]

Úgy is fogalmazhatunk, hogy egy adott időbeli (véletlen) eltérés befolyásolja a későbbi értékeket is, azaz a véletlennek e felfogás szerint folyamatépítő szerepe van.

A megközelítést gyakran alkalmazzák például különböző közgazdasági, azon belül pénzügyi idősorok modellezésére; elsősorban rövidtávra. Ennek logikai alapja az olyan nyilvánvalóan nem ciklus-, trend- vagy szezonhatások előfordulása, melyek azonban kalkulálható hatással lehetnek bizonyos eseményekre, piacokra: ilyen akár a mostani (2020-21-es) járványügyi helyzet is, ha ezt egy valamely releváns idősor hatásai között érzékeljük.

Többféle idősorelemző modell létezik, melyek különböző sztochasztikus folyamatokat reprezentálnak. Az irodalomban a két legelterjedtebben alkalmazott lineáris idősor modell az autoregresszív (AR) és mozgóátlag (MA) modell, illetve az ezek kombinációjából és kiegészítésével alkalmazott például autoregresszív mozgó átlag (ARMA), az autoregresszív integrált mozgó átlag (ARIMA) modellek, továbbá az autoregresszív frakcionálisan integrált mozgó átlag (ARFIMA), és szezonális autoregresszív integrált mozgóátlag (SARIMA) stb. [69]

Az ARIMA modell és annak különböző variációi a szintén elterjedt Box-Jenkins elven alapulnak, tehát ezeket Box-Jenkins modelleknek is nevezik. [70]

Vannak további idősorelemző módszerek is, például ARCH, GARCH, EGARCH, TAR, NAR, NMA stb. Ezek alkalmazhatóságát a vizsgálatom tárgyát képező idősor szempontjából megvizsgáltam, és miután kritériumaik miatt szabályosan nem használhatók, ezek részletes bemutatását nem tartom indokoltnak. [71] Arra azonban mindenképpen nagy hangsúlyt fektetek, hogy – összhangban az eddig leírtakkal – körültekintően járjak el a modellválasztásnál. Kutatásom során a sztochasztikus

idősorelemzés alkalmazhatóságát is figyelembe veszem, majd kiválasztom a legmegfelelőbb modellt a kívánt cél elérése érdekében.

2.5 Következtetés, teendők

Egy munkavállalói állomány rendelkezésre állásának adathalmazáról, a fentiek alapján, könnyű belátni, hogy idősornak tekinthető, hiszen megfelel a fejezet elején definiált azon kritériumnak, mely szerint olyan mennyiségekre vonatkozik, melyeket rendszeresen, meghatározott időközönként figyelnek meg.

Ebből kiindulva - következtetésem szerint -, egy vállalat meglévő munkavállalói állományának tetszőleges jövőbeni időpontra vonatkozó jelenléti rátája kellő pontossággal prediktálható egy megfelelően karakterizált, és alkalmas módszer szerint kidolgozott idősorelemzés valószínűségi modelljével.

Két dolog vár tisztázásra:

- Determinisztikus vagy sztochasztikus elemzést kell-e végezni, esetleg mindkettőt. Látni fogjuk, hogy alkalmazhatóságuk, matematikai szempontból azon múlik, hogy megfelelnek-e azon kritériumoknak, amelyek alapján egyik vagy másik, esetleg mindkét megközelítés lehetségessé válik. [70]
- Az üzleti cél elérését szolgáló pontosságú becslést tudok-e készíteni.

A fentiek tisztázásához, a kívánt eredmény eléréséhez tudnunk kell milyen matematikai és adatelemzési feladatokat szükséges elvégezni. Kutatásaim alapján ugyanis e lépések és azok helyes sorrendje az egyik kulcsa a megfelelő matematikai modellezés sikerének.

Fontos látni a kiindulási helyzetet és a bizonytalanságot okozó tényezőket, melyeket a „Kutatási módszerek” pontban sorra vettem. A teendőket a következőkben foglalom össze, három szakaszra bontva.

Első lépésben:

- Megvizsgálom, hogy egy ilyen célkitűzés eléréséhez az idősorelemzés megoldást jelent-e, és milyen kiegészítések mellett lehetséges az adatok leválogatása, minősítése, és a modellalkotás.
- A projekt során meghatározom, hogy az üzemekben gyűjtött adatok közül melyik milyen minőségű egy idősorelemzés során.

- Meghatározom, hogy milyen mennyiségű és minőségű adattal lehetséges a kívánt pontosságú előrejelzés (matematikailag elegendő lehet akár már háromhavi adattal dolgozni, ám a vizsgálat tárgya - munkavállalói csoportok jelenlétének várható alakulása - célszerűvé teszi egy egész év elemzését. Meg kell vizsgálnom, hogy az esetleges éven túlnyúló szezonális hatások statisztikailag relevanciát mutatnak-e, s ha igen, többéves adatot célszerű tekintenem).
- Meghatározom a fejlesztéshez szükséges lépéssort, fejlesztési folyamatot.

Második lépésben:

- Megfelelő mennyiségű és minőségű historikus adatot kell gyűjtenem a vizsgálandó állomány hiányzási statisztikáiról.
- Az esetleges szezonális eseményeket a becslésnél a megfelelő szezonokra kell alkalmaznom.
- A bármilyen rendkívülinek ítélt, a jövő szempontjából irreleváns eseményt figyelmen kívül kell hagynom.
- Meg kell határoznom az adatok statisztikai jellemzőit.
- Meg kell határoznom a megcélzandó százalékos rendelkezésre állási valószínűséget.

Harmadik lépésben:

- Elvégzem a számításokat.
- Alkalmazom a modellt.

A számításokat, korábbi tapasztalatok okán, R statisztikai adatelemző szoftverben fogom elvégezni, de például a MATLAB vagy IBM SPSS szoftverek is alkalmas eszközök erre a célra.

3 TAPASZTALATI IDŐSOR MODELLEZÉSE A SZTOCHASZTIKUS FOLYAMATOK ELMÉLETÉVEL

Az előző fejezetekből kiderült, hogy milyen nagy hatása van a cégek üzleti folyamataira a megfelelően optimalizált beosztástervezésnek, illetve milyen jogi és üzleti keretek között kell, (lehet) a feladatot elvégezni. Az állományi optimumkeresés célja, hogy mindenkor a megfelelő számú és kompetenciájú munkaerő álljon rendelkezésre. Amennyiben a kompetencia kérdéskörétől – ami nem tárgya e dolgozatnak – eltekintünk, marad a számosság kérdése.

A termelővállalatok, különböző paraméterek alapján, mint például a megrendelési mennyiség, technológia, tervek, stb., pontosan tudják, hogy mikor, hány embernek kell felvennie a munkát. A cél az, hogy ezt a számot a legjobban megközelítsük, és lehetőleg ne alulról. A megvalósulást befolyásolja, hogy a beosztott sokaság egy eddig tudományosan nem meghatározott része nem fog rendelkezésre állni az adott műszakkezdetkor. Kutatásom során arra keresem a választ, hogy lehet-e a korábban leírtaknál igazoltan pontosabb becslést adni a várhatóan megjelenők számáról oly módon, hogy a megoldás figyelembe vegye a vonatkozó adatvédelmi és egyéb előírásokat, és automatikus adatgyűjtés során rögzített adattömegeből dolgozzon.

Jelen fejezetben azt vizsgálom, hogy historikus adatok ismeretében egyáltalán modellezhető-e egy adott munkavállalói állomány jövőbeli rendelkezésre állása, és meghatározható-e a teljes állomány beosztásának karakterisztikája. E munka során, adatvédelmi okokból, nem dolgozhatok személyes adatokkal. Feltételezem azonban – és kutatásomat eleve így is kezdem –, hogy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állása valószínűségi becsléséhez nincs szükség személyes adatok ismeretére, ezáltal a prediktív matematikai modell jogszerűen használható tetszőleges sokaságra. [72]

3.1 Matematikai modell

A vizsgálni kívánt adattömeg MySQL adatbázis-kezelő szoftverben áll rendelkezésre, amit a Login Autonom Kft. EASE++ Workhour és Holiday szoftverei táplálnak valós idejű, automatikus adatrögzítéssel. A folyamat első lépéseként az adatbázisból kinyertem (exportáltam) az anonimizált adatokat Microsoft Excel táblázatkezelő szoftverbe, amit a

kezelhetőség miatt célszerű megtenni. Az így kinyert adathalmazt a cél és a vonatkozó adatvédelmi elvárásoknak megfelelően leszűrtem, az alábbiak szerint.

Arra voltam kíváncsi, hogy hányan voltak mikorra beosztva, és ezek közül hányan nem jöttek be, előzetes értesítés nélkül (a pontos személy nem, csak sokaság vizsgálható – ld. 1.6 alfejezet). Időtáv szerint nem releváns, hogy a beosztás mennyivel a műszakkezdés előtt történt, csak az, hogy végül hányan vették fel a műszakot, illetve a nem megjelent állományból hányan nem szóltak előtte, hogy nem fognak dolgozni.

A pontosság kedvéért érdemes megvizsgálni, hogy miért mindegy a beosztás időpontja, amennyiben az minimum 96 órával műszakkezdés előtt történt, és honnan tudható, hogy nem szóltak időben előre a távolmaradásról, továbbá, hogy mit jelent időben szólani.

Beosztás időpontja: vállalatonként eltér a gyakorlat. A legelterjedtebb módszer – ahol van szoftveres segítség, mint például a vizsgált cég esetében használt EASE++ –, hogy egy évre előre beosztják a teljes állományt és minden munkarendet. A munkavégzés napjának közeledtével, de maximum egy héttel azt megelőzően [73], a kivételek (szabadság, betegség, kilépés stb.) és aktuális üzleti kihívások alapján pontosítják a beosztást.

Helyenként létezik a csak heti-kétheti beosztás, míg máshol havi-negyedévi, majd heti pontosítás. A lényeg, hogy teljesüljön a legalább 96 órás kritérium.

Időben szólni: a Munka törvénykönyve vonatkozó paragrafusai szerint a napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban jelezni kell a munkavállaló felé, ha a beosztásában változás következik be. Ellenkező esetben - a módosításba történő beleegyezése esetén is – pótlék jár neki az új beosztás szerinti ledolgozott óráira, határidőn túli átosztás miatt [74]. Tekintettel arra, hogy ez a munkáltató számára kerülendő többletköltséget jelent, az „időben szólni, hogy nem fogok tudni munkába állni” minimum 4 nappal korábbi bejelentést feltételez.

Honnan tudható, hogy nem szólt időben: fontos tisztázni egy adattömeg elemzésekor, hogy milyen információk állnak rendelkezésünkre, illetve azok milyen releváns jelentést hordoznak magukban. Ez esetben, anonimizált adatokról lévén szó, a beosztás/átosztás időpontja utal a felvetett kérdésre. Amennyiben ugyanis az adott műszakkezdést megelőző 96 órán belül történt a módosítás – akár a műszakot követő időszakban (azaz az óraadat negatív szám) –, úgy a fentieket kimerítettük, a feltevés igazolt.

Az 5. ábrán a személyes adatokat nem tartalmazó, részlegesen szűrt, kiindulási Excel fájl egy részletének képe látható.

date	emp_id	name	wsbu_created_on	ea_status	ea_created_on	Egységenkénti beosztás Hány nap telt el a beosztott nap és a beosztás között	Egységenkénti beosztást módosították Egyéni beosztásra ennyi nappal az adott munkanap előtt	Távollét kiírása az adott munkanaphoz képest napban
2019-01-02 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	463	EMPTHY	-27
2019-01-03 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	464	EMPTHY	-26
2019-01-04 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	465	EMPTHY	-25
2019-01-05 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	466	EMPTHY	-24
2019-01-06 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	467	EMPTHY	-23
2019-01-07 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	468	EMPTHY	-22
2019-01-08 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	469	EMPTHY	-21
2019-01-09 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	470	EMPTHY	-20
2019-01-10 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	471	EMPTHY	-19
2019-01-11 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	472	EMPTHY	-18
2019-01-12 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	473	EMPTHY	-17
2019-01-13 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	474	EMPTHY	-16
2019-01-14 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	475	EMPTHY	-15
2019-01-15 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	476	EMPTHY	-14
2019-01-16 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	477	EMPTHY	-13
2019-01-17 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	478	EMPTHY	-12
2019-01-18 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	479	EMPTHY	-11
2019-01-19 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	480	EMPTHY	-10
2019-01-20 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-29 08:14	481	EMPTHY	-9
2019-01-21 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:25	482	EMPTHY	-1
2019-01-22 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	483	EMPTHY	0
2019-01-23 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			484	EMPTHY	EMPTHY
2019-01-24 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			485	EMPTHY	EMPTHY
2019-01-25 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			486	EMPTHY	EMPTHY
2019-01-26 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	487	EMPTHY	4
2019-01-27 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	488	EMPTHY	5
2019-01-28 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	489	EMPTHY	6
2019-01-29 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			490	EMPTHY	EMPTHY
2019-01-30 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			491	EMPTHY	EMPTHY
2019-01-31 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			492	EMPTHY	EMPTHY
2019-02-01 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	493	EMPTHY	10
2019-02-02 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	494	EMPTHY	11
2019-02-03 00:00	511038	12 órás du (18:00-06:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	495	EMPTHY	12
2019-02-04 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			496	EMPTHY	EMPTHY
2019-02-05 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			497	EMPTHY	EMPTHY
2019-02-06 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			498	EMPTHY	EMPTHY
2019-02-07 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	499	EMPTHY	16
2019-02-08 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	500	EMPTHY	17
2019-02-09 00:00	511038	12 órás de (06:00-18:00)	2017-09-26 08:19	2	2019-01-22 10:27	501	EMPTHY	18
2019-02-10 00:00	511038	Pihenőnap	2017-09-26 08:19			502	EMPTHY	EMPTHY

5. ábra: Részlegesen szűrt adatokat tartalmazó Excel-részlet, forrás: saját szerkesztés

Az adatszűrést követően az Excelt konvertáltam CSV (Comma-Separated Values) text fájlba (6. ábra), amit a későbbi felhasználás miatt célszerű megtenni. Maradhatott volna Excelben is, de a matematikai programnyelvben történő további használat miatt döntöttem az egyszerűbben kezelhető CSV mellett. [75]

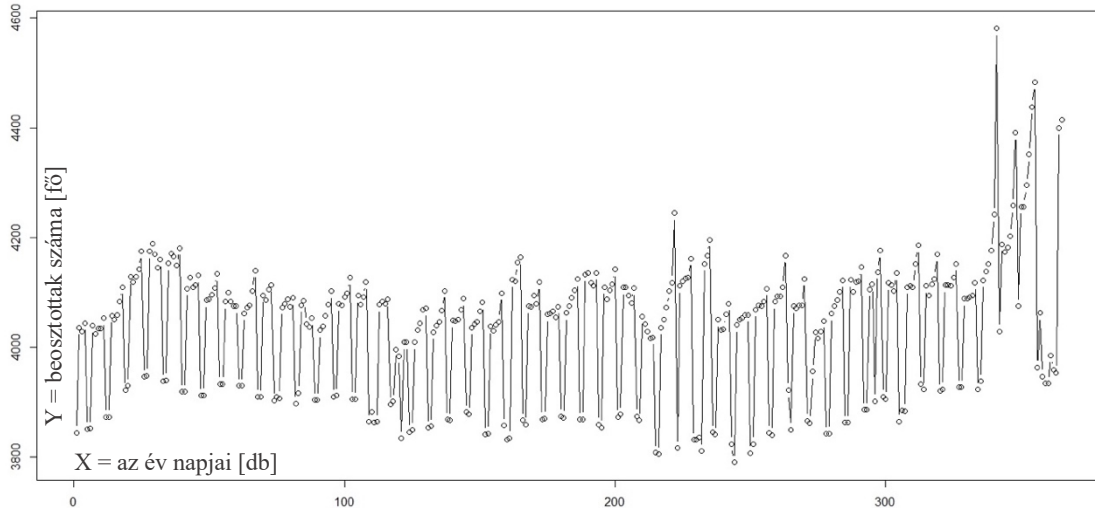
Egységenkénti beosztás Hány nap telt el	Egységenkénti beosztást módosították Egyéni beosztásra ennyi nappal	Távollét kiírása az adott munkanaphoz képest
523	0	2
91	2	0
5	0	0
6	1	1
7	2	2
464	-1	-1
70	0	1
71	1	2
444	0	-1
408	2	2
61	2	2
238	0	0
238	0	0
44	-1	-1
84	-1	-1
528	0	0
48	0	0
49	1	1
147	-1	-1
148	0	0
149	1	1

6. ábra: Szűrt adatokat tartalmazó CSV-részlet, forrás: saját szerkesztés

Az értelmezett és szűrt CSV formátumú adathalmazt betöltöttem R programnyelvbe, feldolgozásra.

3.1.1 Idősor ábrázolása

Első lépésként ábrázoltam a teljes, éves idősort az összebeosztotti létszámra, ezt mutatja a 7. ábra. A feladat az, hogy meghatározzuk a rejtett motívumokat, a karakterisztikáját, hogy viselkedik ez az idősor, annak érdekében, hogy megértsük a lefutását.



7. ábra: Teljes tapasztalati idősor az összebeosztottakra, forrás: saját szerkesztés

Három dolgot látunk a függvényképből:

- A napi beosztás számok ~ 3800 és ~ 4600 fő között alakulnak;
- Az év végén látható egy emelkedés a beosztotti létszámban;
- Látszólag ciklikusan kevesebb embert osztanak be.

A második fejezetben leírtam a dekompozíció jelentőségét és logikáját, most a gyakorlatban fogjuk látni ennek alkalmazását. A négy tényező a trend, szezonális, ciklus és véletlen. [76]

3.1.2 Autokorrelációs vizsgálat (ACF)

Első elemzési lépésben megvizsgálom az autokorrelációt. Az autokorrelációs függvény vizsgálatakor azt vizsgáljuk, hogy az idősor mennyiben hasonlít valamilyen időben eltolatott változatára. [77] Vesszük az adatsort, összevetjük először önmagával, majd az egy egységgel eltolatott adatsorral, majd az elsőt a két egységgel eltolással, és így tovább, akár a teljes rendelkezésre álló idősorra, akár valamilyen határig.

Ha $t=0,1,2,3,\dots,t(n)$, és az értékek ez esetben a beosztottak száma, megvizsgáljuk, hogy mennyiben korrelál az adatsor önmagához, majd az egy egységgel eltolatott adatsorhoz, a kettővel, és így tovább. A lépésközt lag-nek is nevezik. [78]

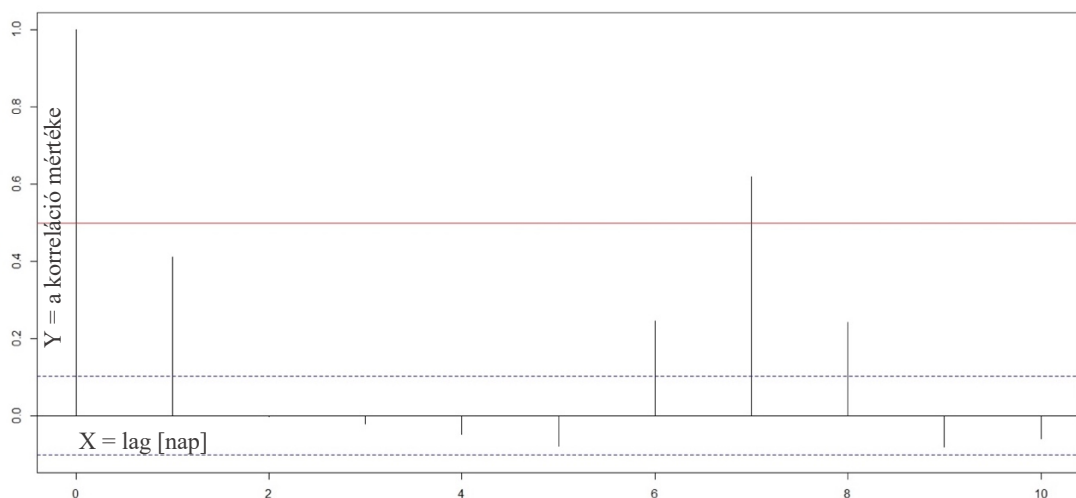
Könnyű belátni, hogy ha egy adott lag-nél a korreláció jelentős, az egyben azt is jelenti, hogy van az eredeti függvényben valamilyen ciklustag. Ha az érték 1 lenne, az azt

jelentené, hogy a két érték 100% bizonyossággal számolható egymásból, ami általában az érték önmagával való összevetésében van (t_0 a t_0 -val a mi esetünkben).

Ha egy 5-ös lag-nél kapnánk egy 1-es korrelációt, az azt jelentené, hogy 5 lépésközönként ismétlődik az idősor. Az autokorreláció hiánya azt jelenti, hogy a vizsgált változó időbeli alakulása nem magyarázható saját korábbi értékeivel, azaz egy időbeli függetlenséget jelöl. [79]

A konkrét teljes idősort nézve az látszik, hogy pár naponként kevesebb embert osztanak be, és ez esetleg ciklusnak is tekinthető. Először 20 napra, majd a kapott eredmények alapján 10 napra vizsgáltam meg az idősort, autokorrelációs céllal.

Nem feltétlenül szükséges a függvényt magunknak meghatározni és végigszámolni, mert erre vannak kész függvények, melyeket az R szoftver is ismer. Ebben az esetben a ciklustag meglétét az ACF (Auto Correlation Function) függvénnyel vizsgálom, melyet a 8. ábra illusztrál. [80] Az x-tengelyen a napok láthatók, az y-tengelyen a korreláció mértéke. Itt 1 a maximum értelmezhető érték, ami 100%-os korrelációt mutat, fentiek szerint.



8. ábra: ACF diagram az eredeti idősorra, forrás: saját szerkesztés

A 9. ábra a kapott értékek analitikáját tartalmazza, szintén R-ből kinyerve.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.000	0.411	-0.002	-0.021	-0.049	-0.079	0.246	0.619	0.242	-0.081	-0.061

9. ábra: ACF vizsgálat eredménye, forrás: saját szerkesztés

A függvény elemzésének első lépése, hogy megnézzük, hol a legnagyobb a korrelációs együttható, mert ott a legnagyobb a korreláció. Ha ezt megtaláljuk, akkor sejthető, hogy

annál a lag-nél valamilyen mértékű korreláció. Ez esetben azt kell tudni eldönteni, hogy a mérték elegendő-e ahhoz, hogy kijelenthessük, erős az összefüggés, és abból következtetéseket vonjunk le. A 0,5, azaz 50% az a szignifikancia határ, ami felett azt mondhatjuk, hogy van összefüggés a két változó között, az alatt pedig mindenképpen további vizsgálatot igényel az idősor e szempontból. [63] [81]

Látjuk, hogy a hétnél kijött 0,619 (61,9%) korreláció, ami erősnek tekinthető, míg az összes többi gyenge. Matematikailag annyit látok benne ez alapján, hogy 7 naponta valami történik a beosztásokban, amire elmondható, hogy összefüggés van.

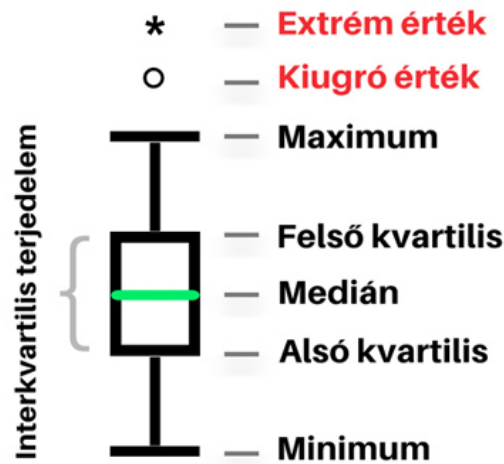
Tekintettel arra, hogy a vizsgált idősor valós éves műszakbeosztásokat tartalmaz, érdekes megpróbálni értelmezni is az eredményt – amely értelmezés az idősor karakterisztikájának megértéséhez nem kell, de a dolgozat és annak eredménye szempontjából lehet jelentősége. A mi esetünkben a 7 naponkénti összefüggés valamilyen heti „ismétlődést” sejtet, ami szakmailag is logikusnak tűnik (ld. 1.3 alfejezet), mert a heti tervezés a legelterjedtebb gyakorlat. Léteznek azonban olyan cégek, iparágak is, ahol kétheti vagy hosszabb tervezés folyik, illetve bizonyos ciklikusságot technológiai jellemzők is indokolhatnak. Ez utóbbira példa az autógyárak korábbi gyakorlata, mely során 2-4 napig azonos színű karosszériákat fényeztek, majd géptisztítás után váltottak, és ez az átállás napjának produktivitását (ezáltal beosztását is) befolyásolta.

Az ACF függvénnyel a hétnapos ciklus létezését tudtam kimutatni, amely meghatározza, hogy milyen intervallumban érdemes gondolkodnom modellalkotáskor.

3.1.3 Doboz ábra (Box Plot diagram)

A következő lépésben készítettem egy úgynevezett doboz ábrát (10. ábra), szintén az idősor karakterisztikájának értelmezését segítő.

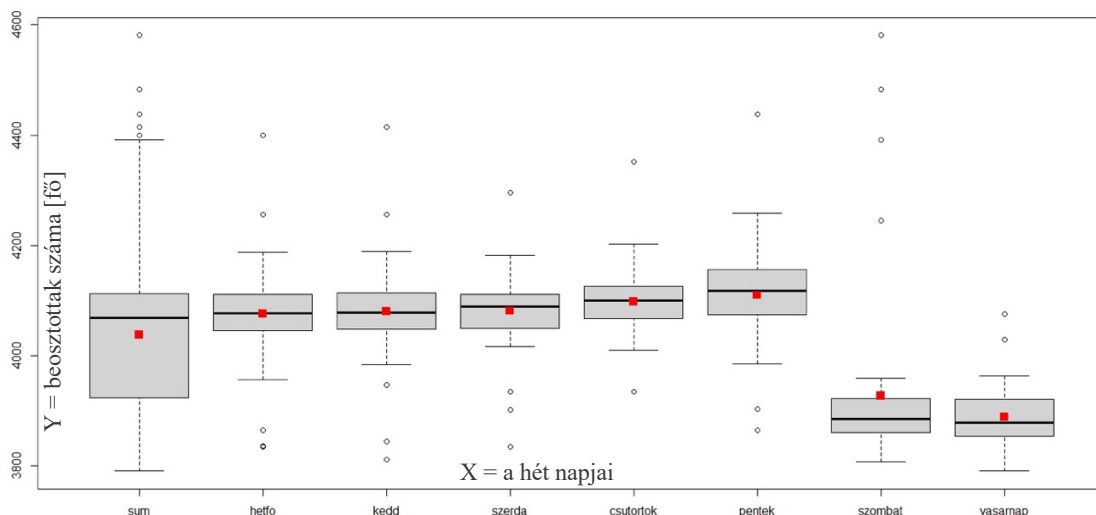
A doboz ábra, más néven Box Plot (bizonyos forrásokban Boxplot) diagram, egy grafikus adatösszegzési módszer, amelyet statisztikai elemzésekhez szoktak használni, és a minták eseteinek elhelyezkedését szemlélteti. [82]



10. ábra: Doboz ábra felépítése, forrás: [83]

A téglalap két vége az úgynevezett interkvartilis terjedelem [84], továbbá megjelennek benne a medián és gyakran az átlag is, valamint a különböző kiugró értékek (a mi esetünkben például ilyenek a hibatagoknak tekinthető extrém értékek). A legnagyobb és legkisebb értékeket egy-egy szakasszal vagy talppal ábrázoljuk, ezek az alsó és felső szakaszok végpontjain helyezkednek el, valamint a téglalap két rövid oldala közötti szakasz tartalmazza a populáció középső 50%-át. Mindez vizuálisan is megjeleníti és információt ad az adatok eloszlásáról. [85]

A 11. ábrán a vizsgált adatsor dobozait ábrázoltam R-ben, és látható – főleg az első, összegzett diagram aszimmetriájából –, hogy az adatok tekintetében nem normáeloszlásról beszélhetünk. A milyenségéről ez az eszköz nem ad információt, de nem is ez a célja, és ez a vizsgálatunk szempontjából sem lényeges.



11. ábra: Doboz ábra az összbeosztottakra, forrás: saját szerkesztés

A 2. táblázat tartalmazza az ábrázoltak analitikáját.

2. táblázat: Az összbeosztottak statisztikai mérőszámai, forrás: saját szerkesztés

	minimum	maximum	medián	átlag	szórás
összesítés	3790	4581	4068	4037,11	122,4003
hétfő	3835	4400	4076	4075,365	87,28565
kedd	3811	4414	4078	4080,415	84,43373
szerda	3834	4295	4089	4080,692	67,75114
csütörtök	3934	4351	4100	4097,885	59,37011
péntek	3864	4438	4118	4109,346	90,59669
szombat	3807	4581	3885,5	3926,269	153,6362
vasárnap	3790	4075	3878	3888,962	52,39966

Egyértelműen mutatja az ábra a két hétvégi nap általánosan kevesebb összbeosztotti létszámát, ami alátámasztja az autokorrelációs vizsgálat során felfedezett hétnapos ciklust. Hétfőtől péntekig nagyjából egyenletes a beosztotti létszám, hétvégén körülbelül kétszáz emberrel kevesebbet terveznek (~3900 és ~4100). Kutatásom a továbbiakban kiterjed ennek a jelenségnek a jelenléti számokra és arányokra gyakorolt hatásának vizsgálatára is.

A kiugró (outlier) elemek értelmezése is fontos. Az ábra ezeket kiválóan szemlélteti (üres körök jelzik az egyes pontokat), lehetőséget adva a gyakorlati elemzésre.

Amennyiben kizárólag matematikailag közelítem a kérdést, és nincs semmilyen háttérinformációm az adatsorhoz, ezekkel a pontokkal nincs teendőm. Az idősoelemzés egyik fontos tulajdonsága, hogy alkalmazása révén lehetőség van kiegészítő információk nélkül is meghatározni egy karakterisztikát, majd becsléseket végezni. Tudomásul kell venni, hogy léteznek kiugró elemek, és létezésük a felállítandó modell megbízhatóságát valamilyen mértékben rontani fogja. Jó hír, hogy ez esetben számosságuk relatív csekély, nem éri el a teljes adathalmaz darabszámának egy százalékát sem.

Amennyiben a modellt a valóságban is alkalmazni szeretnénk – mint ahogy szándékom szerint további kutatások és fejlesztések nyomán termékesíteni szeretném az eredményeket –, fontos a kiugró elemek gyakorlati okait is feltárni. Ezek ugyanis speciális adatok. [86] Az okok keresendők, de vélelmezhető, hogy ezeken a napokon történt valami, ami az általános gyakorlattól eltér. A 12. ábrán a kiugró adatok naptári hét napjai szerinti eloszlását látjuk, szintén R-ből, ahol 0-hétfő, ..., 6-vasárnap.

0	1	2	3	4	5	6
5	5	4	2	4	4	2

12. ábra: A kiugró elemek naponkénti eloszlása az összebeosztotti idősorban, forrás saját szerkesztés

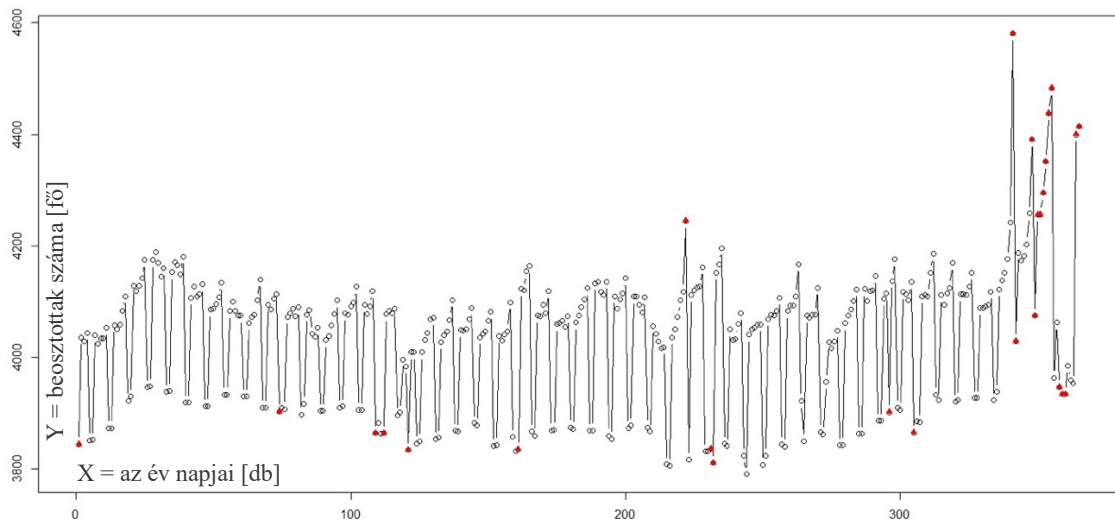
A hétköznapra eső alacsonyabb beosztási számok például hétvégi nagyságrendben mozognak, ami felveti a hétköznapra eső ünnepnap kérdését. A cég folyamatosan termel, ünnepnapokon is, mint ahogy az az időorból látszik (nincs benne nullás beosztású nap). Ennek megválaszolásához elegendő megnézni a konkrét napokat, és összenézni az aktuális naptárral.

Magyarországi hagyomány továbbá, minthogy Európában máshol nem alkalmazzák, az áthelyezett munkanap jelensége. 2020-ban például augusztus 20. csütörtökre esett, a pénteki nap pihenőnap lett, és át lett helyezve augusztus 29., szombatra. Ezzel máris keletkezett +1 „hétvégi” nap, mely péntekre esett, valamint egy péntekként funkcionáló szombat. A különböző egyéb beosztási szélsőértékeknek jellemzően vállalaton belüli okai lehetnek, ilyen egy esetleges technológia váltás, határidős szállítási esemény, szervezeti átalakítás, hogy csak néhányat említsek. Amennyiben ezekkel kapcsolatos adatok rendelkezésre állnak, érdemes azokat is megtudni, csökkentendő a nem ismert okok miatti kiugró elemek számát. Ezt azért fontos megérteni, mert az adatokat megfelelően értelmezve és kezelve, jobban fogjuk érteni a idősort, ezáltal pedig nagyobb gyakorlati hasznot tud majd eredményezni a modell egy adott cégnél.

Visszatérve az elemzéshez, a kiugró elemek valós hátterével külön nem foglalkozom, hanem megpróbálom a karakterisztikát ezzel együtt meghatározni.

3.1.4 Kiugró (Outlier) elemek vizsgálata

A következő lépésben a kiugró elemeket elemzem matematikai szempontból. A 13. ábra egy szemléltető grafikon, nem a konkrét elemzés egy következő lépése. Piros színnel jelöltem meg a kiugró elemeket, amiből most a héten belüli után az éven belüli eloszlásuk látszik. Eszerint év vége felé szaporodnak el jobban, amikor az összebeosztások száma is magasabb.



13. ábra: Az összebeosztottak tapasztalati időszora a kiugró elemek megjelölésével, forrás: saját szerkesztés

Itt is igazak a fent leírtak, miszerint amennyiben van lehetőségünk informálódni a szervezettől, az segítheti a megértést, ám az elemzés ezek nélkül is elvégezhető.

A szóban forgó vállalat autóalkatrész gyár, és a jellemzően naptári évvel egybeeső üzleti év végi „hajrá” az automotive szektorban általános jelenségnek mondható. A Just-In-Time [87] rendszerben történő vevőkiszolgálás miatt ráadásul az alkatrész gyártás és beépítés között sem telik el annyi idő, ami logikai alapon korábbra kellene, hogy datálja a termelési felfutást.

Érdekes és egyben elkerülhetetlen megvizsgálni, hogy a látszólagos beosztási növekedés matematikailag is szignifikánsan emelkedő trendnek tekinthető-e, azaz van-e valós trendtagunk ebben az idősorban.

3.1.5 Trend komponens vizsgálata

A trendelemzés az idősorok vizsgálatának egyik alapja, ennek elméletével foglalkoztam a második fejezetben. Többféle trend létezik: lineáris, exponenciális, logaritmikus, polinomiális stb., amelyek vizsgálata részben különböző módszerekkel történik.

Első körben, mind az idősor képe, mind pedig az egyszerűség miatt, a lineáris trend vizsgálatával kezdem. A modell alapötlete az, hogy megpróbálunk egy lineáris függvényt illeszteni az adatpontjainkra. Tekintettel e lineáris regresszióknak nevezett vizsgálat jelentőségére [88], az alábbiakban a levezetésének főbb lépéseit is szemléltetem.

$$\hat{y} = a x + b \quad (6)$$

alakban keressük a megoldást. [89]

Az

$$SSE = \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (7)$$

mértéket kell minimalizálnunk a legkisebb négyzetek módszerével, ahol az SSE = Sum of Squared Errors. [90]

Behelyettesítünk, majd rendezzük az egyenletet:

$$SSE = \sum_i (y_i - ax_i - b)^2 = \sum_i (y_i^2 + a^2 x_i^2 + b^2 - 2ax_i y_i - 2by_i + 2abx_i) \quad (8)$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial a} = \sum_i 2ax_i^2 - 2x_i y_i + 2bx_i = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial SSE}{\partial b} = \sum_i 2b - 2y_i + 2ax_i = 0 \quad (10)$$

Bevezetjük a következő jelöléseket:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(11)

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

(12)

A második egyenletből:

$$nb - \sum_i y_i + a \sum_i x_i = 0$$

(13)

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

(14)

Ezt behelyettesítjük az első egyenletbe:

$$a \sum_i x_i^2 - \sum_i x_i y_i + b \sum_i x_i = 0$$

(15)

$$a \sum_i x_i^2 - \sum_i x_i y_i + (\bar{y} - a\bar{x}) \sum_i x_i = 0$$

(16)

$$a \left(\sum_i x_i^2 - \bar{x} \sum_i x_i \right) = \sum_i x_i y_i - \bar{y} \sum_i x_i$$

(17)

$$a = \frac{\sum_i x_i y_i - \bar{y} \sum_i x_i}{\sum_i x_i^2 - \bar{x} \sum_i x_i} = \frac{\sum_i x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_i x_i (x_i - \bar{x})}$$

(18)

Majd:

$$\bar{x} \sum_i (y_i - \bar{y}) = 0$$

(19)

Ebből:

$$\begin{aligned}
a &= \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{Cov(x, y)}{Var(x)} = R \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(y)}} \times \frac{\sqrt{Var(y)}}{\sqrt{Var(x)}} = \\
&= \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} \times \frac{\sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}
\end{aligned}
\tag{20}$$

Ahol:

- R a Pearson-féle korrelációs együttható, és felírható mint $R = \frac{Cov(x, y)}{\sigma_x \sigma_y}$;
- σ_x az x szórása, és felírható mint $\sigma_x = \sqrt{Var(x)}$;
- σ_y az y szórása, és felírható mint $\sigma_y = \sqrt{Var(y)}$;

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \tag{21}$$

A becslések értékei a fenti számolás alapján megvannak, a becslésekhez tartozó standard hibák:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2} \tag{22}$$

$$SE_a = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{\bar{x}^2}{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}} \tag{23}$$

$$SE_b = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1}{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{n}}} \tag{24}$$

Ezek Student eloszlást követnek, s az ennek megfelelő statisztikai próbát használhatom, mely egy H_0 és H_1 jellegű, egymást kizáró, ám egyben kiegészítő feltevések igazolásán alapuló hipotézisvizsgálat. [91] A modell illeszkedésére F-próbát használok, s minden esetben a konstans modellel hasonlítom össze: [92]

- H_0 :a két modell illeszkedése egyezik
- H_1 :a két modell illeszkedése eltér

Lineáris trend számítás fentiek alapján, R-ben a 14. ábrán:

```
Call:
lm(formula = y ~ x)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-258.83 -108.59   30.13   70.91  513.53

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 4.002e+03  1.268e+01  315.6  <2e-16 ***
x           1.921e-01  6.005e-02    3.2   0.0015 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 120.9 on 363 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.02743,    Adjusted R-squared:  0.02475
F-statistic: 10.24 on 1 and 363 DF,    p-value: 0.001497
```

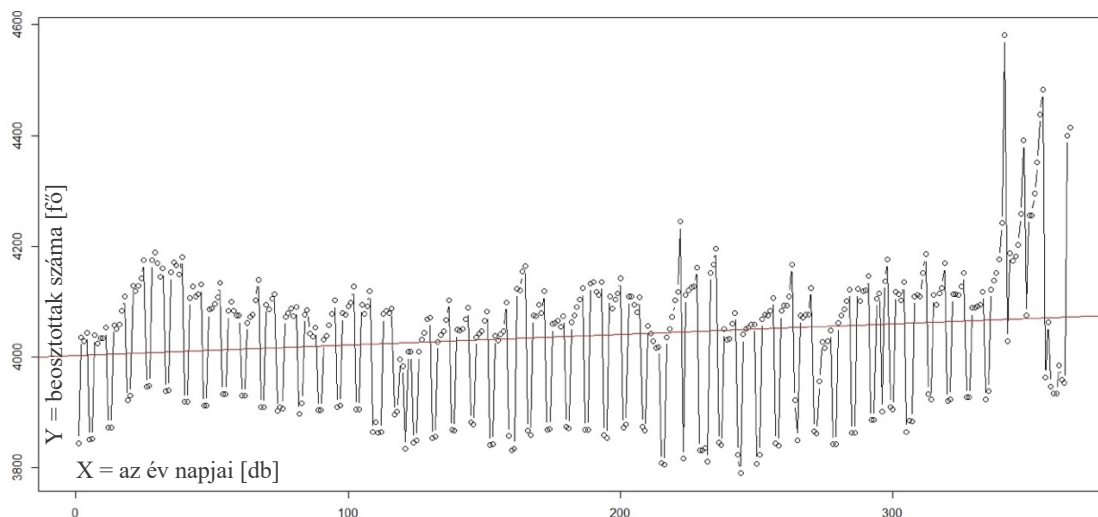
14. ábra: Lineáris trend számítás eredményei az összebeosztottakra, forrás: saját szerkesztés

A modell paraméterei, behelyettesítve a lineáris alakba:

$$\hat{y} = 0,1921x + 4002 \quad (25)$$

El kell dönteni, hogy a kapott 0,1921 meredekség szignifikáns-e, azaz esetünkben beszélhetünk-e valós (és pozitív szám lévén) emelkedő trendről, vagy e komponens elhanyagolható.

Alternatív hipotézis H_1 esetén $p < 0,05$ feltételt kell nézni. Az esetünkben $p=0,001497$, ami teljesíti a feltételt, ezáltal a szignifikáns trendtag létezése igazolt. [93] Ezek alapján a tapasztalati idősorba a 15. ábrán felrajzolom a trendtagot.



15. ábra: Az összbeosztottak időszora a trendtaggal kiegészítve, forrás: saját szerkesztés

A modell illeszkedés jó, az eredmény vizuálisan is igazolt.

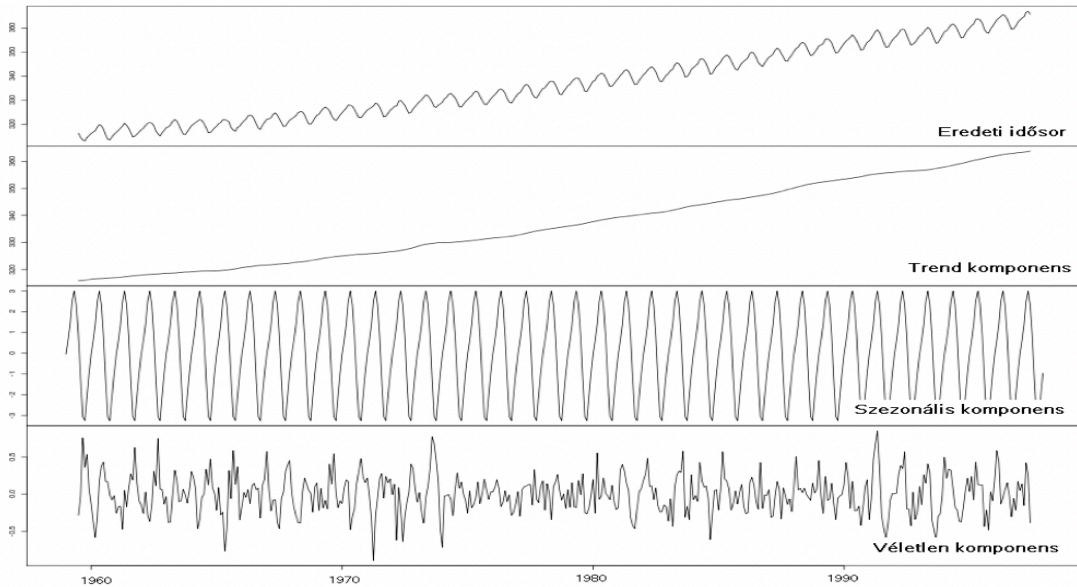
A naponkénti és fenti trendtag adataiból kiszámítom a ciklikus tagokat, azaz az $Y_t - Y_T$ trend átlagát a hét minden napjára, ami alapján:

- Hétfő: 37.77546
- Kedd: 43.30551
- Szerda: 44.06306
- Csütörtök: 61.06323
- Péntek: 72.33263
- Szombat: -110.93643
- Vasárnap: -148.43625

Ezzel a lépéssel minden adat ismert a dekompozíció elvégzéséhez.

3.1.6 Trend- és ciklusleválasztás

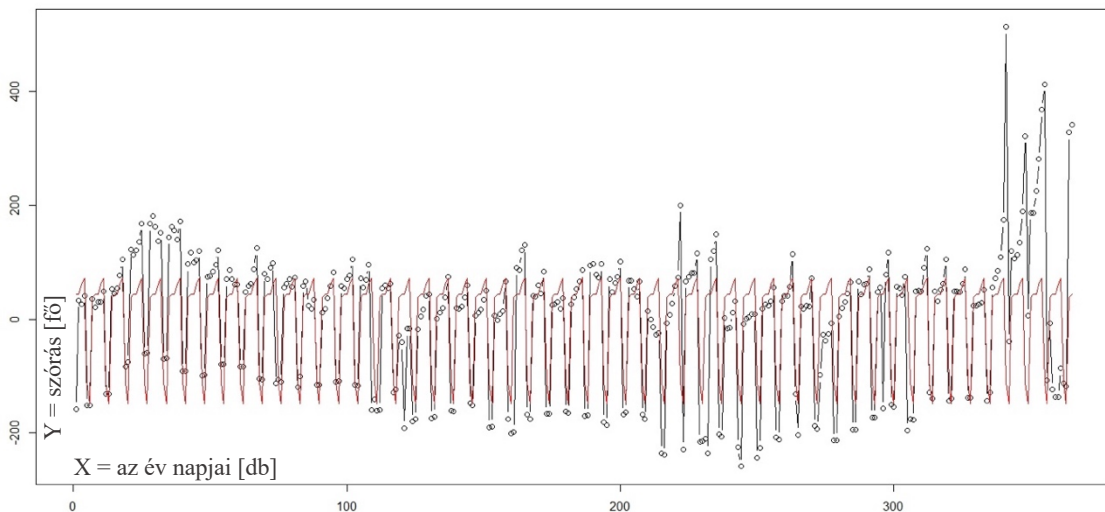
A 16. ábra jól szemlélteti egy tetszőleges idősor komponenseinek hatásait a teljes idősorra. Ez alapján könnyű belátni, hogy amennyiben a már ismert trend- és ciklustagokat kivonjuk az eredeti idősorból, maradéktagoknak megkapjuk a szezonalitást és véletlen hatásokat (megjegyzés: alábbi ábra nem tesz különbséget ciklus és szezonalitás között (hiv.: 2.2.2 pont), ám az összefüggés igaz).



16. ábra: Idősor komponenseinek hatásai a teljes idősorra, forrás: [94]

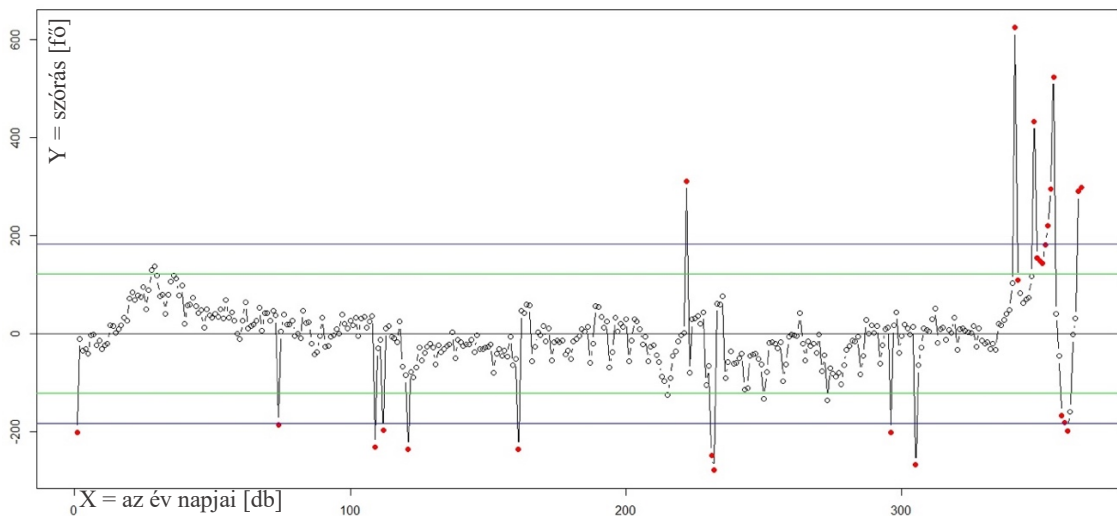
A következő lépés a trendleválasztás, amely során – nevének megfelelően – az idősről leválasztom a trendet, azaz kivonom a regressziós egyenest, és amely pontthalmazt kapok (alábbi ábrán feketével), azok a trend nélküli adatok. A mi esetünkben ez a ciklus, szezonális, és hibatag.

Az előzőekben meghatározott ciklustagot pirossal jelölve ábrázolom a trendtagtól leválasztott függvényen a 17. ábrán.



17. ábra: Az idősor trend nélkül, megjelenítve a napi ciklus változót, forrás: saját szerkesztés

A 18. ábrán már azt az állapotot látjuk, amikor a ciklussal is korrigálom az eredeti idősort, marad a szezon- és hibatag.



18. ábra: Eredeti idősor trend- és ciklustag nélkül, forrás: saját szerkesztés

Értelmezve az ábrát, látjuk, hogy a maradó modell nulla érték környékén mozog, ami jó, mert valamilyen sztenderd eloszlást sugall. [95] Az idősor további értelmezéséhez bejelöltem zölddel az 1-szeres és késsel a 1,5-szeres szórást az eredeti adatokhoz mérve, továbbá pirossal a kiugró elemeket. A vizsgálatból kiderült, hogy a pontok 91,5%-a zöld, míg 94,8%-a kék zónában van, és csupán a kiugró elemeknek egy része, az eredeti 26-ból pontosan 19 darab lóg ki belőle.

Ez azt jelenti, hogy sikerült megérteni az idősort, közel 95%-ban reprodukáltam, tudjuk hogyan viselkedik, a modell robusztus. Amint azt korábban láttuk, a kiugró elemek esetleges további vizsgálatával pedig csökkenthetők, megfelelő háttérinformációval akár teljesen eliminálhatók is a modellből kiugró elemek. Az értelmezés során nem szabad megfelekedezni a feladatorientáltságról sem: tekinteni kell a kiindulási problémát, és annak jelenkori alternatív megoldásait, mely összefüggésben a karakterisztika modellszintű meghatározása különösen pontos. Általános matematikai megközelítésben elmondható, hogy 80% feletti pontosság jónak számít, 90% feletti pedig kimagaslónak. [96]

Nem szabad megfelekedezni az esetleges szezonagról sem. Az egy évre vonatkozó adatokból azonban nem tudok következtetni arra, hogy vannak-e például szignifikáns évszakonkénti ingadozások, vagy egyéb, szezonálisra utaló motívumok. Annak érdekében, hogy ezt megfelelően vizsgálni tudjam, az összehasonlíthatóság miatt kellene

többévtényi adat. Ugyanúgy, mint ahogy a 7-napos ciklus meghatározásához is kellett a sokévtényi adat.

Több adat az esetek többségében pontosabb becslést eredményez, ám nem mindig állnak rendelkezésre. A jelen esetet vizsgálva láthatjuk, hogy szezontag vizsgálat nélkül is közel 95% pontossággal tudtam reprodukálni az idősort, ami azt jelenti, hogy több adat vizsgálatával – és szignifikáns szezonhatás esetén – a maradék 5%-os pontatlanság további csökkenését várhatnánk.

Az 16. ábrát tekintve az év végi felívelés valamilyen hatásra utal, erre talán választ kapnánk többévtényi adat elemzésekor. Észrevehető, hogy a nyári időszakban nem csökken láthatóan a beosztási darabszám, holott – a vélhetően nagyobb szabadság koncentráció miatt – logikus lenne. Természetesen ahány idősor, annyi eset, ám a megoldás adott, és nagyobb pontatlanság esetén, amennyiben rendelkezésre áll, döntés kérdése marad további adatmennyiségek (pl. előző évek) idősorának vizsgálata.

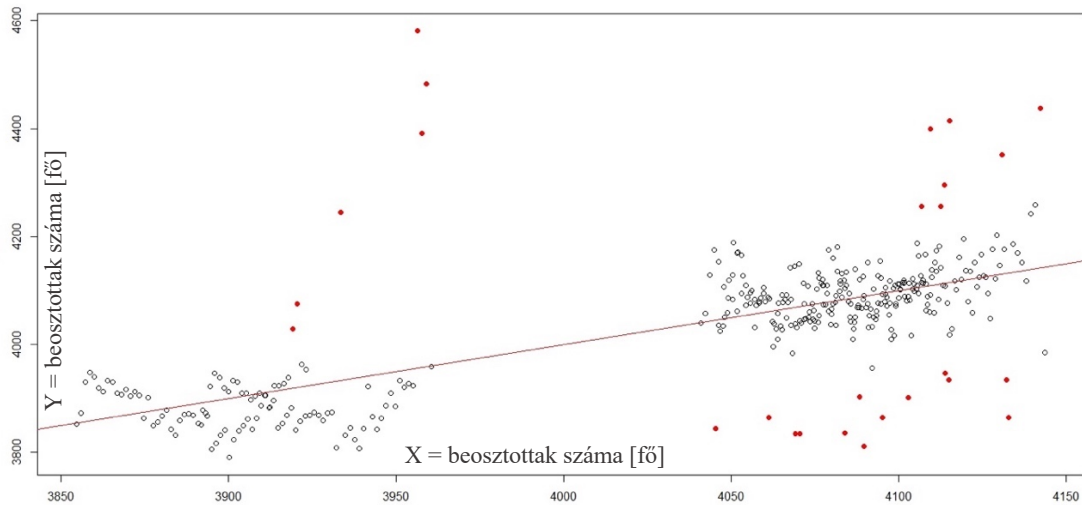
3.1.7 Illeszkedés vizsgálat

Annak érdekében, hogy ne csupán a modell pontosságát tudjuk meghatározni, amint azt az előző pontban tettük, hanem a becslések elhelyezkedését is, elvégzek egy illeszkedés vizsgálatot [97], mivel a modell csupán egy becslés. Tekinthetjük ezt a vizsgálatot egyfajta visszaellenőrzésnek, továbbá vizuálisan is segít még jobban megérteni a modell és eredeti idősor viselkedését.

Ez egy Q-Q ábrászerű vizsgálat (Q-Q ábrának nevezzük azt az eljárást, amikor az alapadatainkat standardizáljuk, elkészítjük empirikus eloszlásfüggvényüket, majd az eloszlásfüggvény értékeit a normális eloszlásfüggvény inverze szerint transzformáljuk. A kiinduló és oda-vissza transzformált adatokat vesszük fel a két koordinátatengelyre [98]), de a mi esetünkben nem normalizálok, csak az eredeti és modellezett pontokat veszem fel, mert az eloszlás önmagában most nem információ. Fontosnak tartom azonban a fogalmakat tisztázni, mert sok irodalomban téves elnevezések szerepelnek.

A 19. ábrán az x-tengelyen ábrázolom a modell adatait, míg az y-tengelyen az eredeti beosztási számokat. A pirossal berajzolt egyenes az $y = x$ egyenes, amelyet a modell és valós adatok 100%-os egyezősége esetén kapnánk. Ebben az esetben minden pont rajta lenne ezen az egyenesen.

A piros pontok, a korábbiakhoz hasonlóan, a kiugró elemek.



19. ábra: Tapasztalati idősor és modell összevetés, forrás: saját szerkesztés

Két dolgot vehetünk észre:

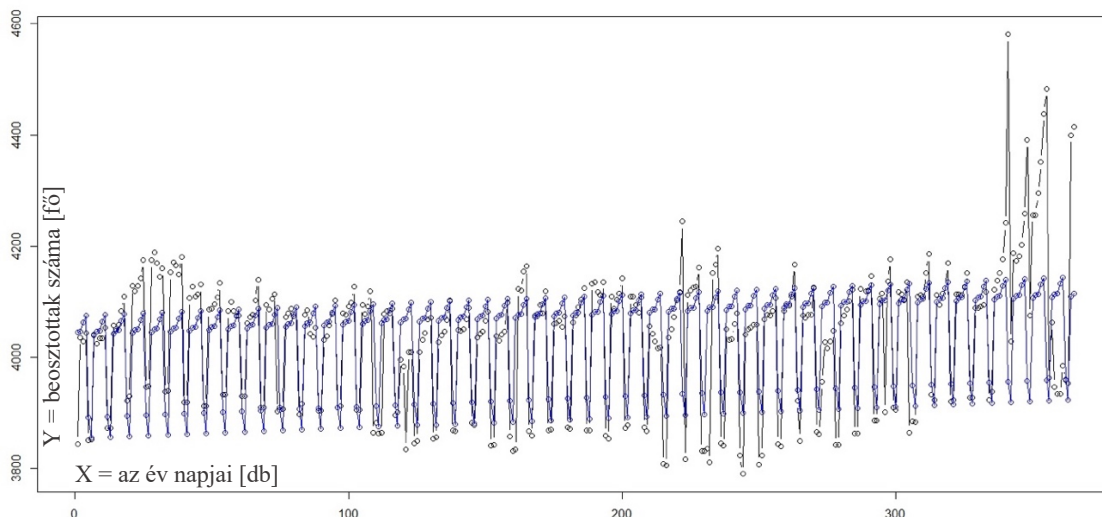
- A pontok két, egymástól jól elkülönülő halmazba rendeződnek;
- A pontok $y = x$ egyenestől való távolságának mértéke csekély.

A két halmaz a hétköznapok és hétvégék halmaza. Emlékezzünk rá (3.1.3, Box Plot diagram), hogy a két naptípus között nagyjából átlagosan 200 főnyi különbség volt, ezt pedig kiválóan illusztrálja az ábránk.

Az $y = x$ -re való illeszkedés mértéke is megfelelő, látszik, hogy erős összefüggés van a két adathalmaz (x és y) között, ami nem meglepő, ismervén az előző pontban kalkulált közel 95%-os szignifikanciát. Újabb módon bizonyítottam, hogy az idősor karakterisztikáját sikerült megfelelően meghatározni.

3.1.8 Modellalkotás

A teljesség kedvéért berajzolom a 20. ábrába az eredeti idősort, illetve a becslő modellt (kékkel), mely a 3.1.5 és 3.1.6 pontokban meghatározott trend és ciklustagok összegzése.



20. ábra: Eredeti idősorra illesztett matematikai modell, forrás: saját szerkesztés

Az idősorok elméleti négy tagját a kapott modell, a fentiek szerint, két komponenssel becsüli, a trend- és ciklustagokkal. A véletlent a determinisztikus idősorelemzés nem becsüli, a szezonalitást pedig egy év adatai alapján nem tudjuk megfelelően azonosítani, ám a modell így is 94,8%-ban pontos előrejelzést ad.

3.2 A fejezet összefoglalása, következtetések

Munkám során sokszor találkozom a vállalatok hatékonyságnövelő törekvéseivel – mint az üzleti eredményeket erősen befolyásoló tényezővel –, továbbá a munkavállalói fluktuáció csökkentésének egyre égetőbb kérdéseivel. Utóbbi üzleti vonatkozásokon túli biztonsági aspektusai is ismertek. [8]

Régóta foglalkoztat a kérdés, hogy vajon adott állományra vonatkozó adatokra támaszkodó matematikai becslések támogathatják-e fenti célok elérését. Korábbi időkben a megfelelően rögzített és megbízható adattömeg rendelkezésre állásának hiánya volt a vizsgálatok legfőbb akadálya, újabban az amúgy jogosan bevezetett átfogó adatvédelmi vonatkozások nehezítik az elemzések készítését.

A predikció alapja a historikus adatok elemzése, így első lépésben azt kellett megvizsgálnom, vajon a rendelkezésre álló adatokból képzett tapasztalati idősorok karakterisztikáját meg lehet-e matematikailag releváns módon határozni.

Ebben a fejezetben sikerült bebizonyítanom, hogy közel 95%-os szignifikanciával lehetséges adott idősor karakterisztikáját lépésenkénti dekompozíciós idősorelemzéssel reprodukálni, amely eredmény biztató a célom elérése szempontjából.

A vizsgálatot azonban el sem végezhettem volna az adatvédelmi előírásoknak megfelelően szűrt adatok előállításával, így a munkát ezzel a lépéssel kezdtem. Az elért eredmény egyben a jogszerűséget is figyelembe véve született, pusztán a sokaság viselkedése alapján szimulálva, ezzel a második tézisémet is igazoltam.

Feltételezésem szerint, amennyiben rendelkezésre állnának bizonyos személyes adatok, mint például nem, életkor, esetleg gyermekek száma stb., lehetséges lenne tovább pontosítani a modellt, ám ez most sem nem cél, sem nem realitás.

A fejezetben megállapítottak alapján folytatható az üzleti és biztonsági célokhoz megfelelően erős becslésre vonatkozó kutatás.

4 TAPASZTALATI IDŐSOR ELEMZÉSE ARIMA MODELLEL

Következik ezek után a még fontosabb kérdés, miszerint meg tudjuk-e becsülni az előzetes értesítés nélkül nem megjelenő munkavállalók darabszámát. Mielőtt azonban arra rátérek, elvégzek még egy vizsgálatot az eredeti tapasztalati idősorra.

Idősorelemzésre több módszert használhatunk, ám a különböző módszerek alkalmazhatóságának vannak előfeltételei (pl. stacionaritás, komponensre bonthatóság stb.), amelyek teljesülése határozza meg, hogy mely módszer(ek) szerinti vizsgálattól várhatjuk az idősor karakterisztikájának megértését, és alkalmazható(k) megfelelően robusztus modellalkotásra. [99]

Kutatásaim során azt tapasztaltam, hogy a különféle módszerek szerinti vizsgálatot sokszor akár az elemzést végző(k) tudásszintje, preferenciája, és egyéb, nem feltétlenül kizárólag tudományos szempontok befolyásolják. Adott idősor ugyanis többféle vizsgálat alapfeltételeit is teljesítheti, ám egyáltalán nem biztos, hogy a különféle modellek egyformán erősek lesznek. Az elvárható alapossághoz hozzátartozik, hogy megfelelő gondossággal körbejárjam a szóba jöhető modellek szerinti elemzéseket, és bizonyosságot szerezzek arról, hogy a megfelelő módszert alkalmazom.

Az egyes módszerek sok esetben akkor is alkalmazhatók (matematikailag levezethetők), ha az idősor nem teljesíti maradéktalanul az alapfeltételeket, azonban ezen vizsgálatok eredményeit fenntartásokkal kell fogadni. Egyszerű példával szemlélítve, egy nem működő mutató óra is mutatja a pontos időt naponta kétszer, s ha épp akkor pillantunk rá, könnyen tekinthetjük megfelelően működőnek, holott nem az. Ily módon, egy, az adott módszer szerint nem megfelelően „teljesítő” idősorra alkalmazott modell is adhat fals pozitív eredményt.

Mielőtt rátérek a következő vizsgálatára, fontosnak tartom kitérni arra a kérdésre, hogy mi a helyzet a többi, leginkább már legújabbkori módszerek alkalmazhatóságával. Ilyen módszerek például a Neurális hálózat alapú becslések [100], a gépi tanulás (Machine Learning) [101], mélytanulás (Deep Learning) [102], vagy Bayesi becslés elméletek. [103] Ezek alkalmazhatóságának is megvannak a kritériumai, a mi idősorunk év vége felé növekvő jellegéből adódó tulajdonsága nem teszi lehetővé ezek szabályos használatát [104]

Az idősorelemzés matematikájának nincs olyan általánosságban alkalmazható módszertana, melyet bármilyen idősorra alkalmazva azt mondhatnánk, hogy minden létező módszertant kipróbálva jutottunk az ideális eredményre. [105] Ezen a területen helye van a kutatói emberi tényezőnek, akinek feladata megtalálni a reálisan legjobb kompromisszumot. Ismét hivatkozom a MOA elvre, e témában is szem előtt kell tartani az elemzés célját.

Mindez még inkább alátámasztja, hogy a modell kiválasztásánál körültekintően kell eljárni, több szabályosan szóba jöhető modell esetén pedig érdemes az idősort mindazok szerint megvizsgálni (megjegyzés: a témával foglalkozó matematikusok sokszor „ránézésre” meg tudják mondani, merre érdemes indulni, ám ez hivatkozható tudományosságot nélkülöző megállapítás).

Az előző fejezetben alkalmazott dekompozíciós eljárás után jelen fejezetben a széles körben alkalmazott autoregresszív és mozgóátlag alapú modellalkotás lehetőségét elemzem. Feltételezésem szerint ugyanis a vizsgált idősorra alkalmazható valamely e tárgykörbe eső sztenderd eljárás.

4.1 Matematikai levezetés

A 2.4 alfejezetben láttuk, hogy a sztochasztikus módszerek a véletlen hibának is jelentős hatást tulajdonítanak, amely szemlélet a modellezésben is fontos szerepet játszik.

Besenyei szerint: „Az AR folyamatokkal általában azokat az idősorokat modellezhetjük, amelyekről feltehetjük, hogy jelen idejű értékeik alakulásában a közvetlen múlton kívül a véletlen hiba is beleszól” [106]

Az elmélet gyökere egészen az 1920-as évekre nyúlik vissza, ám a Box és Jenkins által kidolgozott ARIMA modellel vált lehetségessé idősorokra vonatkozó összetettebb elemzés elvégzése. [107] Széleskörű elterjedését az informatika fejlődése hozta el az elmúlt évtizedekben, és azon tulajdonsága révén vált népszerűvé, hogy matematikai szempontból jól kezelhetők, és a folyamatok egy elég általános osztályát képviselik, mindamelllett jól is automatizálható maga az elemzési eljárás. Utóbbi tulajdonságát e fejezetben is látni fogjuk, először azonban tisztázom az alapfogalmakat.

Autoregresszív folyamat: az Y_t diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamatot k -ad rendű autoregresszív folyamatnak nevezzük, ha [108]

$$Y_t = c + \alpha_1 \times Y_{t-1} + \dots + \alpha_k \times Y_{t-k} + \varepsilon_t \quad (26)$$

Ahol:

- c, α_i konstansok
- ε_t fehér zaj (várható értéke 0, szórása 1)

Mozgóátlag folyamat: az Y_t diszkrét paraméterű sztochasztikus folyamatot k-ad rendű mozgóátlag folyamatnak nevezzük, ha [109]

$$Y_t = c + \beta_1 \times \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_k \times \varepsilon_{t-k} + \varepsilon_t \quad (27)$$

Ahol:

- c, β_j konstansok
- ε_t diszkrét fehér zaj (várható érték 0, szórás 1)

Az autoregresszív és mozgóátlag folyamatokra jellemző, hogy egymásból kifejezhetők, és mindkét esetben különböző rendeket különböztethetünk meg:

- AR(p)
- MA(q), ahol p és q a folyamat rendjét jelenti

ARMA modell: autoregresszív és mozgóátlag modellek (Autoregressive and Moving Average) a sztochasztikus idősorelemzés leginkább elterjedt módszere, amely az autoregresszív és mozgóátlag folyamatokat egyesíti. [110]

- Az autoregresszív (AR) modelltag az idősor jelenlegi értékét saját előző értékeinek függvényében fejezi ki;
- A mozgóátlag (MA) modelltag az idősor jelenlegi értékét a jelenlegi és a múltbeli véletlen változók függvényében fejezi ki.

A paraméterek megállapítása általában empirikus idősor alapján történik, azaz ARMA (p,q): [111]

$$Y_t = c + \alpha_1 \times Y_{t-1} + \alpha_2 \times Y_{t-2} + \dots + \alpha_p \times Y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \times \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \times \varepsilon_{t-q} \quad (28)$$

Ahol:

- c, α_i, β_j konstansok
- ε_t fehér zaj

ARIMA (p,d,q): autoregresszív integrált mozgóátlag modell (Autoregressive Integrated Moving Average), mely megengedi a stacionárius transzformációkat (differenciálás, logaritmizálás) is. [112]

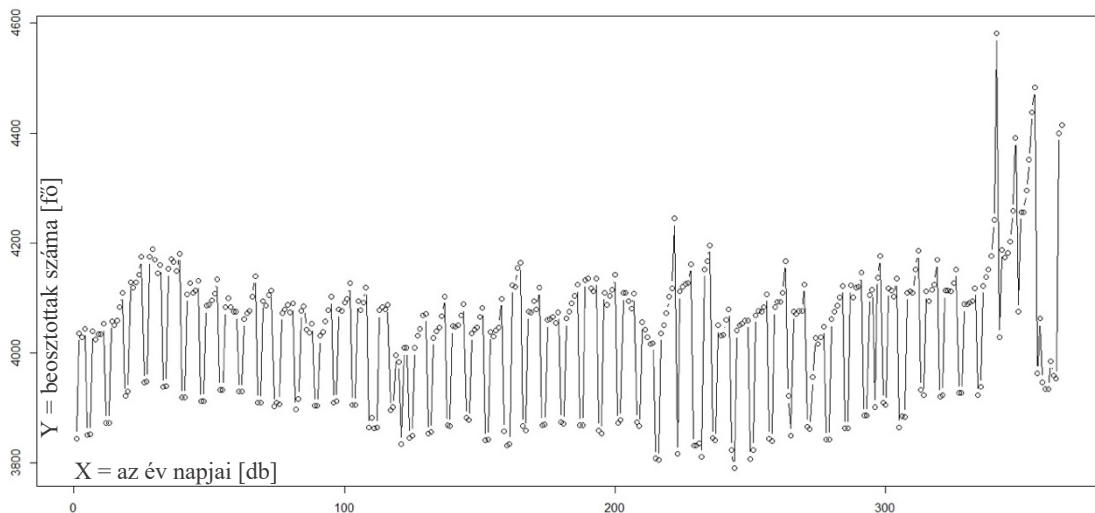
- p = autoregresszió rendje
- d = a stacionaritáshoz szükséges differenciák száma
- q = mozgóátlag rendje

Léteznek még fentiekén kívül FARIMA, SARIMA, VARIMA és egyéb modellek is, melyekre azonban nem térek ki azok terjedelme és kutatásomra vonatkozó alacsony relevanciája miatt. [113]

4.1.1 Stacionaritás vizsgálat

Láttuk, hogy a különféle modellek szabályos alkalmazhatóságának vannak kritériumai. Az ARMA modell esetén a függvény stacionaritása a feltétel. Ebben az összefüggésben ez azt jelenti, hogy az idősor jellemzői időben állandók, azaz függetlenek a t időváltozótól. [114]

Jellege miatt, ránézésre a mi adatsorunk is stacionáriusnak tűnik (bár a vége felé kissé kiugrik), ám ez nem elég a feltétel teljesítésének igazolására (21. ábra).



21. ábra: Teljes tapasztalati idősor az összbeosztottakra, forrás: saját szerkesztés

A megfelelő igazolásra vannak különböző statisztikai próbák, melyeket helyesen alkalmazva, megkapjuk a választ arra a kérdésre, hogy az idősorunk valójában stacionárius-e vagy sem.

Ezek jellemzően H_0 és H_1 jellegű, egymást kizáró, ám egyben kiegészítő feltevések igazolásán alapuló algoritmusok, melyek matematikai levezetése túlmutat jelen dolgozat keretein. Létezésüket, és használatuk, továbbá értelmezésük módját azonban ismerni kell, hogy az adott szoftverben megfelelően alkalmazni tudjuk őket. [115]

A próbák statisztikai alapon működnek, és nem tudjuk a becslésük eloszlását amely alapján tudnánk a valószínűségüket. A megfelelően konzervatív megközelítés miatt három tesztet használok, és csak akkor fogadom el az eredményt, ha mindhárom megegyezik. [116] Az elemzést végzőn múlik az elfogadási döntés, én azonban a konzervatív utat választottam. A vizsgálathoz az alábbi teszteket használtam:

- Augmented Dickey-Fuller (ADF) teszt [117]
- Phillips-Perron Unit Root (PP) teszt [118]
- Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) teszt [119]

A teszt típusára vonatkozóan figyelembe kell venni, hogy az ADF és PP egységgyök (Unit Root) típusú tesztek, azaz a próba nullhipotézise szerint az idősr nem tekinthető stacionáriusnak, transzformációra van szükség. A KPSS teszt ehhez képest ellenkező eredmény esetén adja ugyanazt a konklúziót. R-ben futtatás után az alábbiakat kaptam (22. ábra):

```
> adf.test(x1)
Augmented Dickey-Fuller Test
data: x1
Dickey-Fuller = -3.9952, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(x1) : p-value smaller than printed p-value
> pp.test(x1)
Phillips-Perron Unit Root Test
data: x1
Dickey-Fuller Z(alpha) = -180.65, Truncation lag parameter = 5,
p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In pp.test(x1) : p-value smaller than printed p-value
> kpss.test(x1)
KPSS Test for Level Stationarity
data: x1
KPSS Level = 0.94032, Truncation lag parameter = 5, p-value = 0.01

Warning message:
In kpss.test(x1) : p-value smaller than printed p-value
```

22. ábra: Statisztikai tesztek az eredeti idősrora, forrás: saját szerkesztés

- ADF-teszt: alternatív hipotézis az, hogy stacionárius

$p=0,01$, azaz $p < 0,05$, tehát H_1 az igaz, p értékre szignifikáns az eltérés, stacionaritás igazolt [120]

- PP-teszt: alternatív hipotézis az, hogy stacionárius

$p=0,01$, azaz $p < 0,05$, tehát H_1 az igaz, p értékre szignifikáns az eltérés, stacionaritás igazolt

- KPSS-teszt: nem egységgyök típusú teszt, tehát fordítva működik

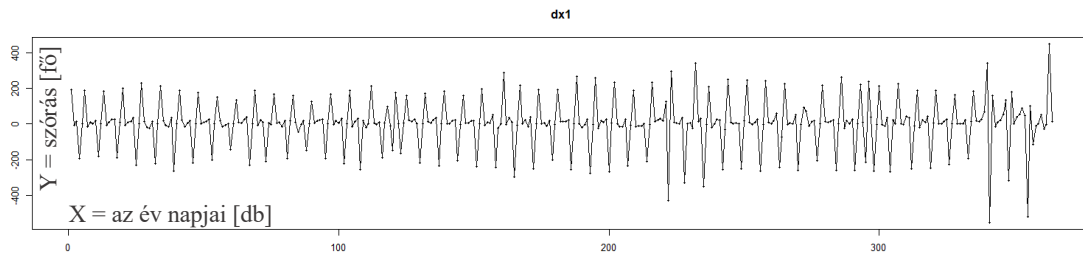
$p=0,01$, azaz $p < 0,05$, tehát H_1 az igaz. Ez alapján azonban az idősor egységgyök, azaz nem stacionárius

Fenti eredmény alapján két megválaszolandó kérdés van:

- Elfogadjam-e a 2:1 arányú, stacionaritásra utaló végeredményt, vagy sem, illetve
- nem elfogadás esetén elvessem-e az autoregresszív és mozgóátlag modellekkel való további vizsgálatokat.

Az első kérdésre a szakirodalom jellemző válasza, hogy érdemes „hinni” a negatív eredménynek, és nem elfogadni a függvény stacionárius mivoltát. [121] Ezek alapján én is így tettem, ismét hangsúlyozandó, hogy akár bármelyik fenti teszt eredménye önmagában is tekinthető volna eredménynek, a már leírt bizonytalanságok észben tartásával. A rossz döntés kockázata az egyértelműen rossz, vagy fals pozitív elemzési végeredmény kockázata. Ebből az eredményből az következik, hogy az idősorra ARMA modellt nem tudunk illeszteni, mert az eredeti függvény nem felelt meg a stacionaritás kritériumának. A fejezet elején leírtak szerint csak szabálytalanul lehetne alkalmazni a modellt.

Az ARIMA modell azonban épp ilyen esetekre áll rendelkezésünkre, így a következő lépésben, mivel lineáris trendtagunk van (ld. 3.1.5), differenciálom az idősort, majd azt is megvizsgálom (ez egyben egy simítási eljárás is, melyekről bővebben az 5.1.5 pontban lesz szó). A 23. ábra az egyszerű differenciálás utáni idősort ábrázolja.



23. ábra: Az egyszerűen differenciált idősor, forrás: saját szerkesztés

Érdeemes megjegyezni, hogy ez a lépés e^x típusú időfüggvényekre nem lenne eredményesen alkalmazható a differenciálás után megmaradó eredeti függvényjelleg miatt, azokban az esetekben más módszer áll rendelkezésünkre. [122]

Nem ránézésre kell eldöntenünk a függvény jellegét, ám ezen az ábrán már igen szemebetűnő a stacionárius jelleg. Lefuttatva a tesztet a már differenciált idősorra, a 24. ábrán olvasható eredményeket kapjuk:

```
> adf.test(dx1)

Augmented Dickey-Fuller Test

data: dx1
Dickey-Fuller = -8.3927, Lag order = 7, p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In adf.test(dx1) : p-value smaller than printed p-value
> pp.test(dx1)

Phillips-Perron Unit Root Test

data: dx1
Dickey-Fuller Z(alpha) = -285.67, Truncation lag parameter
= 5,
p-value = 0.01
alternative hypothesis: stationary

Warning message:
In pp.test(dx1) : p-value smaller than printed p-value
> kpss.test(dx1)

KPSS Test for Level Stationarity

data: dx1
KPSS Level = 0.030187, Truncation lag parameter = 5, p-value = 0.1

Warning message:
In kpss.test(dx1) : p-value greater than printed p-value
```

24. ábra: Statisztikai tesztek a differenciált idősorra, forrás: saját szerkesztés

- ADF-teszt: stacionaritás igazolt
- PP-teszt: stacionaritás igazolt
- KPSS-teszt: $p=0,1$, azaz $p > 0,05$, tehát H_0 az igaz. Ez alapján a stacionaritás igazolt

Mindhárom statisztikai teszt a függvény stacionaritását igazolta, ami alapján már egyértelműen kimondható a stacionárius jelleg.

Miután egyszeres differenciálás útján értem el a stacionárius jelleget, megvan a d paraméterünk, $d=1$. Ebből az következik, hogy tudok ARIMA modellt illeszteni, és a következő lépésekben megkeresem a p és q paramétereket.

4.1.2 Paraméter meghatározás

Mint azt az idősoelemzés kapcsán már többször tapasztaltuk, több úton lehet elindulni ez esetben is. Erre a feladatra is található több, már meglévő és alkalmazható algoritmus (pl. Schwarz, Akaike, Hannan – Quinn stb.). [123]

Az én választásom a Hyndman-Khanadakar algoritmusra esett, amelynek alkalmazási feltétele, hogy $d_{\max}=2$ (a stacionaritáshoz szükséges differenciák száma) legyen, tehát maximum másodrendű differenciálással elért stacionaritás esetén használható szabályosan. [124]

Az elemzés lépései a következők: [125]

1. „ d ” paraméter vizsgálat (a stacionaritáshoz szükséges differenciák számának meghatározása a 4.1 alfejezetben definiáltak alapján): ezt a feltételt a mi adatsorunk $d=1$ értékkel teljesíti (ld. fent).
2. Az ARIMA-modell felírása, azaz az idősor paramétereinek és a leírására alkalmas modellnek a meghatározása. Ennek során 4 modell illesztése: $ARIMA(0,d,0)(2,d,2)(1,d,0)(0,d,1)$. Ha $d=0$ vagy 1, akkor $(0,d,0)$ konstans nélkül is illesztünk, ez esetben (ami a mi esetünk is), összesen 5 modellt.
3. A kapott öt érték közül megkeressük a legkisebb értéket, és vele elkezdjük a modell illeszkedésének tesztelését, javítását. Erre is több eszköz létezik, én az Akaike-féle információ kritériumot, az AIC-t alkalmazom.

Az AIC (Akaike Information Criterion) egy mérőszám (2002 óta egy továbbfejlesztett, azaz korrigált AIC (AICc)), ami adott idősorra megmutatja, hogy egy modell mennyire illeszkedik jól. [126]

4. Kiválasztjuk a legkisebb értéket, variáljuk p és q értékét +/- 1-gyel, megnézzük arra az összeget, és tesszük ezt mindaddig, amíg nem találunk olyan modell-t, amire nincs lokálisan kisebb AICc összeg.
5. Előrejelzés készítése az eredmény alapján.

Fenti lépéssor szerint a Hyndman-Khanadakar algoritmussal végigszámolva, az alábbiakat kaptam R-ben (25. ábra):

```
ARIMA(2,1,3)
Coefficients:
      ar1      ar2      ma1      ma2      ma3
s.e.  -0.4421  -0.7685  -0.1510  0.0744  -0.7584
      0.0486   0.0670   0.0551  0.0788   0.0458

sigma^2 estimated as 10819:  log likelihood=-2206.02
AIC=4424.04  AICc=4424.28  BIC=4447.43
```

25. ábra: p és q tagok eredménye Hyndman-Khanadakar alapján számítva, forrás: saját szerkesztés

Két AR és három MA tag lett, ebből p=2, q=3. Korábról d=1, így 2,1,3 típusú ARIMA modellt kaptam, mely felírva ARIMA (2,1,3.).

Vegyük észre, hogy AIC=4424,04 és AICc=4424,28 között ez esetben csupán 0,24 a különbség. Más esetben nagyobb eltérést is adhat a két mérőszám, de nem nagyságrendit (nekem a számítások során 20 körül volt a legnagyobb eltérés). Mindebből az következik, hogy amennyiben erre az idősorra csak az AIC-t használnák, nem kapnánk modellalkotás során szignifikánsan különböző eredményt (az AIC megalkotója, Hirotugu Akaike a korrigált mérőszámot kisebb adatsorokra értelmezte, ahol az AIC és AICc közötti különbség nőhet). [126]

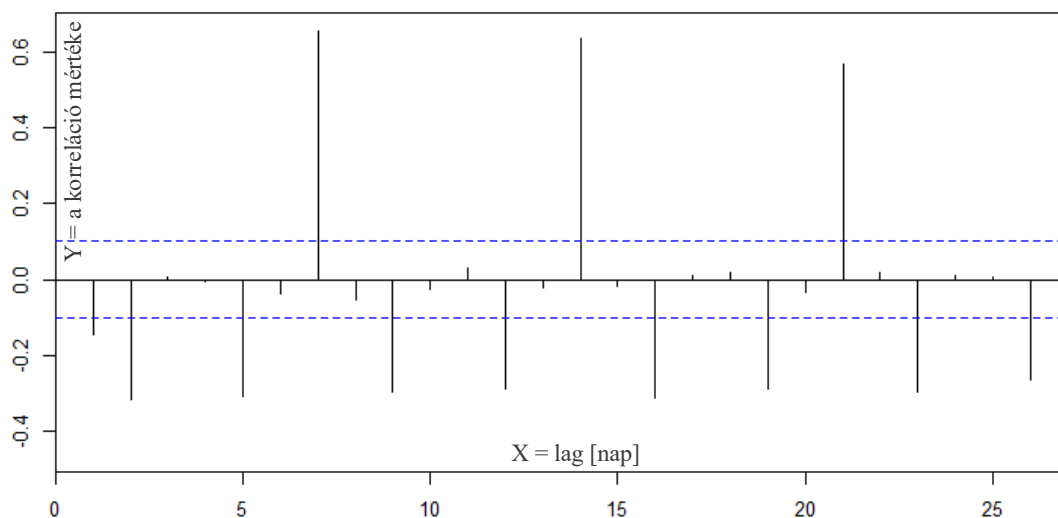
4.1.3 Autokorreláció vizsgálat (ACF és PACF)

ARMA és ARIMA modellekről beszélve fontos ismerni egy másik gyakran használt módszert, mellyel szintén el lehet dönteni, hogy szükséges-e a differenciálás, azaz stacionárius-e egy idősor, illetve következtethetünk az autoregresszív és mozgóátlag tagokra is: az autokorrelációs (ACF) függvényről van szó.

A vizsgálat lényege, hogy az eredeti idősrora felvesszük az autokorrelációs függvényt, és az autokorrelációs együtthatók értékeinek jellege alapján (majdnem egyformák, vagy csak lassan, esetleg gyorsan csökkennek) eldönthető, hogy indokolt-e a differenciaképzés. Ezt mindaddig folytatjuk (általában maximum 3-szor), ameddig nem kapunk stacionárius jellegre utaló korrelogramot. [127]

Az úgynevezett részleges autokorrelációs függvény (PACF) az autokorrelációs függvényből számítható ki, és jellemzően az autoregresszív együtthatókat határozza meg, így a szignifikáns értékei alapján becsülhető az illesztendő modell autoregresszív tagjainak száma. [128]

Az ábrák alapján történő elemzés azonban gyakorlatot igényel, ezáltal kevésbé automatizálható, mint az előző pontban ismertetett eljárás. ARMA típusú elemzéseknél azonban sokszor találkozhatunk vele, és némi elemzési gyakorlatot követően érdekes támpontokat tud nyújtani az idősró jellegét illetően, így a teljeskörűség jegyében magam is felrajzoltam őket, a már differenciált függvényre.



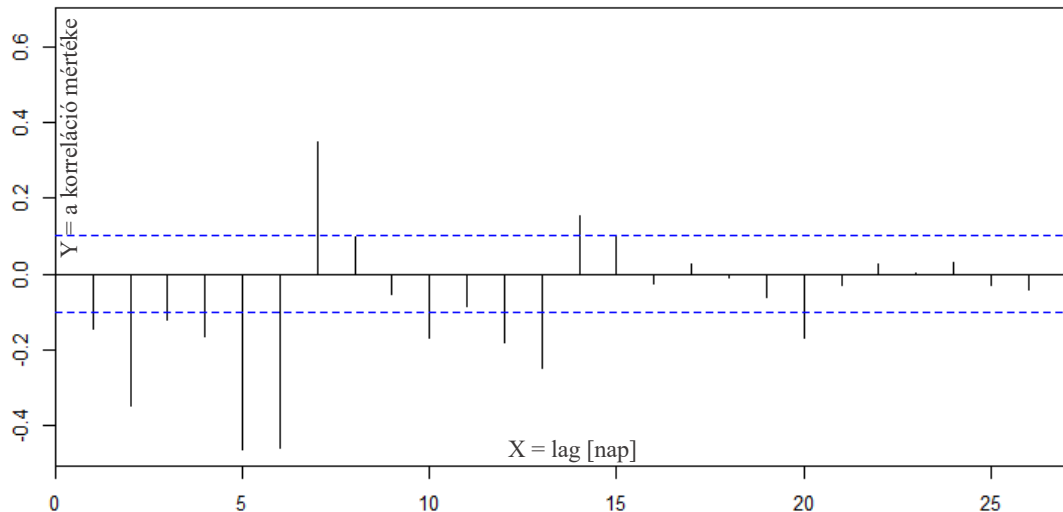
26. ábra: ACF diagram az egyszeresen differenciált idősrora, forrás: saját szerkesztés

A 26. ábrán látjuk, hogy nincs szignifikáns lecsengés, tehát stacionárius az idősró, továbbá 7-es lag-nél van egy jelentős korreláció. Tekintettel arra, hogy most nem dekompozíciós modellvizsgálatot csinálok, nem kötelező vele foglalkoznom.

Egy másik típusú függvény, az úgynevezett parciális autokorrelációs függvény (PACF) függvény, melynek célja, hogy a magasabb rendű autokorrelációk hatását megtisztítsa az

alacsonyabb rendű autokorrelációk hatásaitól, ezáltal segíti az összefüggések megértését. Úgy is fogalmazhatunk, hogy felszínre hozza a mélyebben rejlő korrelációkat. A PACF az autokorrelációs függvényből számítható ki, és az autoregresszív (AR) tag p kezdeti értékének eldöntésében segít a szignifikáns értékei alapján történő becsléssel. [129]

A mi differenciált idősorunk PACF függvényképe a 27. ábrán látható:



27. ábra: PACF diagram az egyszeresen differenciált idősorra, forrás: saját szerkesztés

Ebből két jelenséget vehetünk észre. Az ábra lecsengő szinuszos jellegű, ami szintén a (differenciált) idősor stacionaritására utal, illetve a fentebb már konstatált szezonális hatására az autokorrelációs együtthatók értékei a szezonális komponens hatásának megfelelően hullámoznak. [129]

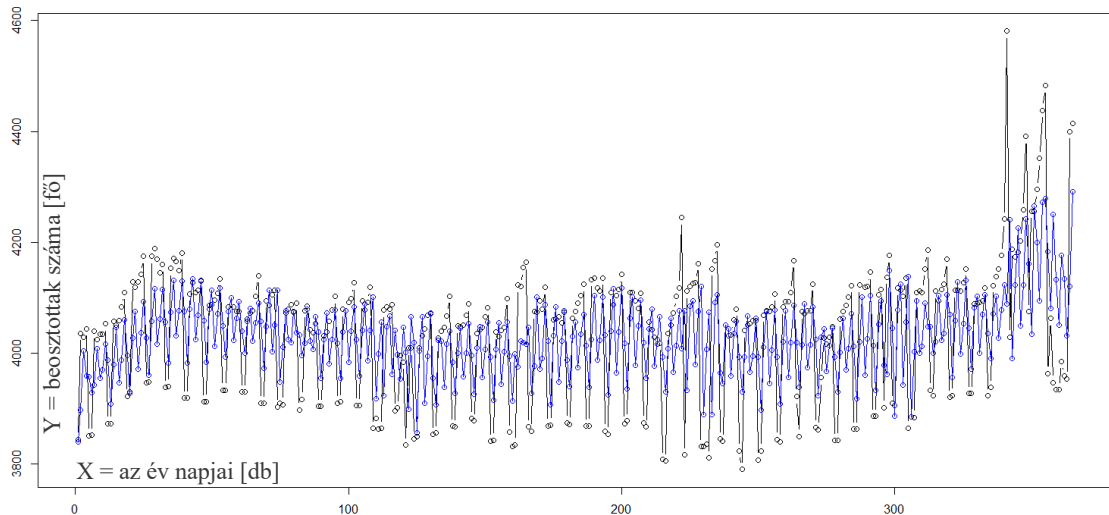
Tekintve, hogy a modell tagszámait korábban már megfelelő bizonyossággal kiszámoltuk, illetve az ACF és PACF is igazolták a modell helyességét, következő lépés a modellalkotás.

4.1.4 Modellalkotás

Az ARIMA (2,1,3) modell az eredeti képlet szerint

$$Y_t = \alpha_1 \times Y_{t-1} + \alpha_2 \times Y_{t-2} + \dots + \alpha_p \times Y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \times \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \times \varepsilon_{t-q} \quad (29)$$

$p=2$ és $q=3$ értéket ad. Ezt R-ben lefuttatva és ábrázolva, az összebeosztottak idősorára illeszttem a kapott ARIMA modellt (kékkel) a 28. ábrán.



28. ábra: Eredeti idősorra illesztett ARIMA modell, forrás: saját szerkesztés

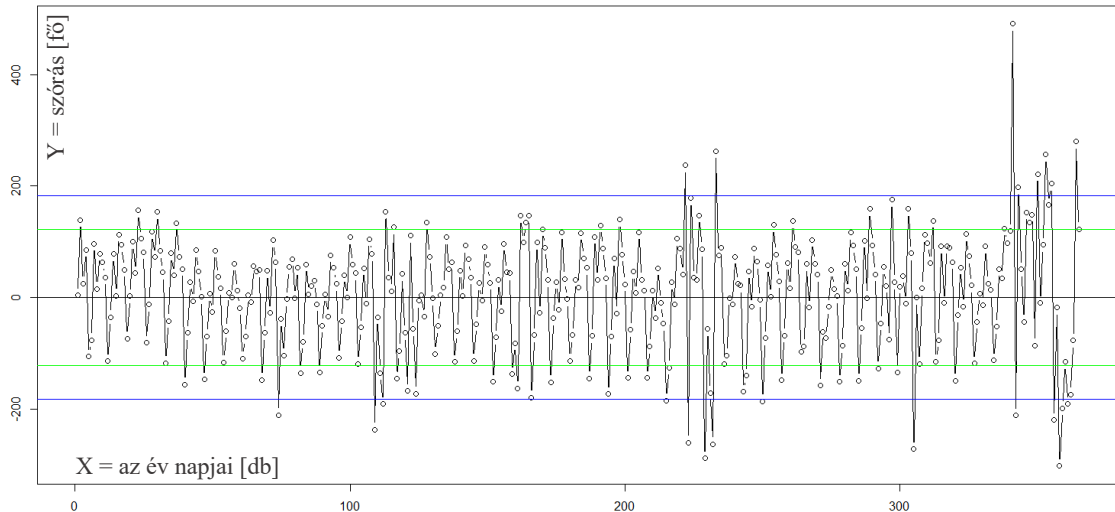
Összehasonlítva a dekompozíciós eljárás során kapott modellel (3.1.8 pontban), szembevetendő a különbség: a két komponens – a lineáris trend és ciklustag – alapján képzett előző modell ránézésre egy „emelkedő sáv”, míg jelen esetben a modell is mutat egyfajta sztochasztikus jelleget.

Ez az ARMA típusú módszerek azon elvéből adódik, mely szerint a véletlennek is jelentős hatást tulajdonítanak, a modellalkotás jelentős eleme a hibatag karakterisztikájának reprodukálása – ha az egyszerűség kedvéért a determinisztikus szemlélet elnevezései szerint fogalmazunk.

Az eredmény tehát egy kevésbé „művi” kinézetű modell, annak vizsgálata azonban még hátravan, hogy matematikailag mennyire jó, és az előzővel összehasonlítva, melyik a jobb.

4.1.5 Hibatag vizsgálat

A 3.1.6 pontban megismertek szerint, a modell hibatag vizsgálata során a fenti modellel korrigált eredeti idősorra a 29. ábrában bejelöltem zölddel az 1-szeres, és kézzel a 1,5-szeres szórást.



29. ábra: Eredeti idősor ARIMA modellel korrigálva, forrás: saját szerkesztés

A kiugró elemeket itt a következők miatt nem jelöltem külön: az egyszeres szóráson kívül 79 darab pont esik – az összesen 26 darab kiugrónál lényegesen több –, ami 78,4%-os egyezőség. Csak összehasonlításképpen, a dekompozíciós eljárás alapján alkotott modell egyszeres szórásnál 31 kiugró elemmel 91,5%-os pontosságot adott, ami nagy különbség. Másfélszeres szórásnál most 22 darab kívül eső elemmel 93,9% a becslés pontossága, szemben a másik eljárás 19 darab-os és 94,8%-os arányával. Ez utóbbi már nem nagyságrendi különbség.

Ezek alapján kijelenthető, hogy egyszerűbb levezethetőségén túl, a dekompozíciós eljárással jobb minőségben sikerült reprodukálni a tapasztalati idősort. Mindemellett, az ARIMA modell 90% feletti szignifikanciája is kiváló eredmény.

4.2 A fejezet összefoglalása, következtetés

Az idősorelemzés témakörét kutatva, szembeűnő a megközelítések és módszerek nagy (és dinamikusan növekvő) száma, továbbá az elemzések elvégzésének nagy szabadságfoka. Nem létezik olyan módszertan, melyet bármilyen idősor esetén alkalmazva, garantált jó eredményt kapnánk, azaz az idősorelemzés nehezen automatizálható. Természetesen, valamilyen megfelelően szűkített feltételrendszer szerinti idősorok esetén némileg árnyaltabb a kép, de a kutatói tapasztalat és lelkiismeretesség elkerülhetetlen a mindenkorai céloknak megfelelő eredmény elérése céljából.

A jelen dolgozatban elemzett munkavállalói beosztásokat tartalmazó idősor, bár konkrét vállalat konkrét számadatait tartalmazza, az általános ipari beosztási gyakorlatot is jól szemlélteti, annak jogszabályi és szakmai korlátai miatt. Másképpen fogalmazva, a különböző cégek beosztási idősorainak abszolútértékei és bizonyos komponensei változhatnak ugyan, de jellege nagymértékben nem.

Annak érdekében, hogy kutatási feladatomat a fentebb említett elvárható lelkiismeretességgel és alaposággal végezzem, megvizsgáltam az adott idősor elemzésére szabályosan alkalmazható, sztenderd eljárásokat. Ezek alapján az ARMA típusú modellalkotás tűnt megfelelőnek, és sikerült is bebizonyítanom a feltevés helyességét.

A konkrét idősorra elvégzett elemzések közül ugyan a dekompozíciós eljárással alkotott modell jobbnak bizonyult, ám ARIMA modellünk 90% feletti szignifikanciája önmagában igen erős. A hipotézisem, miszerint létezik egy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állásához megfelelően alkalmazandó, meglévő sztenderd idősorelemző modell, igazoltam. Fontos is ismerni a módszert, ugyanis más beosztási idősorok esetén lehetséges, hogy ezt az utat kell járni.

5 ÁLLOMÁNYI RENDELKEZÉSRE ÁLLÁS BECSLÉSE IDŐSORELEMZÉSSEL

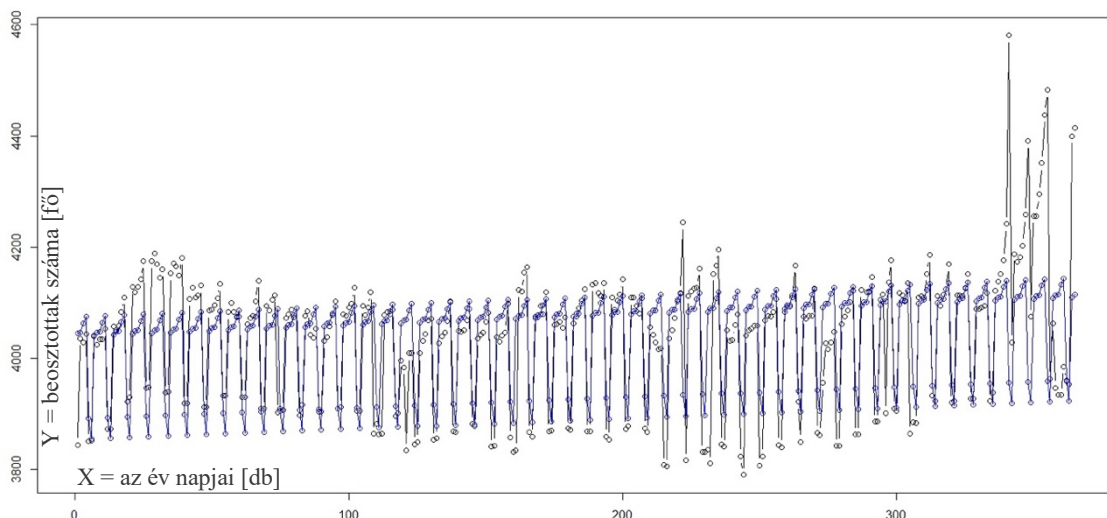
A tudományos probléma megfogalmazásakor, és az iparvállalatok állományigényének tárgyalásakor láttuk, hogy milyen jelentős biztonsági [130], továbbá üzleti hatása van a túltervezésből adódó szükségtelen bértömegnek, más esetben pedig az elégtelen számú munkavállaló okozta produktivitás csökkenésnek. Kutatásom lényegi eleme annak igazolása, hogy megfelelő matematikai modellalkotással lehetséges prediktálni a beosztott, ám műszakot előzetes értesítés nélkül nem felvevő munkavállalók számát.

Az előzőekben igazoltam, hogy az adatvédelmi előírásoknak is megfelelő adattömegből álló idősorból a beosztások karakterisztikája megismerhető, modellalkotással leírható.

Igazoltam továbbá, hogy két különböző módszer is alkalmas a karakterisztika meghatározására, ám nem egyformán robusztus mértékben. Jelen fejezetben a két eddigi módszer közül a pontosabbat, a dekompozíciós eljárással modellezett idősort tovább elemezve fogom vizsgálni annak lehetőségét, hogy megfelelő pontosságú modellt alkossak a nem megjelenők jövőbeni számának becslésére.

5.1 Matematikai levezetés

A harmadik fejezetben meghatároztam a rendelkezésre álló idősor alapján a teljes állomány beosztásának karakterisztikáját, a megalkotott modellt és annak eredeti idősorra illeszkedését látjuk ismét a 30. ábrán.

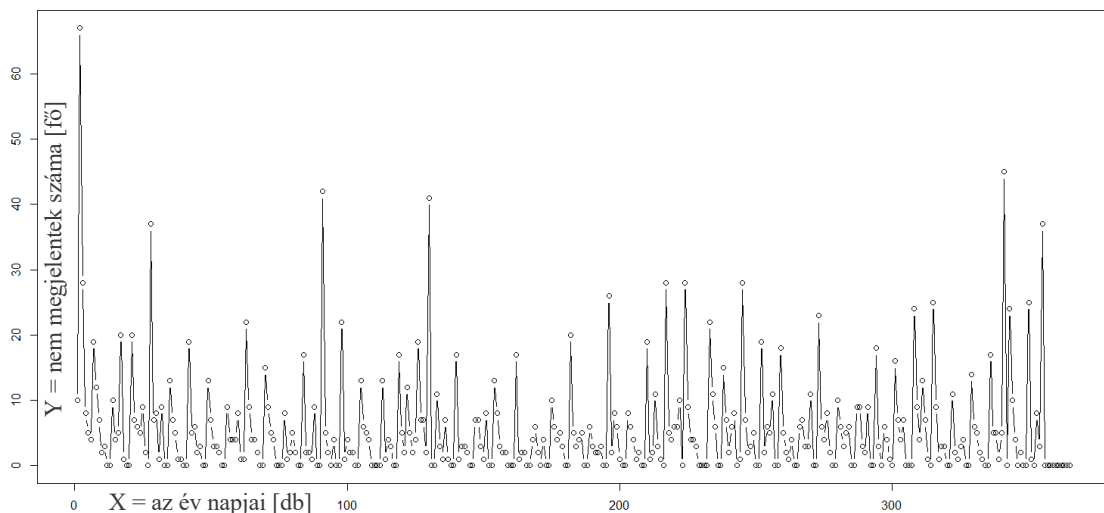


30. ábra: Eredeti idősorra illesztett matematikai modell, forrás: saját szerkesztés

Kijelenthetjük ez alapján, hogy találtam alkalmas módszert a modellalkotásra, és léphetünk tovább a jövőre vonatkozó becslés vizsgálatára.

5.1.1 Idősor ábrázolása

A 31. ábra azon munkavállalók idősorát mutatja, akik előzetes értesítés nélkül nem vették fel a munkát az adott napon. Hasonlóan a harmadik fejezetben ábrázolt teljes beosztotti állomány tapasztalati idősorához (7. ábra), ezeket az adatokat is a szűrt adathalmaz tartalmazza.



31. ábra: Nem megjelentek tapasztalati idősora, forrás: saját szerkesztés

A feladatomban, a korábbiakhoz hasonlóan, ennek az idősornak is megvizsgálni a komponenseit, karakterisztikáját, viselkedését.

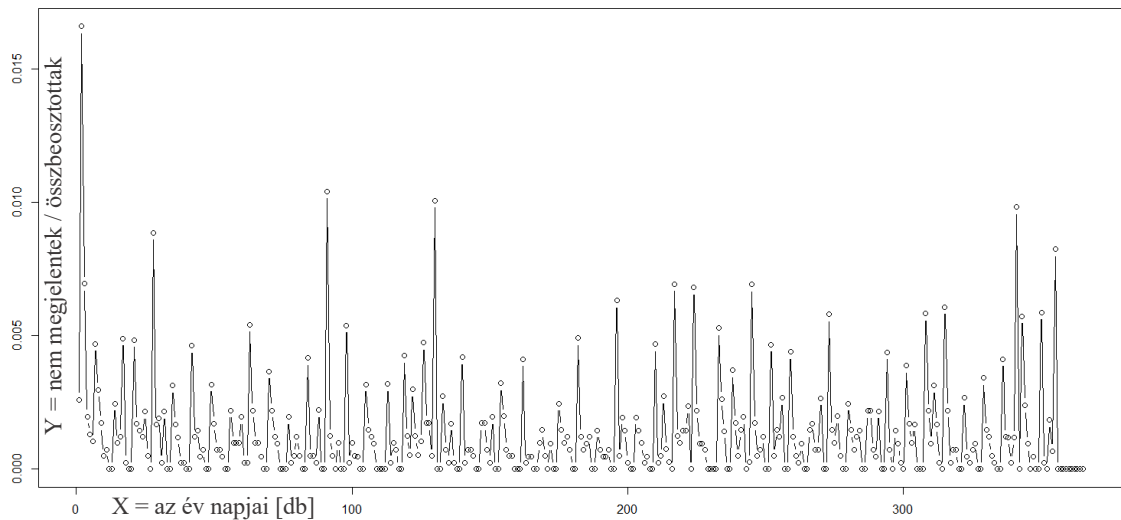
Ránézésre látszik, hogy ez egy teljesen más jellegű idősor (előzőnél például nulla értéktől felfelé, lefelé eltérés is jellemző, itt csak felfelé). Habár a negatív eltérés ebben az adathalmazban értelmezhetetlen lenne, a munkám során gyakran találkozom olyan jelenséggel, hogy nem beosztott emberek is megjelennek és dolgoznak. Abban az esetben, munkajogi okok miatt, és bizonyos feltételek teljesülése esetén [131], a bérükre is jogosultak lehetnek. Érdekes és egyben sokszor logikus is ennek a háttere, de nem tartom szorosan tárgyhoz kapcsolódónak. Érdeemes azonban tudni, hogy találkozhatunk olyan idősorral, ahol ezzel az üzletileg nemkívánatos jelenséggel is számolnunk kell.

Elemzésileg gondot nem okoz, mert vagy annak a karakterisztikának megfelelően kell közelíteni az idősorhoz, vagy két idősorra lehet bontani, és a szakmai logikának is megfelelő módon külön kell őket elemezni.

Visszatérve jelen vizsgálathoz, miután ez egy más karakterisztikájú idősor, mint a teljes beosztotti, másképp is kell tekinteni, mint azt.

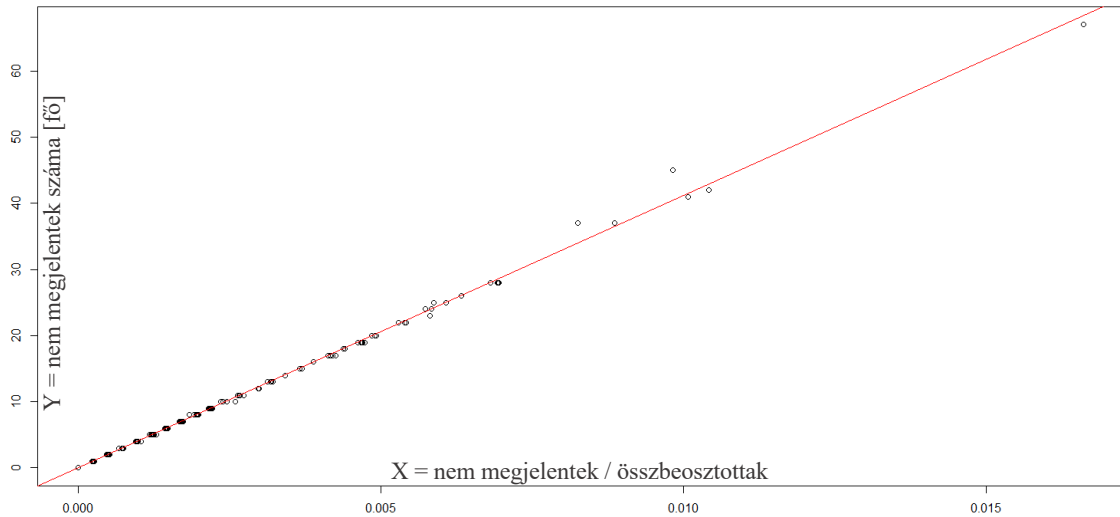
5.1.2 Nem megjelentek arányának vizsgálata

Míg a 31. ábra a nem megjelentek száma alapján képzett idősor, a 32. ábrán az összbeosztottak arányában nem megjelenteket látjuk (a 7. ábrán láthattuk, hogy az összbeosztottak száma is naponta változik).



32. ábra: Nem megjelentek aránya az összbeosztottakhoz viszonyítva, forrás: saját szerkesztés

Szembetűnő, hogy nagyon hasonló a karakterisztika, a két idősor között nagy a vizuális összefüggés. Ha a kettőt egy koordinátarendszerben ábrázoljuk, a következőt kapjuk (a függőleges tengelyen a nem megjelentek darabszámát ábrázoltam, a vízszintesen a nem megjelentek arányát az összbeosztottak függvényében). A becslő modell vizsgálata grafikusán a 33. ábrán látható, a 34. ábrán pedig az R-ben elvégzett levezetése:



33. ábra: A nem megjelentek és nem megjelentek aránya közötti összefüggés grafikonja, forrás: saját szerkesztés

```
Call:
lm(formula = mod_db ~ mod_sz)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.4091 -0.0319  0.0230  0.0263  4.5306

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.02632    0.02082   -1.264   0.207
mod_sz      4122.46524    8.87124  464.700 <2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.32836 on 363 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9983,    Adjusted R-squared:  0.9983
F-statistic: 2.159e+05 on 1 and 363 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

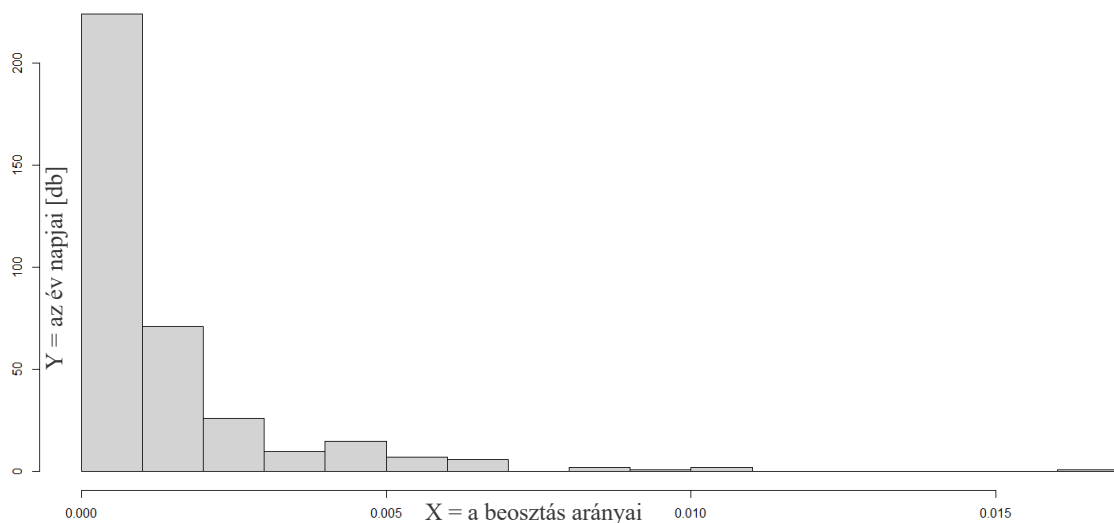
34. ábra: A nem megjelentek és nem megjelentek aránya közötti összefüggés levezetése, forrás: saját szerkesztés

Látható, hogy van egy igen erős, 99%-os korreláció. Fenti számítás igazolta a grafikus ábrázolások alapján meglévő feltételezést, így kimondható, hogy a nem megjelentek függvénye és az összebeosztottak arányában nem megjelentek függvénye között erős a korreláció. Ebből következik, hogy nem kell külön vizsgálnunk a kettőt, mert az egyik karakterisztikájából következtetni lehet a másikéra, és fordítva.

A fenti összefüggés nem összetévesztendő azzal a feltételezéssel, hogy az összebeosztás egy adott állandó százaléka lesz a várható hiányzók száma, amint ezt a következőkben látni is fogjuk.

5.1.3 Nem megjelentek arányának eloszlás vizsgálata

Érdekes megvizsgálni az összebeosztottak függvényében nem megjelentek részarányainak eloszlási diagramját, sokatmondó ugyanis a megértés szempontjából. A 35. ábra hisztogramjának ordinátája a napok száma (az összesen 365 napból), míg abszcisszája az összebeosztottak egyes arányszámjai.



35. ábra: A nem megjelentek arányeloszlási hisztogramja, forrás: saját szerkesztés

Ebből azt látjuk, hogy nem megjelenés hány napon fordult elő adott beosztási arányban. Például, a beosztási darabszám 0,4-0,5%-os arányában körülbelül 20 napon. Érdekes látni, hogy jelentős kiugrás (több, mint 200 nap) van a nulla és 0,001 között, azaz ezeken a napokon nagyjából mindenki felvette a munkát.

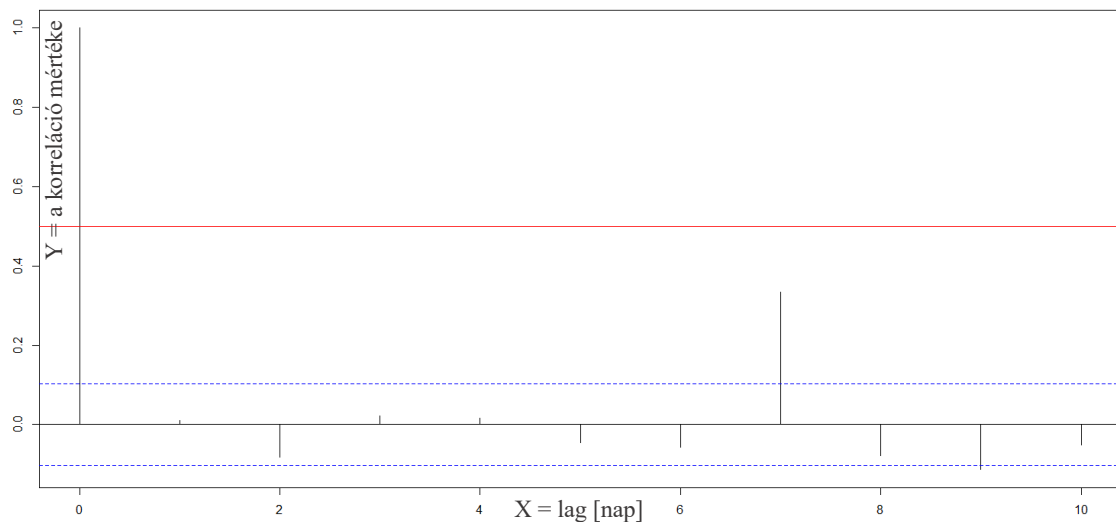
Igazoltam ezzel, hogy nem kapnánk pontos becslést abban az esetben, ha a beosztások számát lineárisan valahány százalékkal korrigálnánk annak érdekében, hogy adott napon épp a megfelelő számú munkavállaló legyen jelen. Amint azt a tudományos probléma

megfogalmazásakor, a „Gyakorlati példa 2”-ből is láttuk, az egyik bevett ipari gyakorlat éppen az egyenletes túltervezés. Főleg a sori gyártási technológiák esetén, mivel ott nem hiányozhat ember (munkacellás gyártás során sokszor más a helyzet, ezáltal a probléma is, ezt is látni fogjuk).

Fentiekből látszik, hogy egy többszázalékos konstans biztonsági tényező az év több, mint 200 napján teljesen felesleges lenne, abszolútértéktől függetlenül, mivel ezeken a napokon az összebeosztottak csupán 0,4-0,5%-a nem jelent meg.

5.1.4 Autokorrelációs vizsgálat (ACF)

A 3.1.2 alfejezetben leírtaknak megfelelően itt is elvégeztem az autokorrelációs vizsgálatot, melynek eredménye a 36. ábrán látható.



36. ábra: ACF diagram a nem megjelentek tapasztalati idősorára, forrás: saját szerkesztés

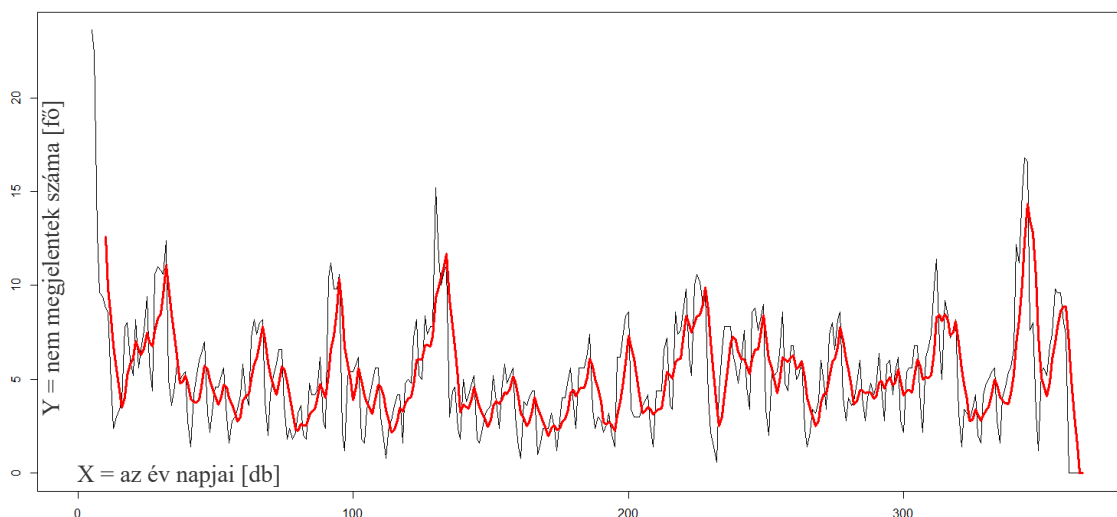
Ezekre az adatokra is kijön a 7 napos ciklus, habár itt nincs akkora ereje, csupán alig 0,4-es értéket vesz fel. A többi nap korrelációjához képest azonban kiugró, és mivel ismerjük az alap idősor karakterisztikáját, ezt meggyőzőnek tekinthetem. A vizsgálat nem hozott újszerű eredményt, van szignifikáns ciklustagunk.

5.1.5 Adatsimítás

Kíváncsi voltam, hogy ebben az idősorban fel tudok-e fedezni bármilyen olyan összefüggést, akár éven belüli szezonalitást, tendenciát (nem összetévesztendő az idősor hivatalos elemeinek értelmezésével), amelyet egy év adataiból is meg tudok határozni. Ez nem szükséges lépése az elemzésnek ebben a stádiumban (a 3. fejezetben láttuk, hogy az alap idősor modellje például e tag éven túli vizsgálata nélkül is kellően robusztus).

Igazán releváns választ a már leírt okok miatt csak több év együttes vizsgálata adhatna, engem azonban egyéb, nem matematikai szakmai szempontból érdekelt a kérdés: hátha kirajzolódik belőle valamilyen magyarázható mintázat. Ehhez az exponenciális simítás módszerét választottam, mely egy olyan átlagszámítási módszer, melynek elve szerint a t-edik időszak adatának kialakulásában a legutolsó megfigyeléseknek nagyobb szerepük van, mint az azt megelőző értékeknek. [132] Bár az elméleti háttére összetett, a korszerű szoftverek segítségével alkalmazása egyszerű, és eredménye, amint az a nevéből is adódik, hogy általa vizuálisan „simább”, kevésbé részletgazdag idősor képet kapunk, ami statisztikai áttekintésre kiválóan alkalmas.

Létezik egyszeres és többszörös exponenciális simítás, utóbbi esetében a már egyszeresen simított adatokat ismét simítjuk. Azt, hogy melyiket és hogyan alkalmazzuk, maga az idősor és a cél határozza meg, én aszerint próbálkoztam, hogy melyik és milyen mértékű simítás ad ki valamilyen számomra, és fentiek szerint nem elsősorban matematikai megközelítésben, értelmezhető képet. A 37. ábrán látjuk a vizsgálataim szerinti eredményeket. A fekete szín az egyszeres, 5-ös mozgóátlaggal kalkulált, míg a piros az egyszeresnek egy további, 10-es mozgóátlag szerint simított függvényét ábrázolja. Vízszintesen a napok, függőlegesen a nem megjelenők száma szerepel.



37. ábra: Nem megjelenetek idősora 5-ös (fekete), majd 10-es (piros) exponenciális simítással, forrás: saját szerkesztés

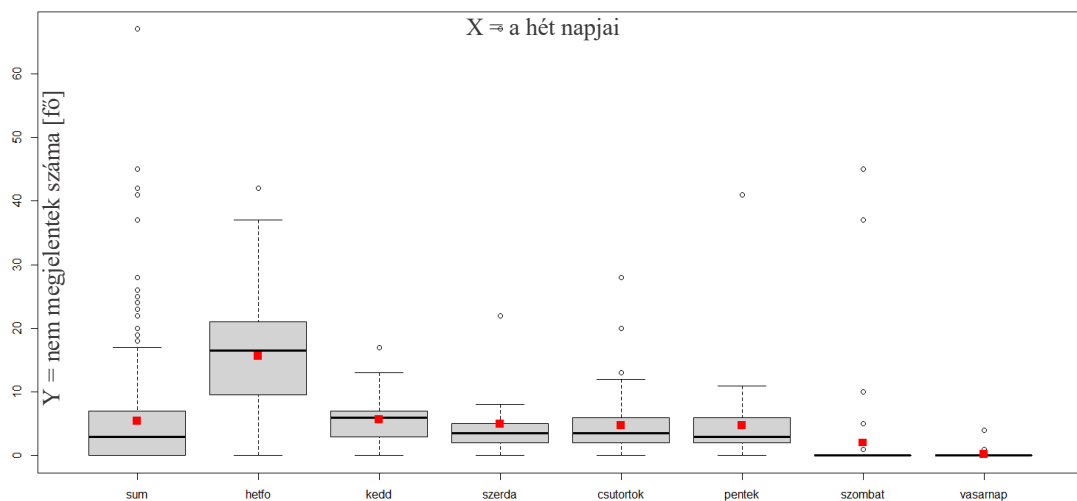
A fekete függvény még viszonylag zajos, de a piroson már látható, hogy a hétnapos cikluson túl vannak csúcspontok és leesések a nem megjelenésekben, azaz sorrendben láthatóan fegyelmetlenebb és fegyelmettebb időszakok. Ezekről háttérinformációk nélkül nem tudjuk, hogy évente esetleg ismétlődő jelenségek (ehhez kell többéves adat),

vagy egyedi esetek. Megemlíthető az esetleges technológiai változás, átszervezés, influenzajárvány hatások lehetősége, vagy csupán időszakonkénti nagyobb vezetői szigor eredménye.

Engem ezek elsősorban nem matematikai szempontból érdekeltek. Kíváncsi voltam, vannak-e az egyes definitív komponensek alatti vagy feletti jelenségek. Fentiek alapján úgy ítélem, hogy léteznek, és esetleges termékesítés vagy további kutatás esetén érdemes lehet őket például kérdezős módszerrel megvizsgálni. Érdekes példája ez az idősorokban megbújó információk sokaságának.

5.1.6 Doboz ábra (Box Plot diagram)

Folytatva a predikciós célú kutatást, a 3.1.3 pontban ismertetett és alkalmazott doboz ábrát ismét felrajzolom a nem megjelenők idősorára is (38. ábra).



38. ábra: Doboz ábra a nem megjelentekre, forrás: saját szerkesztés

Ebből láthatjuk, hogy a modellünk milyen karakterisztikát mutat, a 3. táblázatban pedig a hozzá tartozó analitikus adatok szerepelnek.

3. táblázat: A nem megjelentek statisztikai mérőszámai, forrás: saját szerkesztés

	minimum	maximum	medián	átlag	szórás
sum	0	67	3,0	5,4328767	8,0033656
hétfő	0	42	16,5	15,6538462	9,1542010
kedd	0	17	6,0	5,6792453	3,5069907
szerda	0	67	3,5	5,0000000	9,3410332
csütörtök	0	28	3,5	4,7115385	5,0267385
péntek	0	41	3,0	4,7692308	5,9131471
szombat	0	45	0,0	2,0192308	8,0670970
vasárnap	0	4	0,0	0,1923077	0,7930695

A kapott ábrán két dolgot vehetünk észre:

- A hétfői napok kivételével a többi napon kicsi a nem megjelenők számának interkvartilis terjedelme,
- A hétvégi napokon kifejezetten nagy a megjelenési fegyelem.

Mivel az interkvartilis terjedelem az adatok felének a tartománya, és a fenti jelenség az összbeosztotti létszám doboz ábráján nem köszön vissza (3.1.3 pont alatt), ez számomra azt jelenti, hogy hétfői napokon sokkal többféle nem megjelenési arány van, mint más napokon. Értelmezve ezt, ez ismét az egyenletes túltervezés jó gyakorlatának cáfolata, továbbá ennek alapján a hétfői beosztás szakmai szempontból kritikusnak tekintendő.

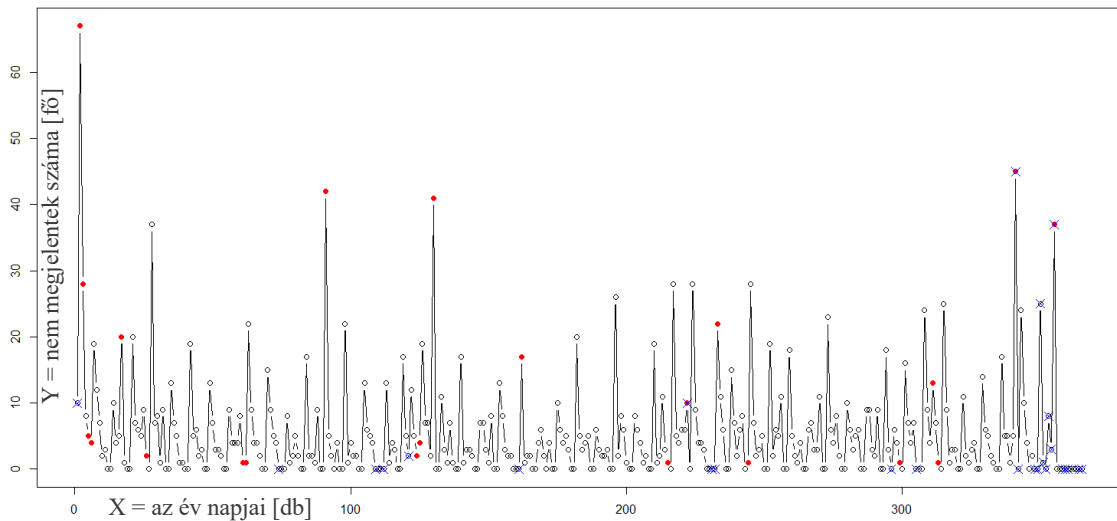
A hétvégi igen alacsony távolmaradási ráta számomra meglepetés. Azt gondoltam, hogy a hétvégi napok, amelyek esetleg 5+2-es munkarendben (hétfőtől péntekig munkanap, hétvége pihenőnap) dolgozó, tanuló egyéb családtagok miatt kiemelten fontosak szociálisan, jellemzően nagyobb távolmaradási rátát eredményeznek – amint ezt más cégeknél láttam is. Másrészt például a hétvégék pótlékjai lehetnek annyira vonzóak, hogy megérje bemenni dolgozni.

Ezek, természetesen, ismét az adatok mögötti esetleg akár csak vállalati szinten jellemző összefüggések feltárásának tárgyai, a matematikai elemzést nem befolyásolják.

5.1.7 Kiugró (Outlier) elemek vizsgálata

A 39. ábrán a távolmaradási idősorban pirossal kiemeltem a kiugró elemeket, melyek az adott napi távolmaradások átlagától kétszeres szóráson kívül esnek, és

összehasonlítóképpen kék színnel megjelöltem azokat a napokat, ahol az eredeti, azaz az összebeosztotti idősor kiugró elemei találhatóak (melyeket hasonló módszerrel azonosítottam).



39. ábra: A nem megjelentek és összebeosztottak kiugró elemei (pirossal és kékkel), forrás: saját szerkesztés

A 40. ábrán a hozzá tartozó analitikus adatok szerepelnek az év napjainak sorszámaival megadva:

```
> · kilogok01x¶
· [1] · · · 1 · · 74 · 109 · 112 · 121 · 161 · 222 · 231 · 232 · 296 · 305 · 341 · 342 · 348 · 3
49 · 350 · 351¶
[18] · 352 · 353 · 354 · 355 · 358 · 359 · 360 · 364 · 365¶
> · kilogok04x¶
· [1] · · · 2 · · · 3 · · · 5 · · · 6 · · 17 · · 26 · · 61 · · 62 · · 91 · 124 · 125 · 130 · 162 · 215 · 2
22 · 233 · 244¶
[18] · 299 · 311 · 313 · 341 · 355¶
> · intersect(kilogok01x, kilogok04x)¶
[1] · 222 · 341 · 355¶
```

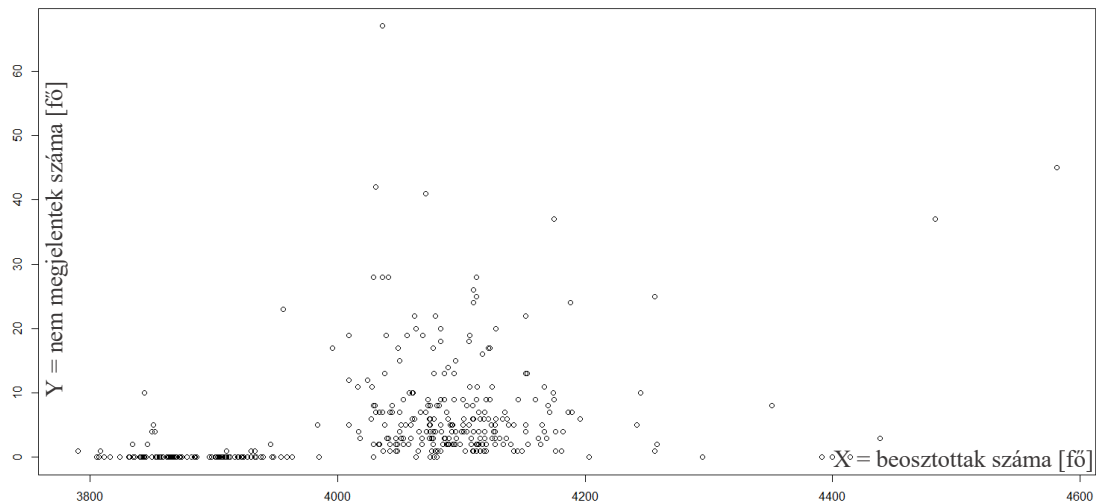
40. ábra: A nem megjelentek és összebeosztottak kiugró elemeinek analitikája R-ből, forrás: saját szerkesztés

Ez esetben ismét két figyelemreméltó tény van:

- Érdekes, hogy a két idősor kiugró elemei mennyire nem esnek egybe, csak mindössze három esetben (fenti analitikából az év 222., 341. és 355. napján).
- Év végén, amikor látványosan több embert osztottak be, kiemelkedően nagy volt a bejárás fegyelem. 15 darab beosztási csúcspontból 12 esetben szinte mindenki megjelent. Ez ismét csak találgatásra ad lehetőséget, amitől most eltekintek, ám a jelenség a vállalat szakmai vezetői számára minden bizonnyal érdemi információval szolgálnának.

5.1.8 Nem megjelentek összehasonlítása az összebeosztottakkal

Megvizsgáltam korábban az összebeosztottak és nem megjelentek száma közötti összefüggés kérdését. Ez fontos a jelenlegi általános ipari túltervezési gyakorlat, illetve az idősorok karakterisztikáinak elemzése kapcsán egyaránt. A 41. ábra két tengelyén e két adatsor számait ábrázoltam.



41. ábra: A nem megjelentek összehasonlítása az összebeosztással, forrás: saját szerkesztés

Látható ebből, hogy nincs különösen szoros összefüggés a két kategória között. Amikor azonban szoftveresen számítottam a korrelációt, kijött R-ben a 42. ábrán olvasható, kifejezetten erősnek tekinthető, közel 0,7-es érték.

```
> cor(ts02$osszesbeosztott,ts02$nemmegjelent)
[1] 0.6990105
```

42. ábra: A nem megjelentek és összebeosztottak közötti korreláció, forrás: saját szerkesztés

Az ok a nulla körüli hiányzó létszám számosságában keresendő (láttuk, hogy több, mint 200 napon ez volt a jelenség), és azok döntő része is a hétvégi, alacsonyabb összebeosztotti létszámot produkáló napokon volt. E napok beosztásának megjelenési számaival való korrelációja nyilvánvalóan magas, lehet akár 99% is (külön nem láttam értelmét vizsgálni). Ez a hatás a többi nap vélhetően kifejezetten alacsony korrelációs átlagát felhúzza az összesítésben. Szándékosan nem írtam torzítást, ugyanis a korrelációs érték valós, ám mégsem ad megfelelő képet a tényleges összefüggésekről.

A valóság könnyen belátható módon egy polarizált állapot: a már eddig is ismert nagy munkába járási fegyelmű hétvégék mellett, és velük párhuzamosan, egy ennél komplexebb összefüggésű hétköznapi jelenség működik. Amennyiben fentieket üzleti

szempontból akarnám vizsgálni, az derülne ki, hogy az egységes túltervezés gyakorlatához képest a hétvégi napokon lehet igazán megtakarításokat elérni, hisz alig kell túltervezni a létszámot.

Azokban az esetekben, ahol nincs túltervezési gyakorlat, más lehetőségek adódnak. Az 5.1.3 pontban utaltam a munkacellás gyártásszervezésre. Ez esetben a különböző munkafolyamatokat (akár alkatrész bázison, akár vevők szerint, stb.) úgynevezett gyártócellákban végzik az operátorok. Tekintettel arra, hogy egy kézgalléros munkavállalónak cég- és iparág függően több, akár tízes nagyságrendű különféle kompetenciája⁶ van, egy például tízfős cellát is működésben tarthat 7-8 munkavállaló. Az iparvállalatok nagy százalékában nem működik valós idejű jelenléti adatokat rögzítő és feldolgozó szoftvermegoldás, így a létszámhiány sokszor nem derül ki adott napon. Kiderül azonban, akár csak hetekkel később, a produktivitási adatok elemzésekor, hogy az adott cella aznap például csak 90%-os termelékenységi számokat hozott. Külön probléma, és szül gyakori konfliktust az a jelenség, hogy mindeközben az ottlévő, és a teljes cellafolyamatot működtető kollégák esetleg 100% feletti egyéni hatékonysággal dolgoztak. A megfelelő időszorelemzés eredménye alapján kidolgozott becslő modellel a fenti jelenségek nagy része is hatékonyan kiküszöbölhető lenne.

Jelen fejezet elemzési példája is alátámasztja az időszorelemzés során tanúsítandó körültekintést, és a – lehetőség szerinti – lépésenkénti adatvizualizáció előnyeit.

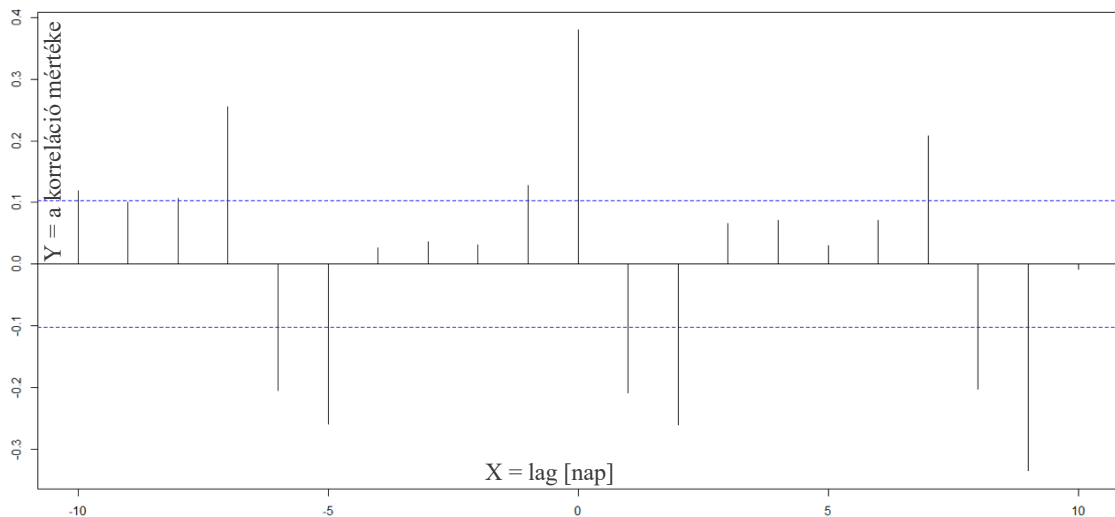
5.1.9 Keresztkorreláció vizsgálat (CCF)

Az 5.1.6 pontban, a doboz ábra megalkotásával a távolmaradások alakulásának viselkedését szemléltettem. Ez, és az összebeosztotti állomány idősorának karakterisztikája alapján már lehetséges megfelelő valószínűségű becslést végezni jövőre vonatkozó beosztástervezés túltervezési igényére. Erre vonatkozó példaszámítást fogok elvégezni a következő pontban.

Figyelembe véve, hogy az egész kutatás alapja az a felismerés, hogy messze nem ideális a jelenlegi ipari beosztási gyakorlat, és kifejezett célom az eredményéül szolgáló módszer későbbi gyakorlatba ültetése, fontosnak tartom tudományosan is körbejárni az egyenletes túltervezés helytelenségét.

⁶ A különböző tevékenységekre, például forrasztás, hegesztés, összeszerelés stb., vonatkozó jogosítványt vagy alkalmasságot hívjuk így, ebben az összefüggésben.

Az 5.1.7 pontban láttuk, hogy a két idősor kiugró elemei között nincs erős matematikai összefüggés. Az 5.1.8 pont vizuálisan szemléltette a beosztások és távolmaradások közötti gyenge közvetlen korrelációt (még ha az átlagban, a megbeszéltek miatt jelentős is volt). Végül, a teljesség kedvéért, elvégzek egy összehasonlító korrelációs vizsgálatot a két (összbeosztottak és távolmaradók) idősorra. Ennek a többváltozós vizsgálatnak az eredményét látjuk a 43. ábrán.



43. ábra: CCF ábra az összbeosztottakra és nem megjelentekre, forrás: saját szerkesztés

A keresztkorrelációs vizsgálat (CCF) abban segít, hogy két adatsor, jelen esetben az összbeosztottakat, valamint a nem megjelenteket tartalmazó idősorok közötti összefüggést megtaláljuk, abban az esetben is, ha az összefüggés időben eltolva érvényes (pl. „A” sor t napja korrelál „B” sor $t+3$ napjával). [133]

A két korábbi hasonló vizsgálat során nyugtáztuk, hogy nulla értéknél mindig 1-es korrelációt kapunk az önmagával történt összehasonlítás értelemszerű 100%-os egybeesése miatt. Ez esetben, mivel itt nullánál is a két idősor egymással történő összehasonlításának értéke szerepel, nem is várunk 1-es értéket.

A legerősebb korreláció nullánál 0,4 alatt, négy egyéb esetben 0,3 alatt, és még négyszer 0,2 felett valamivel van. Korábban láttuk, hogy 0,5 az a szignifikancia határ, amely felett összefüggést vélelmezünk, illetve, amint azt a 5.1.4 pont vizsgálatokor írtam, fontos a többi értékkel való összevetés is. Jelen esetben kilenc darab, nagyságrendileg hasonló értékünk van, mind 0,4 alatt, amiből számomra az derül ki, hogy nincs a két idősor között olyan szignifikáns összefüggés, amelyet figyelembe kellene vennem.

Szignifikáns korreláció esetén, ha például 3-nál kapnánk kiugró értéket, az azt jelentené, hogy a nulladik napon beosztottak száma összefüggésben van a harmadik napon nem megjelenők számával. Esetleg olyan összefüggés is kijöhetne, hogy amennyiben például egy adott napra kiugróan sok munkavállalót osztanak be, a következő napon sokan maradnak távol, előzetes értesítés nélkül. Nincs azonban ilyen időben eltoló összefüggés a mi vizsgált idősoraink között.

Ezzel a lépéssel az elemzés végére értem, ami, véleményem szerint, minden szempontból eredményesen zárult.

5.1.10 Egy példa az alkalmazásra

Fontos ezek után, hogy megnézzük, hogyan alkalmazható a kapott modell a gyakorlatban, konkrét beosztástervezés esetén. Erre mutatok egy példát ebben a pontban.

Tegyük fel, hogy egy hétfői napot szeretnék beosztani, nézzük a kiindulási számokat.

- A 3.1.3 pontban leírtak szerint a hétfői napok beosztási átlaga 4075, legyen a választott célunk is $\bar{M} = 4075$ jelenlévő munkatárs.
- Az 5.1.6 pont táblázata alapján a nem megjelentek hétfői kerekített átlaga $\bar{n} = 15,65$.
- Ugyaninnen a hozzá tartozó szórás adat 9,15.
- Összesen 52 darab hétfő van az idősorban.
- 2 darab kiugró adat van hétfői napon a nem megjelent munkavállalók adatsorában.
- Becslő modell szórása 1,5.

Becslés:

$$X = \bar{M} + \bar{n} + \sigma \times Z \quad (30)$$

Látható, hogy felső becslést alkalmazok ($\pm\sigma \times Z$ tag helyett csak $+\sigma \times Z$ tagot), mivel a 4075 célszámot felülről szeretném közelíteni, hogy elkerüljem az alacsonyabb, ezáltal kapacitáshiányt okozó jelenléti számot (ld. 5.1.8).

Behelyettesítve:

$$X = 4075 + 15,65 + 1,5 \times 9,15$$

Ebből:

$$X = 4104,375$$

Törtszámú embert nem tudok beosztani, kerekítve tehát 4105 embert kell beosztanom, ha a céloom 4075 műszakot felvevő munkavállaló. Tekintettel arra, hogy becslő modellel kalkulálunk, fontos szempont, hogy milyen kalkulált valószínűség mellett fog teljesülni a célszám.

Hiba (a kiugró napok alapján): $\alpha = 2/52 = 0,03846$

Konfidencia szint:

$$P = 100(1-\alpha)\% \quad (31)$$

Behelyettesítve:

$$P = 100(1-0,03846)=96,154\%$$

Ahhoz, hogy 4075 munkavállaló vegye fel a műszakot az adott hétfői napon, 4105 embert kell beosztanunk, 96%-os bizonyosság mellett.

Hasonlítsuk össze a kapott eredményt a kiindulási példák adataival, melyek szerint az ipari gyakorlat akár 10% körüli túltervezés a teljes műszakszámra vetítve.

A kutatásom eredményeként alkotott becslő modell:

$$(4105-4075)/4075 \times 100\% = 0,7\%$$

A tudományos becslés, a műszakszámra vetítve, 0,7% túltervezést ad.

Jelen dolgozatnak nem témája ennek gazdasági hatásait vizsgálni, de könnyen belátható, hogy akár napi szintű nagyságrendi különbség realizálása milyen mértékű megtakarításokat eredményezhet.

5.2 A fejezet összefoglalása, következtetés

A kutatásaim lényegi célja annak a feltevésnek az igazolása, hogy prediktív modellezéssel lehetséges olyan állományi kapacitásbecslést végezni, amely a jelen, nem tudományos, hanem best practice alapján működő ipari gyakorlatánál lényegesen jobb eredményt jelent.

A harmadik és negyedik fejezetben igazolnom kellett a tapasztalati idősor matematikai megértését és reprodukálhatóságát, hogy jelen fejezetben tovább léphessek a becsléscélú elemzésre.

Ennek az elemzésnek a keretében kiderült, hogy a valóságban milyen jelentős eltérések lehetnek az egyes napok megjelenési adataiban, ezáltal tudományosan cáfolható az egyenletes túltervezés általános gyakorlatának hatékonysága, és igazolható kezdeti feltevésem helyessége.

Az eredményekből is látszik, hogy az életünket évek óta körülvevő, és e sorok írása közben javában dúló 2020-as pandémia miatt különösen fontos digitalizációban rejlő lehetőségek még nagyban kiaknázatlanok, és megfelelő megközelítéssel az ipari hatékonyságnövelés céljának is szolgálatába állíthatók.

ÖSSZEGZETT KÖVETKEZTETÉSEK

Kutatási céljaim elérése érdekében átfogóan tanulmányoztam az iparvállalatok hatékonyság- és biztonságnövelési gyakorlatát, helyszíni bejárásokkal, interjú módszerével és adatok elemzésének segítségével értelmeztem a különböző alkalmazott gyakorlatok rendszerét. A már meglévő műszaki ismereteimen felül, a kutatási témámhoz kapcsolódóan, külön tanulmányokat folytattam matematikai, közgazdaságtudományi, statisztikai, továbbá adatvédelmi és munkajogi területeken.

Téziseimet és az ajánlásokat a tudományos közösségben megvalósult publikációk és viták alapján fogalmaztam meg.

A kutatómunka összegzése

Napjaink egyik, az élet minden területét érintő jelensége a digitalizáció. Nemhogy alkalmazása és megítélése, hanem még definíciója sem egységes. A digitalizáció, tartalmilag, az a folyamat, mely során az adatok, keletkezésük helyéhez és idejéhez egyre közelebb, digitális alapra kerülnek (pl. automatikus adatgyűjtés), a már korábról meglévő információkat szoftverben rögzítik, illetve eredményképpen a különböző hardver és szoftverrendszerek és emberek, fizikai elhelyezkedésüktől függetlenül, képessé válnak közvetlenül kommunikálni egymással.

Célja a digitalizációnak egyrészt lehetővé tenni a valós idejű adathozzáférést, másrészt a keletkező adathalmazok által lehetőséget biztosítani új, eddig nem feltárt összefüggések megértésére, alapot szolgáltatni modern kutatásokhoz.

Értekezésemben is az ebben a jelenségben rejlő lehetőségeket használtam ki: az automatikus adatgyűjtés során keletkező historikus adatok megfelelően szűrt kinyerését követően, felhasználva ipari tapasztalataimat, a matematika és informatika segítségével olyan becslő modellt fejlesztettem, mely az állományi kapacitástervezés eddigi analóg gyakorlatát váltja ki. A munkám lépései a következők voltak:

Az első fejezetben bemutattam az iparvállalatok állománytervezéssel kapcsolatos mai gyakorlatát, és külön kitértem a témával kapcsolatos munkajogi és adatvédelmi aspektusokra. A digitalizációs jelenség egyik hatása, épp a kommunikációs képességek robbanásszerű fejlődése miatt, a személyes adatok védelmének elkerülhetetlen újragondolása. Munkám eredményének egyik mérőfoka, hogy mennyire alkalmazható a

kifejlesztett módszer a hatályos szabályok szerint. A teljes anonimitás ezen túlmenően jövőállóvá is teszi azt.

A második fejezetben a kutatásom matematikai háttérének elméletét vizsgáltam. Az időszerelemzés, épp az informatika fejlődésének, a számolási kapacitások elmúlt pár évtizedben tapasztalható multiplifikálódásának köszönhetően, a matematika egyik legdinamikusabban fejlődő ága. Sok új megközelítés, módszer és segédeszköz születik a témában, igyekeztem a kutatásom céljának megfelelő lehetséges irányokat kellően fókuszáltan bemutatni: merre lehet és érdemes elindulni, mik a megfontolások, és melyek azok az alapfogalmak, melyeket tisztázni kell az eredményesség érdekében.

A harmadik fejezetben a kutatás első részét vezettem végig. Annak érdekében, hogy becslő modellt alkossak, első lépésben meg kell érteni a kiindulási, tapasztalati idősort – jelen esetben az összeosztottak számának éves alakulását –, meghatározni annak karakterisztikáját matematikailag leírható modell segítségével. Az előzőekben megbeszéltek miatt lényeges szempont volt az idősor adatvédelmi szempontból prudens használata. Ennek a fejezetnek az eredménye, hogy a sztochasztikus folyamatok elméletének alkalmazásával, személyes adatok felhasználása nélkül, meghatároztam igen magas szignifikanciával, közel 95% pontossággal a tapasztalati, összeosztotti idősor karakterisztikáját.

A negyedik fejezetben azt a feltevésemet igazoltam, hogy lehetséges az idősor adatait megfelelő szignifikanciával reprodukálni sztenderd időszerelemzési eljárással, mely ezáltal a becslő modell alapjául is szolgálhat. A teljesség kedvéért, a második fejezetben leírtak szerint, lényegesnek tartottam a rendelkezésre álló szűrt adathalmazt több módon is elemezni, erre is jó példa az ARIMA modellel történt vizsgálat, melynek e fejezetben kidolgoztam kutatásomra vonatkozó módszertanát. Ez egyben rávilágított az időszerelemzés matematikájában rejlő további lehetőségekre is.

Az utolsó fejezet a kutatásom lényegi része, a becslő modell alkotása. A harmadik és negyedik fejezetben alkalmazott eljárások közül a robusztusabbat, a dekompozíciós eljárással készült elemzést választottam kiindulásnak. Ezzel a módszerrel elemeztem a nem megjelent, és ezt előzetesen nem közlő munkavállalók idősorát, és alkottam modellt ennek a számszerű prediktálására. Különböző matematikai módszerekkel ellenőriztem a helyességét, és cáfoltam a mai iparági jó gyakorlat helyességét. Sikerült megalkotnom

egy olyan módszert, mely akár 1%-on belül képes a jövőbeni rendelkezésre állást, megfelelő statisztikai relevanciával, megjósolni.

Ennek a kutatásnak az eredménye a kellően pontos predikcióhoz szükséges matematikai modellek kidolgozása. Szándékom szerint – posztdoktori kutatás keretében, illetve munkáltatóm segítségével – a gyakorlatban is használható megoldást fejleszték a közeljövőben. Annak érdekében, hogy ez megvalósuljon, termékesíteni kell az eredményeket, hogy a matematikai modellek részletes ismerete nélkül, felhasználói szintű szoftverismerettel is használható megoldást adjak a vállalatvezetők kezébe.

A harmadik, negyedik és ötödik fejezet eredményei alapján végeztem el a hipotézisek vizsgálatát, majd megalkottam a téziseket, a kutatási eredményeket, valamint az ajánlásokat.

Új tudományos eredmények – tézisek

- 1. Igazoltam, hogy historikus adatok ismeretében modellezhető egy adott munkavállalói állomány jövőbeli rendelkezésre állása, és meghatározható a teljes állomány beosztásának karakterisztikája a sztochasztikus folyamatok elméletének alkalmazásával.**
- 2. Igazoltam, hogy a sztochasztikus folyamatok elméletének alkalmazásával adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állása valószínűségi becsléséhez nincs szükség a konkrét személyek egyértelmű azonosítását lehetővé tevő adatok ismeretére, ezáltal a prediktív matematikai modell jogszerűen használható tetszőleges sokaságra.**
- 3. Igazoltam, hogy egy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állásának modellezésére eredményesen alkalmazható az idősorelemzés ARMA és ARIMA modellje, és kidolgoztam az elmélet alkalmazásának módszertanát.**
- 4. Igazoltam, hogy az idősorelemzés módszereinek segítségével modellezhető és előre jelezhető egy adott munkavállalói állomány jövőbeni rendelkezésre állása, és kidolgoztam a modellezés módszertanát.**

Ajánlások

A biztonságtudomány sokszor lekövető üzemmódban működik: reaktívak a különböző történésekre, és gyakran utólagos korrekcióval kezelik a már bekövetezett események

további előfordulásának megakadályozását. Jó példa erre a brit Richard Reid 2001. december 22-ei megghiúsult kísérlete nyomán azóta is életben lévő intézkedések. Egy Párizsból Miami-be tartó járatra próbált a cipője sarkába épített robbanószerkezetet csempészni. [134]

A helyes megközelítés a proaktív, az események elébe menő szemlélet. Ennek egyik eszköze a prediktív analízis, mely széleskörű alkalmazására a modernkori informatikai fejlesztések, kapacitások mind lehetőséget adnak.

Javaslom, hogy a szakemberek tekintsenek lehetőségek forrásaként a gyűjtött és jogszerűen tárolt adatokra, és fogalmazzák meg azokat a kérdéseket és problémákat, melyeket a napi munkájuk során tapasztalnak. Megfigyelhető jelenség, hogy ezek rejtve maradnak, és komoly adatbányászati tevékenység a nyomukra bukkanni.

Javaslom kutatótársaimnak, hogy szorgalmazzák az ipar-egyetemi együttműködéseket annak érdekében, hogy a szinergiákat kihasználva, rövidtávon bevezethető, nagyhatású megoldások születhessenek általuk.

Javaslom továbbá bárkinek, aki kapcsolatba kerül kutatásommal és érdeklődik a téma iránt, hogy keressen meg, álljon rendelkezésre akár további kutatásokhoz, akár konzultációs jelleggel a gyakorlati megvalósítást illetően. Hiszem ugyanis, hogy az eredményül szolgáló módszertan komoly áttörést jelenthet az iparvállalatok tervezési munkáiban, szolgálva ezzel az egyre nagyobb hangsúlyt élvező szervezeti kompetencia kihasználási optimum-keresést, és működési hatékonyságot.

Jövőbeni kutatási irányok

Az Értekezés elején megfogalmazottak szerint célom, hogy a munka folytatódjon, és én magam is szeretnék további kutatásokat végezni az eddigi eredmények és tanulságok alapján. Célszerűnek látom a folytatást az alábbi területeken:

1. Kiterjeszhető a vizsgálat a 96 órán belüli átosztás pótlékkötelessége miatti költségnövekedés jelenségére. Az kutatás során kiderült számomra, hogy ez is egy olyan idősor, melyet elemezve megtakarításokat lehet elérni.
2. Többéves idősor rendelkezésre állása esetén mód van a felismert szezonálisokhoz igazítva tervezni a szabadságokat, távolléteket. Ezek jelenleg szintén a tudományos megalapozottságot nélkülöző, best practice elven működnek.

3. Érdemes lehet több vállalat éves idősorait összehasonlítani, és megvizsgálni, vannak-e olyan kategorizálható motívumok, melyek alapján a teljesen manuális idősolelemzési megközelítést legalább részben automatizálni lehetne.
4. 3-as pont alapján további irány kérdezős módszerrel körbejárni a jelen kutatásban felfedezett kiugrásokat, és amennyiben ezek is kategorizálhatók, beépíteni a tapasztalatokat a további módszerekbe.
5. A munkavállalói biztonságtudatosság kiemelt jelentőséggel bír, melyet a fluktuáció csökkentésével is elősegíthetünk. Érdemesnek találok ezt a kérdést is elemezni, hátha felfedezhetők benne olyan összefüggések, melyek segíthetik a jelenség visszaszorítását.

BEFEJEZÉS

Rappai idézetével kezdtem értekezésemet, aki szerint: „A tudományos kutatás talán legfontosabb célja, hogy az ember(iség) feltérképezze az őt körülvevő világegyetem törvényszerűségeit, megismerje a társadalom működési elveit, szabályszerűségét, kísérletet tegyen a jövőbeli események előrejelzésére.”

Ennek szellemében végeztem kutatásaimat, melyek egy számomra eddig ismeretlen, és mély tudást igénylő területekre sodortak. Sok sorstársamhoz hasonlóan, én is e munkák során tapasztalom meg tudásom korlátait, és ismerem fel a tudomány végtelen lehetőségeit.

Az alkalmazott kutatás számomra annál izgalmasabb, minél gyakorlatiasabb, a valós életben is felhasználható új ismereteket hív életre. A különböző tudományterületek fokozódó diverzifikációja, a legújabbkori ismeretek egyre mélyebb ismereteket tesznek szükségessé a bennük rejlő lehetőségek kiaknázása érdekében.

A iparvállalatok életében mind fontosabbá váló hatékonyságnövelés hagyományos módszerei javarészt kiaknázottak: technológiaváltás nélkül a létszámcsökkentésnek megvannak korlátai, miképp a folyamatoptimalizálásnak is.

Digitalizációs vonatkozásban azonban nagy a tartalék, az iparvállalatok jellemzően „underserved” (kevésbé kiszolgált) helyzetben vannak a szolgáltatók részéről. Gépek tekintetében ez nem igaz, a robottechnika és egyéb automatizálási folyamatok erősödnek, azonban a munkavállalókkal kapcsolatos nyilvántartási és elemzési feladatokra fokozottan. Ennek fő oka a feladat különösen interdiszciplináris jellegéből fakad, miközben a szolgáltatók többsége elsősorban vagy informatikai, vagy HR területen szakértő.

Nehezítő körülmény, hogy sok esetben az egyes alkotóelemek pusztá megértése is kihívás, nemhogy megfelelő alkalmazásuk. Az idősorelemzés matematikája is ilyen, és sok száz, talán már több ezer, a témával foglalkozó oldal elolvasása után azt az ambiciózus célt tűztem ki, hogy tudós példaképeimhez hasonlóan, közérthetően, ám a tudományos elvárásokat nem degradálva fogalmazzam meg mondanivalómat.

Kutatásom elején még meglepett a terület tudományos feltáratlansága, a végére azonban világossá vált ennek valószínű oka: kevés ugyanis a napi iparvállalati gyakorlati tapasztalattal bíró, emellett matematikai, mérnöki, HR és informatikai tudással

rendelkező szakember. Esetemben ez nem érdem, hanem állapot, ami következik a napi munkám és egyetemi tapasztalataimból. Kutatói felelősségemnek is tekintem ezek alkalmazását és gyakorlati hasznosítását, amire talán jó példa doktori értekezésem.

Bízom benne, hogy más szakemberek is felismerik az ebben rejlő lehetőségeket, és eredményeim másokat is kutatásra ösztönöznek.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Szeretnék ezúton köszönetet mondani mindazoknak, akik segítettek tanulmányaimat, kutatásaimat. Feleségemnek, Krisztinának, és gyermekeinknek, Beninek, Artúrnak és Brúnónak, hogy jelenlétükkel és türelmükkel mindvégig támogattak, a nehéz pillanatokban is – volt belőlük bőven!

Szüleimnek, Ildikónak és Istvánnak, akik következetes és szigorú, ám szeretetteljes nevelése nélkül nem tartanék itt, valamint testvéremnek, Tamásnak, hogy mindig mellettem áll.

Köszönöm témavezetőmnek, Prof. Dr. Kovács Tibornak, a tartalmi visszajelzéseket, iránymutatásokat, és Dr. Hanka Lászlónak, hogy elindított az idősorelemzés rögzös útján, s gondolataival motiválta kitartásomat. Köszönöm Dr. Besenyő Jánosnak az értekezéseimben nyújtott segítségét, és Dr. Szűcs Endrének tanulmányaim során végig tanúsított támogatását.

Barátomnak, Dr. Otti Csabának, a sok inspirációt és szakmai beszélgetéseket, valamint tanáromnak, Szalánczi Szabolcsnak, azt a számomra talán az értekezés elkészítésének örömeivel is összevethető jelentőségű eredményt, hogy mostanra a Matematika tudományát már nemcsak tisztelem, hanem kifejezetten szeretem is.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] RAPPAL, G., „A modellezés sajátosságai időszaki anomáliák esetén”, MTA doktori értekezés, Pécs: 2016
- [2] PORTFOLIO: Már nem csak a munkaerőhiány sújtja a magyar gazdaságot, 2017.11.26., <https://www.portfolio.hu/gazdasag/mar-nem-csak-a-munkaerohiany-sujtja-a-magyar-gazdasagot.267235.html>, Letöltés ideje: 2020. január 31., 22:49,
- [3] KSH: “Összefoglaló táblák (STADAT) - Időszaki éves adatok – Munkaerőpiac”, 2020., https://www.ksh.hu/stadat_eves_2_1, Letöltés ideje: 2020. szeptember 28., 22:43
- [4] PIRISI, G. – TRÓCSÁNYI, A., “Általános társadalom- és gazdaságföldrajz”, Budapest: ELTE TTK, 2012.
- [5] TÓTH, I., “A munkaerőhiány a nemzetközi és a magyar irodalom tükrében”, Budapest: MKIK Gazdaság- és Vállalkozáskutató Intézet, 2017. június 9.
- [6] PROFITLINE, “Egekbe szökik a fluktuáció”, 2019.11.26., <https://profitline.hu/Egekbe-szokik-a-fluktuacio-400617>, Letöltés ideje: 2020. október 22., 20:40, 2017. november 8.
- [7] FINSZTER, G., SABJANICS, I., „Biztonsági kihívások a 21. században”, Budapest: Dialóg Campus, 2017.
- [8] FEHÉR, A., BESENYŐ, J., „Critical infrastructure protection (cip) as new soft targets: private security vs. common security”, Journal of security and Sustainability issues 10:1 pp. 5-18., 14 p. (2020) [ISSN 2029-7017, print/ISSN 2029-7025 online]
- [9] PENTZ, E., „A Munka Törvénykönyvét érintő GDPR változások”, Wolters Kluwer, 2019.05.21., <https://ado.hu/munkaugyek/a-munka-torvenykonyvet-erinto-gdpr-valtozasok/>, Letöltés ideje: 2020. március 20., 19:20.
- [10] DIE BUNDESREGIERUNG: „Gemeinsam Datenpolitik gestalten”, 2020., <https://www.bundesregierung.de/breg-de/themen/digitalisierung/konsultation-datenstrategie-1761664>, Letöltés ideje: 2020. március 17., 16:10.
- [11] TRENDALL, S., „Home Office develops innovation strategy”, 2019., PublicTechnology.net, <https://www.publictechnology.net/articles/news/home-office-develops-innovation-strategy>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 27., 22:10.

- [12] BEREK, L., „Biztonságtechnika”, Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Budapest: 2014.
- [13] OTTI, Cs., „Biometriaalapú beléptető rendszerek alkalmazhatósága tömegtartózkodású helyeken”, Doktori (PhD) értekezés, Budapest: Óbudai Egyetem, Biztonságtudományi Doktori Iskola, 2019.
- [14] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, XI-XII. fejezet rendelkezései
- [15] DEMETER, K., JENEI, I., LOSONCI, D., „A Lean menedzsment és a versenyképesség kapcsolata”, Versenyképesség kutató központ, ISBN 978-963-503-478-9, Budapest: 2011.
- [16] LOGIN: „Esettanulmányok”, 2019, <https://login.hu/hu/tartalom/workhour.html>, Letöltés ideje: 2020. április 22., 11:04.
- [17] KASZAKI, J.: „Adatok statisztikai feldolgozása”, Szegedi Tudományegyetem Sebészeti Műtéttani Intézet, Szeged: 2012.
- [18] BUSINESS ONLINE: „Egyre több állást hirdetnek meg”, 2017. október 21., <http://bonline.hu/cikk/127630/>, Letöltés ideje: 2020. január 31., 20:40.
- [19] KSH: „Munkaerőpiaci folyamatok”, Budapest: Statisztikai tükör, 2017. szeptember 15.
- [20] CSIKÓS-NAGY, K., „Szemléletváltás kell a Magyar cégeknél”, Világgazdaság, <https://www.vg.hu/kozelet/szemleletvaltas-kell-magyar-cegeknel-644187/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 3., 19:58
- [21] KORCYL, K. „Felmondási hullám a magyar munkahelyeken: ez már a poszt-covid szindróma?”, 2020. július 20., <https://businessdrive.hu/felmondasi-hullam-a-magyar-munkahelyeken-ez-mar-a-poszt-covid-szindroma/?fbclid=IwAR2CvjdgK46wvPalSRM4jyyGtn0uiyQpWWNCeL0j-AMffiMPPxjALqV33G0>, Letöltés ideje: 2020. július. 26., 11:33.
- [22] ADLER, J., BANK, D., CZELLENG, Á. „Értékelés a globális, európai és hazai folyamatokról”, a 2018. júliusi prognózis aktualizálása, GKI Gazdaságkutató Zrt., <https://www.parlament.hu/documents/126660/1775318/KT+középtávú+akt.+190104.pdf/4199b164-281c-0229-edd8-ef771d2bd1ed>, Letöltés ideje: 2020. október 24., 14:33.
- [23] GDPR: Global Data Privacy Laws and Regulations - A természetes személyek személyes adataik kezelésével összefüggő védelméhez kapcsolódó elvek és szabályok. Az Európai Parlament és a Tanács (EU) 2016/679 Rendelete

- [24] KSH: „A válság hatása a munkaerőpiacra”, Budapest: Internetes kiadvány – www.ksh.hu, ISBN 978-963-235-275-6, 2010. április.
- [25] EURÓPAI BIZOTTSÁG: „A bizottság és a tanács közös foglalkoztatási jelentésének tervezete”, Brüsszel: EUR-Lex, 2016. november 16.
- [26] KSH: „Munkaerőpiaci helyzetkép 2014-2018”, Budapest: Internetes kiadvány, <http://www.ksh.hu/docs/hun/xftp/idoszaki/munkerohelyz/munkerohelyz17.pdf>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 29., 20:00.
- [27] STATISTA: „Employment Worldwide, Global workforce by 2020, by generation”, [statista.com](https://www.statista.com), 2020, <https://www.statista.com/statistics/829705/global-employment-by-generation/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 21., 23:18.
- [28] FEHÉR, A., „A biztonság kényelme – A kényelem kockázata”, Biztonságtechnikai Konferencia, Békéscsaba 2015. június 11.
- [29] HACKMAN, J., OLDFHAM, G. „Development of the job diagnostic survey”, *Journal of Applied Psychology*, pp. 159-170., USA: 1975.
- [30] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, 97. §
- [31] SPARK INSTITUTE AT IBS: „A magyar cégek digitalizációs céljai”, Jövő Gyára: 2018.04.13., <http://www.jovogyara.hu/a-magyar-cegek-digitalizacios-celjai.html>, Letöltés ideje: 2020. április 24., 23:03.
- [32] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, 50-96. §.
- [33] CNBC: „IBM artificial intelligence can predict with 95% accuracy which workers are about to quit their jobs”, 2019.04.03., <https://www.cnbc.com/2019/04/03/ibm-ai-can-predict-with-95-percent-accuracy-which-employees-will-quit.html>, Letöltés ideje: 2020. július 13., 18:18
- [34] BOOT, C. R. L., VAN DRONGELEN, A., WOLBERS, I., SMID, T., „Prediction of long-term and frequent sickness absence using company data”, *Occupational Medicine*, <https://doi.org/10.1093/occmed/kqx014>, Volume 67, Issue 3, 1 April 2017, pp. 176–181., Letöltés ideje: 2020. augusztus 3., 10:23
- [35] HR MAGAZINE: „Absence management: Can new technology predict when employees are going to be off?”, [hrmagazine.co.uk](https://www.hrmagazine.co.uk), 2010.06.25., <https://www.hrmagazine.co.uk/article-details/absence-management-can-new-technology-predict-when-employees-are-going-to-be-off>, Letöltés ideje: 2020. augusztus.31., 17:30.

- [36] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, XI. fejezet.
- [37] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, 96. § - (4)
- [38] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, 96. § - (5)
- [39] REGULATION (EU) 2016/679 OF THE EUROPEAN PARLIAMENT AND OF THE COUNCIL, „On the protection of natural persons with regard to the processing of personal data and on the free movement of such data, and repealing Directive 95/46/EC (General Data Protection Regulation), 2016.04.27., <https://eur-lex.europa.eu/eli/reg/2016/679/oj>, Letöltés ideje: 2020. május 21., 18:56.
- [40] 2011. évi CXII. törvény az információs önrendelkezési jogról és az információszabadságról
- [41] Nemzeti Adatvédelmi és Információszabadság Hatóságának ajánlásai, <https://www.naih.hu/ajanlasok.html>, Letöltés ideje: 2020. október 28., 15:45.
- [42] MEDVEGYEV, P., „Sztocasztikus analízis”, Budapesti Közgazdasági és Államigazgatási Egyetem, Budapest: Magyar Külkereskedelmi Bank Vállalati Katedra, 2016. október 29.
- [43] BENKE, J., SZŰCS, G., „Sztocasztikus folyamatok”, Szeged: Szegedi Tudományegyetem, Bolyai Intézet, 2016.
- [44] PAP, Gy., „Sztocasztikus folyamatok”, Szeged: Szegedi Tudományegyetem, Bolyai Intézet, Sztocasztika Tanszék, 2014.
- [45] POLGÁRNÉ HOSCHEK, Mónika, „Statisztikai idősorelemzés a tőzsdén”, Doktori (PhD) értekezés., Nyugat-magyarországi Egyetem, 2011.
- [46] GRINSTEAD, M. Ch., – SNELL, J. L., „Introduction to probability”, USA: American Mathematical Society, ISBN: 978-0-8218-9414-9, 1997.
- [47] POKORÁDI, L., „Rendszerek és folyamatok modellezése”, Debrecen: Campus, 2008.
- [48] POKORÁDI, L., „Karbantartási folyamat valószínűségi modellje”, Kolozsvár: XXI. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszaka, pp. 333–336., 2016.
- [49] SHUMWAY, R. H., STOFFER, D. S., „Time Series Analysis and Its Applications”, Springer: New York, [ISSN 1431-875X, ISBN 978-1-4419-7864-6, DOI 10.1007/978-1-4419-7865-3], 2011.
- [50] HYNDMAN R. J., GOOIJER, J. G., „25 years of time series forecasting”, International Journal of Forecasting 22 (2006) 443–473., Elsevier B. V., [doi:10.1016/j.ijforecast.2006.01.001], 2006.

- [51] BROCKWELL, P. J., DAVIS, R. A., „Introduction to Time Series and Forecasting, Second Edition”, Springer-Verlag: New York [ISBN 0-387-95351-5], 2002.
- [52] CHATFIELD, C., „Time-Series Forecasting”, [ISBN 1-58488-063-5], Chapman & Hall/CRC: Bath, 2000.
- [53] FULLER, W. A., „Introduction to Statistical Time Series”, [ISBN 0-471-55239-9], John Wiley & Sons, Inc.: Iowa, 1996.
- [54] AUSTRALIAN BUREAU OF STATISTICS: „Time Series Analysis: The Basics”,
<https://www.abs.gov.au/websitedbs/d3310114.nsf/home/time+series+analysis:+the+basics>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 13., 09:29.
- [55] WEST, M., „Time series decomposition”, *Biometrika*, Volume 84, Issue 2, June 1997, Pp. 489–494, <https://doi.org/10.1093/biomet/84.2.489>, Letöltés ideje: 2020. június 28., 12:12.
- [56] LIANG, Yi-Hui, „Analyzing and forecasting the reliability for repairable systems using the time series decomposition method”, *International Journal of Quality & Reliability Management*, 2011.03.15., <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/02656711111109919/full/html>, [ISSN 0265-671X], Letöltés ideje: 2020. május 4., 10:20.
- [57] THEODOSIOU, M., „Forecasting monthly and quarterly time series using STL decomposition”, *International Journal of Forecasting*, Volume 27, Issue 4, October–December 2011, pp. 1178-1195, <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2010.11.002>, Letöltés ideje: 2020. május 4., 10:57.
- [58] ADHIKARI, R., AGRAWAL, R. K., „An Introductory Study on Time Series Modeling and Forecasting” <https://arxiv.org/pdf/1302.6613.pdf>, Letöltés ideje: 2020. május 6., 12:01.
- [59] ZHANG, X., „White noise testing and model diagnostic checking for functional time series” *Journal of Econometrics*, Volume 194, Issue 1, September 2016, Pages 76-95., Elsevier B. V., *Journal of Econometrics*, Volume 194, Issue 1, September 2016, pp. 76-95., 2016.
- [60] CHATFIELD, C., XING, H., „The Analysis of Time Series, An Introduction with R”, Taylor & Francis Group: Boca Raton, [ISBN 978-1-138-06613-7], 2019.

- [61] GRO INTELLIGENCE: „The Rise and Fall of German Beer”, 2017.02.22., <https://www.gro-intelligence.com/insights/articles/the-rise-and-fall-of-german-beer>, Letöltés ideje: 2020. május 17., 18:29.
- [62] EUROPEAN CENTRAL BANK: ECB reference exchange rate, Hungarian forint/Euro” Statistical Data Warehouse, https://sdw.ecb.europa.eu/quickview.do?SERIES_KEY=120.EXR.D.HUF.EUR.SP00.A, Letöltés ideje: 2020. május 21., 07:13.
- [63] JENKINS, G. M., BOX, G. E. P., REINSEL, G. C., LJUNG, G. M., „Time Series Analysis, Forecasting and Control”, [ISBN 978-1-118-67502-1], John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, 2016.
- [64] JENNINGS, C. L., MONTGOMERY, D. C., KULAHCI, M., „Introduction To Time Series Analysis and Forecasting”, John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, 2016.
- [65] OZYILDIRIM, A., ZARNOWITZ, V., „Time Series Decomposition and Measurement of Business Cycles, Trends and Growth Cycles” The Conference Board: New York, 2001.
- [66] KANG, H., „A composite model for deterministic and stochastic trends”, International Journal of Forecasting, Volume 6, Issue 2, July 1990, pp. 175-186., Elsevier B. V., [[https://doi.org/10.1016/0169-2070\(90\)90003-T](https://doi.org/10.1016/0169-2070(90)90003-T)], 1990.
- [67] HYNDMAN, R. J., ATHANASPOULOS, G., „Forecasting: Principles and Practice”, Text Publishing: Melbourne, 2018.
- [68] FERENCI, T., „A sztochasztikus idősorelemzés alapjai”, BCE, Statisztika Tanszék, 2011.
- [69] BAUM, C. F., „ARIMA and ARFIMA Models”, EC 823: Applied Econometrics, Boston College, Spring 2013,
- [70] BROWNLEE, J., „A Gentle Introduction to the Box-Jenkins Method for Time Series Forecasting”, 2020.08.15., Machine Learning Mastery, <https://machinelearningmastery.com/gentle-introduction-box-jenkins-method-time-series-forecasting/>, Letöltés ideje: 2020. augusztus 4., 23:10.
- [71] ALIYEV, F., AJAYI, R., GASIM, N., „Modelling Market Volatility with Univariate GARCH Models: Evidence from Nasdaq-100”, 2019.09.25., [doi:10.20944/preprints201909.0280.v1], 2019.
- [72] FEHÉR, A., „Nagylétszámú termelővállalatok állományi kapacitásbecslése”, Bányi Reports: 2021/01.

- [73] LOGIN: „Ki, mikor, mit és hol? Lehet tudatosan tervezni.”, <https://login.hu/hu/tartalom/shift.html>, Letöltés ideje: 2020. október 20., 11:30.
- [74] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, ”50/96.§
- [75] DATA HUB: „CSV – Comma Separated Values”, <https://datahub.io/docs/data-packages/csv>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 13., 21:00.
- [76] Sné KRISZT, É., VARGA, E., Vné KENYERES, E., KORPÁS, A., CSERNYÁK, L., „Általános statisztika II.”, [ISBN 978-963-19-2781-8], Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.: Budapest, 1997.
- [77] MINITAB: „Autocorrelation function – ACF”, <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/time-series/how-to/autocorrelation/interpret-the-results/autocorrelation-function-acf/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 15., 22:34.
- [78] MINITAB: „Lag for Autocorrelation”, <https://support.minitab.com/en-us/minitab/18/help-and-how-to/modeling-statistics/time-series/how-to/autocorrelation/interpret-the-results/lag/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 15., 22:46.
- [79] SMITH, T., SCOTT, G., „Autocorrelation”, Investopedia, 2020.03.10., <https://www.investopedia.com/terms/a/autocorrelation.asp>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 15., 23:33.
- [80] SHEEHY, R., „Autocorrelation in R”, Datacamp, 2018.10.18., https://www.datacamp.com/community/tutorials/autocorrelation-r?utm_source=adwords_ppc&utm_campaignid=1455363063&utm_adgroupid=65083631748&utm_device=c&utm_keyword=&utm_matchtype=b&utm_network=g&utm_adpostion=&utm_creative=278443377086&utm_targetid=aud-392016246653:dsa-429603003980&utm_loc_interest_ms=&utm_loc_physical_ms=9063021&gclid=Cj0KCQiAwf39BRCCARIsALXWETwcf2KpHBcGIqKkrVWdLbZXiJ-lOj71cD8I-sSrEXH1vN54FBtGQU0aAsbjEALw_wcB, Letöltés ideje: 2020. szeptember 17., 20:51.
- [81] BAUM, C. F., „An Introduction to Modern Econometrics Using Stata”, Stata Press, [ISBN 978-1-59718-013-9], 2006.

- [82] GALARNYK, M., „Understanding Boxplots”, Towards Data Science: 2018.09.12., <https://towardsdatascience.com/understanding-boxplots-5e2df7bcbd51>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 18., 17:00.
- [83] MAYER, A., „Doboz ábra vagy boxplot diagram”, SPSSABC: 2016.07.29., <https://spssabc.hu/diagram-keszites/doboz-abra/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 18., 20:08.
- [84] ÁCS, P., PINTÉR, J., „Bevezetés a sportstatisztikába”, Digitális tankönyvtár: 2011, https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/0025_Acs_Pongrac-Bevezetes_a_sportstatisztikaba/ch12s02.html, Letöltés ideje: 2020. szeptember 18., 22:23.
- [85] DATACAMP: „Box Plot in R”, DataCamp Team: 2020.09.25., https://www.datacamp.com/community/tutorials/boxplot-in-r?utm_source=adwords_ppc&utm_campaignid=1455363063&utm_adgroupid=65083631748&utm_device=c&utm_keyword=&utm_matchtype=b&utm_network=g&utm_adposition=&utm_creative=278443377086&utm_targetid=aud-299261629574:dsa-429603003980&utm_loc_interest_ms=&utm_loc_physical_ms=9063021&gclid=Cj0KCQiAwf39BRCCARIsALXWETwUcAaMxsERFUD1JJpQScref2Mq9yfliKpDLY7e9rCjiI--WG25pyAaAhM6EALw_wcB, Letöltés ideje: 2020. szeptember 19., 17:30.
- [86] DENESHKUMAR, V., SENTHAMARAI, K. K., „Outliers in Time Series Data”, January 2011. International Journal of Agricultural and Statistics Sciences 7(7) pp. 685-91, [ISSN 0973-1903]
- [87] PLANVIEW: „What is Just-in-Time Manufacturing?”, <https://www.planview.com/resources/guide/what-is-lean-manufacturing/just-in-time-manufacturing/>, Letöltés ideje: 2020. szeptember 24., 18:57.
- [88] CHAMBERS, J. M., „Linear models”. Chapter 4 of Statistical Models in S eds J. M. Chambers and T. J. Hastie, Wadsworth & Brooks/Cole, 1992.
- [89] FREUD, R., „Lineáris algebra”, [ISBN 963 463 471 0], ELTE Eötvös Kiadó: Budapest, 2006.
- [90] DOMÁN, Cs., „Többváltozós korreláció- és regressziószámítás”, Miskolci Egyetem Gazdaságtudományi Kar, Oktatási segédlet: 2005.
- [91] FEGYVERNEKI, S., „Valószínűség-számítás és matematikai statisztika”, Miskolci Egyetem Földtudományi Kar, 2011.

- [92] VINCZE, J., „Az ökonometria alapjai: Többváltozós lineáris regresszió és kiterjesztései”, Budapesti Corvinus Egyetem Matematikai Közgazdaságtan és Gazdaságelemzés Tanszék: Budapest, 2018.
- [93] Tné PARÁZSÓ, L., „A kutatómódszertan matematikai alapjai”, Eszterházy Károly Főiskola: Eger, 2011.
- [94] KSH: „Szezonális kiigazítás gyakorlata”, https://www.ksh.hu/docs/hun/modsz/szezonalis_kiigazitas_ksh.pdf, Letöltés ideje: 2020. szeptember 30., 14:05.
- [95] KOVÁCS, E., „A statisztika alapfogalmai”, Pannon Egyetem: Veszprém, 2012.
- [96] FÁBIÁN, L., „Idősorelemzési módszertanok összehasonlítása statisztikai tanuló algoritmusok segítségével”, Debreceni Egyetem Matematikai Intézet Informatikai Kar: Debrecen, 2008.
- [97] Sné KRISZT, É., VARGA, E., Vné KENYERES, E., KORPÁS, A., CSERNYÁK, L., „Általános statisztika II.”, [ISBN 978-963-19-2781-8], Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.: Budapest, Fejezet 8.6.1., 1997.
- [98] BARCZY, M., ISPÁNY, M., „A statisztika alapfogalmai”, Debreceni Egyetem Informatikai Kar: Debrecen, 2010
- [99] FEHÉR, A., „Nagylétszámú termelővállalatok állományi rendelkezésre állása karakterisztikájának leírása ARIMA modellel”, Bányai Reports: 2021/01.
- [100] BISHOP, C. M., „Neural networks for pattern recognition”, [ISBN 978-0198538493], Clarendon Press, 1995.
- [101] NILSSON, N. J., „Introduction to Machine Learning”, Stanford University: California, 2005.
- [102] SCHULZ, H., BEHNKE, S., "Deep Learning", KI - Künstliche Intelligenz. 26 (4) pp. 357–363., [doi:10.1007/s13218-012-0198-z. ISSN 1610-1987], 2012.
- [103] HUNYADI, L., „Bayesi gondolkodás a statisztikában”, Statisztikai Szemle, 89. évfolyam 10–11. szám
- [104] ZHANG, G. P., „Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model”, [PII: S0925-2312(01)00702-0], Department of Management, J. Mack Robinson College of Business, Georgia State University, University Plaza: Atlanta, 2001
- [105] BESENYEI, L., DOMÁN, Cs., „Üzleti prognózisok idősoros modelljei”, Digitális Tankönyvtár: 2011., 3. fejezet, Letöltés ideje: 2020. október 6., 09:50.

- [106] GÉCZY-PAPP, R., „Autoregresszív és mozgóátlag folyamatok”, Miskolci Egyetem Gazdaságtudományi Kar Gazdaságelméleti és Módszertani Intézet: Miskolc, <https://docplayer.hu/79561095-Autoregressziv-es-mozgoatlag-folyamatok.html>, Letöltés ideje: 2020. október 7., 11:32.
- [107] STELLWAGEN, E., TASHMAN, L., „ARIMA: The Models of Box and Jenkins”, 2013.01., https://www.researchgate.net/publication/285902264_ARIMA_The_Models_of_Box_and_Jenkins#fullTextFileContent, Letöltés ideje: 2020. október 7., 14:04.
- [108] NORTH, G. R., „Statistical Methods, Data Analysis”, ScienceDirect: 2015, <https://www.sciencedirect.com/topics/earth-and-planetary-sciences/autoregressive-process>, Letöltés ideje: 2020. október 8., 08:10.
- [109] STAT510: „Applied Time Series Analysis”, Penn State Eberly College of Science, <https://online.stat.psu.edu/stat510/lesson/2/2.1>, Letöltés ideje: 2020. október 8., 08:36.
- [110] BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A., „Time Series: Theory and Methods”, (2nd ed.). New York: Springer. pp. 273. [ISBN 9781441903198], 2009.
- [111] HANNAN, E. J., „*Multiple time series. Wiley series in probability and mathematical statistics*”, New York: John Wiley and Sons, 1970.
- [112] SAS INSTITUTE: „Notation for ARIMA Models”, Time Series Forecasting System, https://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/63939/HTML/default/viewer.htm#etsug_tffordet_sect016.htm, Letöltés ideje: 2020. október 10., 13:01.
- [113] TUTORIALS POINT: „Time Series – Variations of ARIMA”, https://www.tutorialspoint.com/time_series/time_series_variations_of_arima.htm, Letöltés ideje: 2020. október 10., 15:51.
- [114] BME: „Idősorelemzés – előadás”, 2016.10.15., <https://math.bme.hu/~ftamas/szrmea/szrmea789.pdf>, Letöltés ideje: 2020. október 13., 08:43.
- [115] Sné KRISZT, É., VARGA, E., Vné KENYERES, E., KORPÁS, A., CSERNYÁK, L., „Általános statisztika II.”, [ISBN 978-963-19-2781-8], Nemzeti Tankönyvkiadó Rt.: Budapest, 1997., 8. fejezet

- [116] KWIATKOWSKI, D., PHILLIPS, P. C. B., SCHMIDT, P., SHIN, Y., „Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root”, *Journal of Econometrics* 54., pp. 159-178., North-Holland 1992.
- [117] R: „Augmented Dickey-Fuller Test”,
<http://finzi.psych.upenn.edu/R/library/tseries/html/adf.test.html>, Letöltés ideje: 2020. október 16., 09:00.
- [118] R: „Phillips-Perron Unit Root Test”,
<http://finzi.psych.upenn.edu/R/library/tseries/html/pp.test.html>, Letöltés ideje: 2020. október 16., 09:20.
- [119] R: „Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Test”,
<http://finzi.psych.upenn.edu/library/aTSA/html/kpss.test.html>, Letöltés ideje: 2020. október 16., 10:02.
- [120] STEINBACH, M., KUMAR, V., TAN, P-N., „Bevezetés az adatbányászatba”, Panem Könyvkiadó Kft., 2011., C. függelék - Valószínűségszámítás és statisztika
- [121] EVIEWS: „Unit Root Testing”,
http://www.eviews.com/help/helpintro.html#page/content/advtimeser-Unit_Root_Testing.html, Letöltés ideje: 2020. október 17., 18:09.
- [122] MATHREFERENCE: „Deriválttáblázat”,
<https://www.mathreference.org/index/page/id/54/lg/hu>, Letöltés ideje: 2020. október 18., 10:19.
- [123] SHITTU, O. I., „Comparison of Criteria for Estimating the Order of Autoregressive Process: A Monte Carlo Approach”, *European Journal of Scientific Research* [ISSN 1450-216X], Vol.30 No.3, pp.409-416, 2009.
- [124] HYNDMAN, R. J., KHANDAKAR, Y., „Automatic Time Series Forecasting: The forecast Package for R”, July 2008, *Journal of statistical software* 26, [DOI: 10.18637/jss.v027.i03]
- [125] TALAGALA, T. S., HYNDMAN, R. J., ATHANASOPOULOS, G., „Meta-learning how to forecast time series”, Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics, [ISSN 1440-771X]
- [126] DATE, S., „The Akaike Information Criterion”, *Towards, Data Science*: 2019.11.09., <https://towardsdatascience.com/the-akaike-information-criterion-c20c8fd832f2>, Letöltés ideje: 2020. október 20., 21:12.

- [127] R: „Auto- and Cross- Covariance and -Correlation Function Estimation”, <https://stat.ethz.ch/R-manual/R-devel/library/stats/html/acf.html>, Letöltés ideje: 2020. október 21., 00:36.
- [128] HOLMES, E. E., SCHEUERELL, M. D., WARD, E. J., „Applied Time series analysis”, 2020.02.03., 4.4 fejezet, <https://nwfsc-timeseries.github.io/atsa-labs/sec-tslab-correlation-within-and-among-time-series.html>, Letöltés ideje: 2020. október 22., 18:40.
- [129] HYNDMAN, R. J., „Better ACF and PACF plots, but no optimal linear prediction”, *Electronic Journal of Statistics*, Vol. 0 (0000), [ISSN: 1935-7524, DOI: 10.1214/1549578041000000000]
- [130] FEHÉR, A., BESENYŐ, J., „Critical infrastructure protection (cip) as new soft targets: private security vs. common security”, *Journal of Security and Sustainability Issues* 10:1, pp. 5-18., 14 p., [ISSN 2029-7017 print/ISSN 2029-7025 online], 2020.
- [131] 2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről, XII. fejezet: A munka díjazása
- [132] BARTA, G., „Idősorok elemzése”, BME:2015.04.03., http://www.cs.bme.hu/nagyadat/timeseries-gergo_barta.pdf, Letöltés ideje: 2020. október 25., 15:52.
- [133] EDELÉNYI, M., PÖDÖR, Z., JEREB, L., „Idősorelemzési módszerek gyakorlati alkalmazásának előkészítése”, Nyugat-magyarországi Egyetem
- [134] FEHÉR, A., „Automated border control systems vs. (aviation) terrorism”, *Strategic Colloquium* 168:1, pp. 1-9., 9 p. [e-ISSN 1842-8096, 526/2020], 2020.

PUBLIKÁCIÓS LISTA

Tézisekhez kapcsolódó publikációk

- I. FEHÉR, A., „Térfigyelő kamerarendszerek általános rendszerkövetelményei”, Bányi Reports: 2019. május 14., [ISSN:2560-2810, URL: <http://bk.bgk.uni-obuda.hu/index.php/BK/index>], 2019
- II. FEHÉR, A., BESENYŐ, J., „Critical infrastructure protection (cip) as new soft targets: private security vs. common security”, Journal of Security and Sustainability Issues 10:1, pp. 5-18., 14 p., [ISSN 2029-7017 print/ISSN 2029-7025 online], 2020.
- III. FEHÉR, A., „Automated border control systems vs. (aviation) terrorism”, Strategic Colloquium 168:1, pp. 1-9., 9 p. [e-ISSN 1842-8096, 526/2020], 2020.
- IV. FEHÉR, A., „Nagylétszámú termelővállalatok állományi kapacitásbecslése”, Bányi Reports: 2021/1.
- V. FEHÉR, A., „Nagylétszámú termelővállalatok állományi rendelkezésre állása karakterisztikájának leírása ARIMA modellel”, Bányi Reports: 2021/1.

További publikációk

- VI. FEHÉR, A., OTTI, Cs., ÓSZI, A., „A biometria biztonsága és sérülékenysége” Hacktivity: Budapest, 2012. október 12.
- VII. FEHÉR, A., OTTI, Cs., „Face recognition systems”, Hacktivity: Budapest, 2013. október 11.
- VIII. FEHÉR, A., OTTI, Cs., KAPITÁNY S., „Íriszazonosítás”, Hacktivity: Budapest, 2014. október 10.
- IX. FEHÉR, A., OTTI, Cs., KAPITÁNY S., MARTINKOVICS, D., „Kézben a biztonság?”, Hacktivity: Budapest, 2015. október 9.
- X. FEHÉR, A., „Az arcfelismerés lehetőségei és kihívásai”, Biztonságtechnikai Konferencia: Békéscsaba, 2014. június 13.
- XI. FEHÉR, A., „A biztonság kényelme – A kényelem kockázata”, Biztonságtechnikai Konferencia: Békéscsaba 2015. június 11.
- XII. FEHÉR, A., „Terrorizmus és migráció: Új típusú fenyegetettség, új célpontok: az újragondolt védekezés szükségessége és lehetőségei”, Biztonságtechnikai Konferencia: Békéscsaba 2016. június 16.

- XIII. FEHÉR, A., „A térfigyelő rendszerek alkalmazásának nemzetközi helyzete, a hazai alkalmazás lehetőségei, stratégiája és technikája”, Miskolci Egyetem, Bűnmegelőzési Szabadegyetem: Miskolc, 2015. október 28.
- XIV. FEHÉR, A., „Biztonságpiaci trendek”, Biztonságpiac Konferencia: Budapest, 2016. február 23.
- XV. FEHÉR, A., „Arcfelismerés: lehetőségek és kihívások”, Kürt Akadémia: Budapest, 2014. október 29.
- XVI. FEHÉR, A., „Arcfelismerés: lehetőségek és kihívások”, Óbudai Egyetem, Bánki Kar, Szimpózium: Budapest, 2014. április 24.
- XVII. FEHÉR, A., OTTI, Cs., „Demonstration of biometric technologies with the presentation of chances for spoofing fingerprint sensors and iris scanning technologies”, Biosec: Open Days of Biometrics: Budapest, 2015. február 26.
- XVIII. FEHÉR, A., OTTI, Cs., „Új trendek a biztonságtechnikában”, II. Győri Nemzetközi Vagyonvédelmi Konferencia: Győr, 2014. november 26.
- XIX. FEHÉR, A., „Ujjnyomat lopás fényképről – tények és kockázatok – egy cikk nyomán...”, Securinfo Biztonságtechnikai szakportál, 2017. január 23.

RÖVIDÍTÉSJEGYZÉK

Rövidítés	Jelentés
ACF	Autocorrelation Function – autokorreláció függvény. Egyazon adatsor különböző (térben szomszédos vagy időben eltolt) megfigyelési egységekre vonatkozó értékei közötti kapcsolatot méri.
ADF	Augmented Dickey–Fuller Test - bővített Dickey-Fuller teszt. Olyan teszt módszer, melynek nullhipotézise szerint egységgyök van az idősor modellben.
AIC	Akaike Information Criterion – Akaike-féle információs kritérium. Idősorelemzés modellvizsgálatának egyik eszköze. Akaike két egymástól független, azonos eloszlású adatsort feltételez a becsléshez és a kiértékeléshez, ezt nevezzük a kereszt-kiértékelés módszerének.
AICc	Akaike Information Criterion corrected – Korrigált Akaike-féle információs kritérium. AIC korrigált változata.
AR	Autoregression – Autoregresszió. Az autoregresszív modell az idősor jelenlegi értékét, saját előző értékeinek függvényében fejezi ki.
ARCH	Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model - Autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás. Az ARCH modell abból indul ki, hogy a sztochasztikus idősormodellekben gyakran nem valós feltételezés az időben állandó variancia. Ezért a modellt rugalmasabbá lehet tenni azáltal, hogy a variancia paraméterére is külön idősormodellt feltételezünk.
ARFIMA	Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average Model - Frakcionálisan integrált autoregresszív-mozgóátlag modell. Az ARIMA folyamat kiterjesztése úgy, hogy a d-vel jelölt integrálási paraméternek nem kell egész számnak lennie, vagyis frakcionálisan integrált lesz a folyamat.
ARIMA	Autoregressive Integrated Moving Average Model - A sztochasztikus idősori modellek integrált autoregresszív és mozgóátlag modellcsaládja.
ARMA	Autoregressive Moving Average Model - A sztochasztikus idősori modellek autoregresszív és mozgóátlag modellcsaládja.

CCF	Cross Correlation Function - keresztkorreláció függvény. A rendszerek leírásának azon módszere, amikor megvizsgáljuk a rendszer két pontja közti kapcsolatot, és a rendszer jellemzőit a két pont közti átviteli tulajdonságok leírásával jellemezzük.
CSV	Comma-Separated Values - Sorokból álló szöveges fájl, a sorokon belül az egyes adatok, szövegrészek vesszővel vannak elválasztva, a vessző jelöli az egyes adatok végét.
EGARCH	Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Model - Exponenciális általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás. Az ARCH modell egy bővített változata.
GARCH	Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Model – Általánosított autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás. Az ARCH modell egy bővített változata.
GDPR	Global Data Privacy Laws and Regulations - A természetes személyek személyes adataik kezelésével összefüggő védelméhez kapcsolódó elvek és szabályok. Az Európai Parlament és a Tanács (EU) 2016/679 Rendelete
KPSS	Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin teszt. Olyan teszt módszer, melynek alternatív hipotézise szerint egységgyök van az idősor modellben.
MA	Moving Average – Mozgóátlag. A mozgóátlag modell az idősor jelenlegi értékét, a jelenlegi és a múltbeli véletlen változók függvényében fejezi ki.
MATLAB	Programozási nyelv és egy speciális programrendszer, amelyet numerikus számítások elvégzésére fejlesztettek ki.
MOA	Mission Oriented Application - feladatorientált alkalmazás, mely mint mutató arra vonatkozik, hogy az adott eszközt vagy megoldást milyen igényű feladatokra lehet alkalmazni
Mt.	2012. évi I. törvény a munka törvénykönyvéről
MySQL	Egy többfelhasználós, többszálú, SQL-alapú relációs adatbázis-kezelő szerver
NAR	Non-linear Auto-Regressive Model – Nemlineáris autoregresszív modell. Idősorelemző modell

NMA	Nuclear Material Accounting – idősorelemzési módszer például nukleáris immisszió számításra
PACF	Partial Correlation Function – parciális korreláció függvény. $n > 2$ valószínűségi változó esetén azt méri, hogy két valószínűségi változó milyen kapcsolatban áll egymással a többi változótól eltekintve.
PP	Phillips-Perron Unit Root teszt - Olyan teszt módszer, melynek nullhipotézise szerint egységgyök van az idősor modellben.
SARIMA	Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average - A sztochasztikus idősori modellek szezonális integrált autoregresszív és mozgóátlag modelles családjá.
SPSS	Statistical Package for the Social Sciences – Az IBM statisztikai elemző szoftvere
TAR	Threshold Autoregression Model - Idősorelemző modell

TÁBLÁZATJEGYZÉK

1. táblázat: IBM MI algoritmus és Fehér módszere szakmai különbségek, forrás: saját szerkesztés	20
2. táblázat: Az összeosztottak statisztikai mérőszámai, forrás: saját szerkesztés	44
3. táblázat: A nem megjelentek statisztikai mérőszámai, forrás: saját szerkesztés	80

ÁBRAJEGYZÉK

1. ábra: Foglalkoztatottak és munkanélküliek, forrás: KSH [22]	15
2. ábra: Generációk a munkaerőpiacon 2020-ban, forrás: [27] alapján saját szerkesztés	16
3. ábra: A sörfogyasztás alakulása Németországban, forrás: [61].....	29
4. ábra: HUF/EUR árfolyam alakulása az elmúlt két évtizedben, forrás: [62].....	30
5. ábra: Részlegesen szűrt adatokat tartalmazó Excel-részlet, forrás: saját szerkesztés.	38
6. ábra: Szűrt adatokat tartalmazó CSV-részlet, forrás: saját szerkesztés	39
7. ábra: Teljes tapasztalati idősor az összbeosztottakra, forrás: saját szerkesztés	40
8. ábra: ACF diagram az eredeti idősorra, forrás: saját szerkesztés	41
9. ábra: ACF vizsgálat eredménye, forrás: saját szerkesztés	41
10. ábra: Doboz ábra felépítése, forrás: [83]	43
11. ábra: Doboz ábra az összbeosztottakra, forrás: saját szerkesztés	44
12. ábra: A kiugró elemek naponkénti eloszlása az összbeosztotti idősorban, forrás saját szerkesztés	45
13. ábra: Az összbeosztottak tapasztalati idősora a kiugró elemek megjelölésével, forrás: saját szerkesztés.....	46
14. ábra: Lineáris trend számítás eredményei az összbeosztottakra, forrás: saját szerkesztés	50
15. ábra: Az összbeosztottak idősora a trendtaggal kiegészítve, forrás: saját szerkesztés	51
16. ábra: Idősor komponenseinek hatásai a teljes idősorra, forrás: [94].....	52
17. ábra: Az idősor trend nélkül, megjelenítve a napi ciklus változót, forrás: saját szerkesztés	52
18. ábra: Eredeti idősor trend- és ciklustag nélkül, forrás: saját szerkesztés.....	53
19. ábra: Tapasztalati idősor és modell összevetés, forrás: saját szerkesztés	55

20. ábra: Eredeti idősrora illesztett matematikai modell, forrás: saját szerkesztés.....	56
21. ábra: Teljes tapasztalati idősor az összebeosztottakra, forrás: saját szerkesztés	61
22. ábra: Statisztikai tesztek az eredeti idősrora, forrás: saját szerkesztés	62
23. ábra: Az egyszeresen differenciált idősor, forrás: saját szerkesztés	64
24. ábra: Statisztikai tesztek a differenciált idősrora, forrás: saját szerkesztés	64
25. ábra: p és q tagok eredménye Hyndman-Khanadakar alapján számítva, forrás: saját szerkesztés	66
26. ábra: ACF diagram az egyszeresen differenciált idősrora, forrás: saját szerkesztés	67
27. ábra: PACF diagram az egyszeresen differenciált idősrora, forrás: saját szerkesztés	68
28. ábra: Eredeti idősrora illesztett ARIMA modell, forrás: saját szerkesztés	69
29. ábra: Eredeti idősor ARIMA modellel korigálva, forrás: saját szerkesztés	70
30. ábra: Eredeti idősrora illesztett matematikai modell, forrás: saját szerkesztés.....	72
31. ábra: Nem megjelentek tapasztalati idősora, forrás: saját szerkesztés.....	73
32. ábra: Nem megjelentek aránya az összebeosztottakhoz viszonyítva, forrás: saját szerkesztés	74
33. ábra: A nem megjelentek és nem megjelentek aránya közötti összefüggés grafikonja, forrás: saját szerkesztés.....	75
34. ábra: A nem megjelentek és nem megjelentek aránya közötti összefüggés levezetése, forrás: saját szerkesztés.....	75
35. ábra: A nem megjelentek arányeloszlási hisztogramja, forrás: saját szerkesztés	76
36. ábra: ACF diagram a nem megjelentek tapasztalati idősorára, forrás: saját szerkesztés	77
37. ábra: Nem megjelentek idősora 5-ös (fekete), majd 10-es (piros) exponenciális simítással, forrás: saját szerkesztés.....	78
38. ábra: Doboz ábra a nem megjelentekre, forrás: saját szerkesztés.....	79

39. ábra: A nem megjelentek és összeosztottak kiugró elemei (pirossal és kékkel), forrás: saját szerkesztés.....	81
40. ábra: A nem megjelentek és összeosztottak kiugró elemeinek analitikája R-ből, forrás: saját szerkesztés.....	81
41. ábra: A nem megjelentek összehasonlítva az összeosztással, forrás: saját szerkesztés	82
42. ábra: A nem megjelentek és összeosztottak közötti korreláció, forrás: saját szerkesztés	82
43. ábra: CCF ábra az összeosztottakra és nem megjelentekre, forrás: saját szerkesztés	84

MELLÉKLETEK

Beosztásra vonatkozó Mt. előírások

Munkarendek az Mt. Szerint 3 db Ált., kötetlen, munkaidő keret					
	Általános munkarend: ha a munkáltató a munkaidőt heti öt napra, hétfőtől péntéig, naponta egyenlő órákban osztja be.	Megszakítás nélküli tevékenység: ha a munkáltató tevékenysége naptári naponként hat órát meg nem haladó tartamban vagy naptári évenként kétszer a technológiai előírásban meghatározottakból, az ott előírt időszakban szünetel és a munkáltató tevékenysége - társadalmi közelemmel kielégítő szolgáltatást biztosításra irányul, vagy -a természeti technológiai feladatok objektív körülmények miatt gazdaságosan vagy rendeltetészerűen másként nem folytatható	Több műszakos tevékenység: ha a munkáltató tevékenységének tartama hetente eléri a nyolcvan órát	Idényjellegű tevékenység: ha a munkavégzés a munkaszervezőtől függetlenül az év valamely időszakához vagy időpontjához kötődik	Készenléti jellegű tevékenység: ha hosszabb időszak alapulvétele - a munkavállaló - feladatainak jellege miatt - a rendes munkaidő legalább egyharmadában munkavégzés nélkül áll a munkavégzés a munkavállaló számára az általánoshoz képest lényegesen alacsonyabb igénybevételre jár.
Teljes napi munkaidő (92. §)	8 óra	8 óra	8 óra	8 óra	8/12 órára emelhető
Részmunkaidő (92. §)	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb
Beosztás szerinti napi munkaidő legrovidebb ideje (99. §)	a napi teljes vagy a részmunkaidő mértéke	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet
Napi munkaidő mértéke az elrendelt rendkívüli munkaidővel együtt legfeljebb (99. §)	12 óra	12 óra	12 óra	12 óra	24 óra
Heti munkaidő mértéke az elrendelt rendkívüli munkaidővel együtt legfeljebb (99. §)	48 óra	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	72 óra, a munkaidőkeret átlagában
Munkaidőkeret tartama, hossza (94. §) A 2019. Január 1-től kollektív szerződés alapján – amennyiben azt objektív vagy műszaki vagy munkaszervezési okok indokolják – 36 hónapos munkaidőkeret megállapítására kerülhet sor. El lehet térni, max 36-ra, a sorban a default van	nem rendelhető el	max. 6 hónap (26 hét)	max. 6 hónap (26 hét)	max. 6 hónap (26 hét)	max. 6 hónap (26 hét)
Munkaidőbeosztás (97. §)	heti 5 nap, hétfőtől péntéig, naponta egyenlő órákban	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)
Munkaidőbeosztás elrendelése (97. §)	legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre, a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.
Munkaidőbeosztás változtatása (97. §, (5)) Kollektív szerződésben történő megállapodás esetén a 96 óránál rövidebb idő is meghatározható pl. 24 óra.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.
Vasárnap rendes munkaidőre történő beosztás (101. §)	Nem	Igen	Igen	Igen	Igen
Munkaszüneti napon rendes munkaidőre történő beosztás (102. §)	Nem	Igen	Nem	Igen	Nem
Napi pihenőidő (104. §)	11 óra	legalább 8 óra, de a két egymást követően beosztott napi pihenőidők együttes tartama legalább huszonkét óra. (a np plusz b nap. Pl 8 és 14)	legalább 8 óra, de a két egymást követően beosztott napi pihenőidők együttes tartama legalább huszonkét óra.	legalább 8 óra, de a két egymást követően beosztott napi pihenőidők együttes tartama legalább huszonkét óra.	11 óra
Heti pihenőnap (105. §)	2 nap (szombat, vasárnap)	havonta legalább egy heti pihenőnapot be kell osztani (Tehát havonta legalább 24 óra)	havonta legalább egy heti pihenőnapot be kell osztani	havonta legalább egy heti pihenőnapot be kell osztani	6 munkanapot követően 1 pihenőnapot be kell osztani
Heti pihenőidő (106. §)	szombat, vasárnap	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenőidő, vagy legalább heti 40 óra pihenőidő, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenőidő	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenőidő, vagy legalább heti 40 óra pihenőidő, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenőidő	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenőidő, vagy legalább heti 40 óra pihenőidő, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenőidő	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenőidő, vagy legalább heti 40 óra pihenőidő, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenőidő
Pihenőnap vasárnap (105. §), (106. §)	minden vasárnap	havonta legalább 1	havonta legalább 1	havonta legalább 1	havonta legalább 1
Stabadság (124. §) Munkaidő-beosztás hiányában a szabadságot az általános munkarend és a napi munkaidő figyelembevételével kell kiadni.	mindig hétfőtől-péntéig	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (órán történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (órán történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (órán történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (órán történő nyilvántartás esetén).

Munkarendek az Mt. Szerint 3 db Ált., kötetlen, munkaidő keret				
	Rendeltetésé folytán munkaszüneti napon is működő munkáltató vagy munkakör: a) a tevékenység igénybevételére a munkaszüneti naphoz közvetlenül kapcsolódó, helyben kialakult vagy általánosan elfogadott társadalmi szokásból eredő igény alapján, vagy b) baleset, elemi csapás, súlyos kár, továbbá az egészséget vagy a környezetet fenyegető veszély megelőzése vagy elhárítása, továbbá a vagyonvédelem érdekében kerül sor.	Társadalmi közérdeket kielégítő, vagy külföldre történő szolgáltatás nyújtásához a szolgáltatás jellegéből eredően - e napon szükséges munkavégzés esetén	Külföldön történő munkavégzés során	A kereskedelemről szóló törvény hatálya alá tartozó, kereskedelmi tevékenységet, a kereskedelmi tevékenység kiszolgáltatás, valamint kereskedelmi jellegű turisztikai szolgáltatási tevékenységet folytató munkáltatónál
	a munkavállalók munkaidőjének egyenlőtlen beosztásához kötelezően alkalmazandó a munkaidőkeret	a munkavállalók munkaidőjének egyenlőtlen beosztásához kötelezően alkalmazandó a munkaidőkeret	a munkavállalók munkaidőjének egyenlőtlen beosztásához kötelezően alkalmazandó a munkaidőkeret	a munkavállalók munkaidőjének egyenlőtlen beosztásához kötelezően alkalmazandó a munkaidőkeret
Teljes napi munkaidő (92. §)	8 óra	8 óra	8 óra	8 óra
Részmunkaidő (92. §)	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb	8 óránál kevesebb
Beosztás szerinti napi munkaidő legrövidebb ideje (99. §)	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet	4 óra, részmunkaidő esetén kevesebb is lehet
Napi munkaidő mértéke az elrendelt rendkívüli munkaidővel együtt legfeljebb (99. §)	12 óra	12 óra	12 óra	12 óra
Heti munkaidő mértéke az elrendelt rendkívüli munkaidővel együtt legfeljebb (99. §)	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	48 óra, a munkaidőkeret átlagában	48 óra, a munkaidőkeret átlagában
Munkaidőkeret tartama, hossza (94. §) A 2019. január 1-től kollektív szerződés alapján – amennyiben azt objektív vagy műszaki vagy munkaszervezési okok indokolják – 36 hónapos munkaidőkeret megállapításra kerülhet sor. El lehet térni, max 36-ra, a sorban a default van	max. 4 havi (16 hét)	max. 4 havi (16 hét)	max. 4 havi (16 hét)	max. 4 havi (16 hét)
Munkaidőbeosztás (97. §)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)	a hét minden napjára, vagy az egyes munkanapokra egyenlőtlenül is beosztható (egyenlőtlen-munkaidőbeosztás)
Munkaidőbeosztás elrendelése (97. §)	legalább 1 hétre , a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre , a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre , a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.	legalább 1 hétre , a beosztás szerinti napi munkaidő kezdetét megelőzően 168 órával korábban (pl. egy május 11.-én 6:00 kezdődő 1 heti munkaidőbeosztást munkaidőbeosztást legkésőbb május 4.-én 6:00-ig közölni kell). Közlés hiányában az utolsó munkaidőbeosztás az irányadó.
Munkaidőbeosztás változtatása (97. §. (5)) Kollektív szerződésben történő megállapodás esetén a 96 óránál rövidebb idő is meghatározható pl. 24 óra.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.	A napi munkaidő kezdetét megelőzően legalább 96 órával korábban (pl. egy május 12.-én 6:00 kezdődő napi munkaidőt legkésőbb május 8.-án reggel 6:00-ig módosíthatja). A munkavállaló írásbeli kérése alapján bármikor megváltoztatható, ha a munkáltató ehhez hozzájárul.
Vasárnapi rendes munkaidőre történő beosztás (101. §)	Igen	Igen	Igen	Igen
Munkaszüneti napon rendes munkaidőbe történő beosztás (102. §)	Igen	Igen	Igen	Nem
Napi pihenődí (104. §)	11 óra	11 óra	11 óra	11 óra
Heti pihenőnap (105. §)	6 munkanapot követően 1-phenőnapot be kell osztani	6 munkanapot követően 1-phenőnapot be kell osztani	6 munkanapot követően 1-phenőnapot be kell osztani	6 munkanapot követően 1-phenőnapot be kell osztani
Heti pihenődí (106. §)	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenődí, vagy legalább heti 40 óra pihenődí, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenődí	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenődí, vagy legalább heti 40 óra pihenődí, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenődí	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenődí, vagy legalább heti 40 óra pihenődí, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenődí	heti 48 óra megszakítás nélküli pihenődí, vagy legalább heti 40 óra pihenődí, mely magában foglal egy naptári napot úgy, hogy a munkaidőkeret átlagában teljesüljön a heti 48 óra heti pihenődí
Pihenőnap vasárnap (105. §), (106. §)	havonta legalább 1	havonta legalább 1	havonta legalább 1	havonta legalább 1
Szabadság (124. §) Munkaidő-beosztás hiányában a szabadságot az általános munkarend és a napi munkaidő figyelembevételével kell kiadni.	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (óraban történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (óraban történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (óraban történő nyilvántartás esetén).	Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén a szabadság kiadása során a hét minden napja munkanapnak számít, kivéve a munkaidő-beosztás szerinti heti pihenőnapot és a munkaszüneti napot. Egyenlőtlen munkaidő-beosztás esetén úgy is kiadható, hogy a munkavállaló a munkaidő-beosztással azonos tartamra mentesül a munkavégzési kötelezettsége alól (óraban történő nyilvántartás esetén).

<p>Kötetlen munkarend 96.§.(2) : A munkáltató a munkaidő beosztásának jogát - a munkavégzés önálló megszervezésére tekintettel - a munkavállaló számára írásban átengedheti (kötetlen munkarend). A munkarend kötetlen jellegét nem érinti, ha a munkavállaló a munkaköri feladatok egy részét sajátos jellegüknek megfelelően meghatározott időpontban vagy időszakban teljesítheti. Kötetlen munkarend esetén a munkáltató köteles a munkavállaló szabadságát nyilvántartani.</p>
<p>Osztott munkaidőben történő munkavégzés (A napi munkaidő legfeljebb két részletben is beosztható) - munkaszerződésben kell megállapodni</p>
<p>A szabadságra vonatkozó legfontosabb szabályok:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. A munkáltató évente hét munkanap szabadságot - a munkaviszony első három hónapját kivéve - legfeljebb két részletben a munkavállaló kérésének megfelelő időpontban köteles kiadni. A munkavállalónak erre vonatkozó igényét legalább tizenöt nappal a szabadság kezdete előtt be kell jelentenie. 2. A szabadságot - eltérő megállapodás hiányában - úgy kell kiadni, hogy a munkavállaló naptári évenként egy alkalommal, legalább tizennégy egybefüggő napra mentesüljön a munkavégzési és rendelkezésre állási kötelezettsége alól. 3. A szabadság kiadásának időpontját a munkavállalóval legkésőbb a szabadság kezdete előtt tizenöt nappal közölni kell. 4. A szabadságot, ha a munkaviszony október elsején vagy azt követően kezdődött, a munkáltató az esedékességet követő év március 31-ig adhatja ki. 5. Az esedékesség évében kell kiadottnak tekinteni a szabadságot, ha igénybevétele az esedékesség évében megkezdődik és a szabadság következő évben kiadott része nem haladja meg az öt munkanapot. 6. A munkáltató kivételesen fontos gazdasági érdek vagy a működését közvetlenül és súlyosan érintő ok esetén <ol style="list-style-type: none"> a) a szabadság kiadásának közölt időpontját módosíthatja, b) a munkavállaló már megkezdett szabadságát megszakíthatja, c) kollektív szerződés rendelkezése esetén a szabadság egynegyedét legkésőbb az esedékességet követő év március 31-ig adhatja ki. 7. A munkáltató - a felek naptári évre kötött megállapodása alapján - az életkor szerinti pótszabadságot az esedékesség évét követő év végéig adja ki.

Nyilatkozat a munka önállóságáról

Nyilatkozat a munka önállóságáról, irodalmi források megfelelő módon történt idézéséről

Alulírott Fehér András István kijelentem, hogy a

„Nagy létszámú termelővállalatok állományi kapacitásbecslése prediktív modellekkel”
című benyújtott doktori értekezést magam készítettem, és abban csak az irodalmi hivatkozások listáján megadott forrásokat használtam fel. Minden olyan részt, amelyet szó szerint, vagy azonos tartalomban, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Budapest, 2021. március 11.

.....

(aláírás)